

Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas
Problemas Resueltos (PR06)

Nombre: _____ **Grupo:** _____

Instrucciones:

- Cada problema/ejercicio debe tener procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.

- Si falta el procedimiento o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.

- 1. (100 puntos)** Un concepto importante en muchas aplicaciones de comunicación es la correlación entre dos señales. Sean $x(t)$ y $y(t)$ dos señales, la función de correlación (o correlación cruzada, depende el autor) se define como:

$$r_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)y(\tau)d\tau \quad (1)$$

La función $r_{xx}(t)$ se conoce como la función de autocorrelación de la señal $x(t)$. Es importante notar que $r_{xy}(t) \neq r_{yx}(t)$.

- a) Describe los pasos para realizar la correlación de dos señales. Similar a los pasos sugeridos en la convolución para señales con soporte acotado, es decir, señales que se cancelan salvo en un conjunto de longitud finita.
- b) Muestra que

$$r_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(\tau - t)d\tau \quad (2)$$

es decir, existe una alternativa para calcular la correlación.

- c) Describe los pasos para realizar la correlación de dos señales, para la equivalencia del ejercicio anterior. Similar a los pasos sugeridos en la convolución para señales con soporte acotado, es decir, señales que se cancelan salvo en un conjunto de longitud finita.

- d) Muestra que

$$r_{xy}(t) = x(t) * y(-t) \quad (3)$$

es decir, existe otra alternativa para calcular la correlación.

- e) Describe los pasos para realizar la correlación de dos señales, para la equivalencia del ejercicio anterior. Similar a los pasos sugeridos en la convolución para señales con soporte acotado, es decir, señales que se cancelan salvo en un conjunto de longitud finita.
- f) Muestra que

$$r_{xy}(t) = r_{yx}(-t) \quad (4)$$

- g) Muestra que

$$r_{xx}(t) = r_{xx}(-t) \quad (5)$$

Por lo tanto la autocorrelación es una función par.

- h) Muestra que la parte impar de $r_{xx}(t)$ es cero. Sugerencia: utiliza el ejercicio anterior.
- i) Muestra que la autocorrelación evaluada en cero, es la energía de la señal, es decir, $r_{xx}(0) = E_x$
- j) Sean las señales, $x(t)$ y $y = x(t+T)$. expresa $r_{xy}(t)$ y $r_{yy}(t)$ en términos de $r_{xx}(t)$

- k)** Realiza la autocorrelación de $x_0(t) = u(t) - 2u(t-2) + u(t-4)$, utiliza la equivalencia que prefieras.
- l)** Realiza la autocorrelación de $x_1(t) = u(t) - 2u(t-3) + u(t-4)$, utiliza la equivalencia que prefieras
- m)** Realiza la correlación de $r_{x_0x_1}(t)$ con las señales definidas en los ejercicios anteriores, utiliza la equivalencia que prefieras.
- n)** Realiza la correlación de $r_{x_1x_0}(t)$ con las señales definidas en los ejercicios anteriores, utiliza la equivalencia que prefieras.

Nota 1: La correlación de dos señales podría no existir, por ejemplo, si

consideras la correlación de $u(t)$ con ella misma, esta autocorrelación no existirá para ningún valor de t .

Nota 2: Es importante que verifiques las propiedades que se presentan en esta tarea, por ejemplo, con el ejercicio m) y n) puedes verificar que se satisface f), con el ejercicio k) se puede verificar que se satisface g), etc.

Nota 3: Una definición general de correlación, en cuando se sustituye y por su complejo conjugado y^* . Si la señal y es real, la definición coincide con la que presentamos aquí, si no es real entonces algunas propiedades cambian un poco, cuando sea necesario hablaremos de esta definición general.