

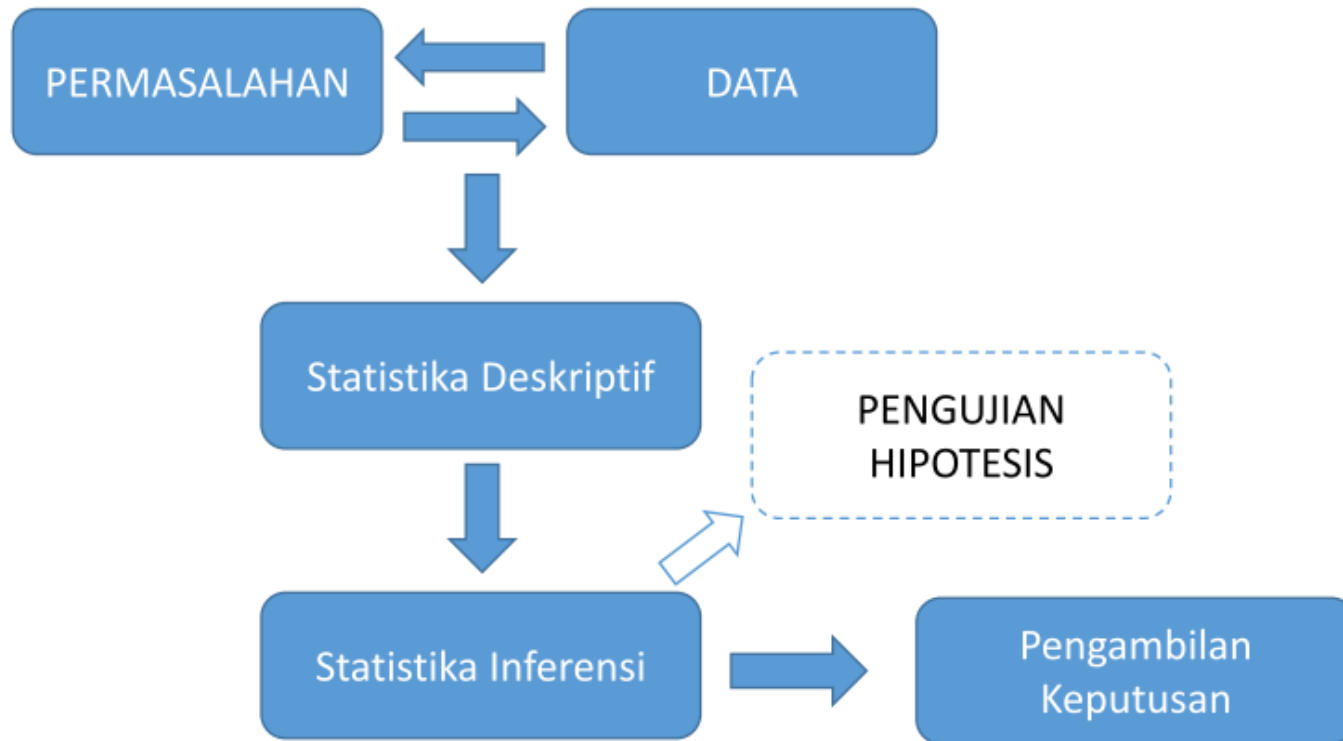


STATISTIKA INFERENSIAL

TATIK WIDIHARIH



Teknik Pengambilan Keputusan Statistika



UJI HIPOTESIS

Definisi 1

- Hipotesis adalah pernyataan (dugaan) tentang parameter populasi.

Definisi 2

- Dua hipotesis yang saling asing dalam persoalan uji hipotesis disebut hipotesis nol dinotasikan H_0 dan hipotesis alternatif dinotasikan H_1 .



KESIMPULAN UJI HIPOTESIS

Kesimpulan yang diperoleh dari uji hipotesis hanya menolak H_0 (berarti menerima H_1) atau menerima H_0 (berarti menolak H_1). Bila kita mempunyai suatu hipotesis (dugaan), biasanya kita berkeyakinan dugaan tersebut benar, sehingga harapannya diterima, maka kebiasaan ilmiah dugaan yang dianggap benar diletakkan sebagai hipotesis alternatif (H_1), dan dugaan yang diharapkan untuk ditolak diletakkan sebagai hipotesis nol (H_0).



CONTOH HIPOTESIS

H_0 : rata-rata IPK kelulusan mahasiswa informatika maksimal 3.15

H_1 : rata-rata IPK kelulusan mahasiswa informatika lebih dari 3.15

H_0 : rata-rata masa tunggu mendapat pekerjaan alumni informatika minimal 8 bulan

H_1 : rata-rata masa tunggu mendapat pekerjaan alumni informatika kurang dari 8 bulan



Probabilitas / Peluang kesalahan dalam pengujian hipotesis

Dalam memutuskan untuk menerima atau menolak H_0 kita bisa membuat suatu kesalahan. Ada dua jenis kesalahan dalam uji hipotesis yang dikenal dengan kesalahan tipe I dinotasikan α , dan kesalahan tipe II dinotasikan β . Untuk lebih jelasnya perhatikan ilustrasi berikut :

Keputusan	Hipotesis nol (H_0)	
	benar	salah
Menolak H_0	Kesalah tipe I (α)	Keputusan benar
Menerima H_0	Keputusan benar	Kesalahan tipe II (β)



Kesalahan tipe I dan II

Kesalahan tipe I (α) dan kesalahan tipe II (β) didefinisikan sebagai :

$$\alpha = P(\text{menolak } H_0 \mid H_0 \text{ benar})$$

$$\beta = P(\text{menerima } H_0 \mid H_0 \text{ salah})$$

$$= P(\text{menerima } H_0 \mid H_1 \text{ benar})$$



Beberapa istilah/konsep dalam pengujian hipotesis

Level of significance (α)

Adalah *harga maximal probabilitas kesalahan tipe I* yang diambil/ ditetapkan oleh peneliti untuk menolak H_0 .

Kekuatan Uji

Kekuatan pengujian dapat ditentukan jika Probabilitas type kesalahan II(β) dihitung, kekuatan uji = $1 - \beta$

Statistik Uji

Biasa disebut juga statistik hitung, berupa suatu konstanta berdasarkan formula statistic yang dipakai sebagai indicator untuk menerima atau menolak H_0 .



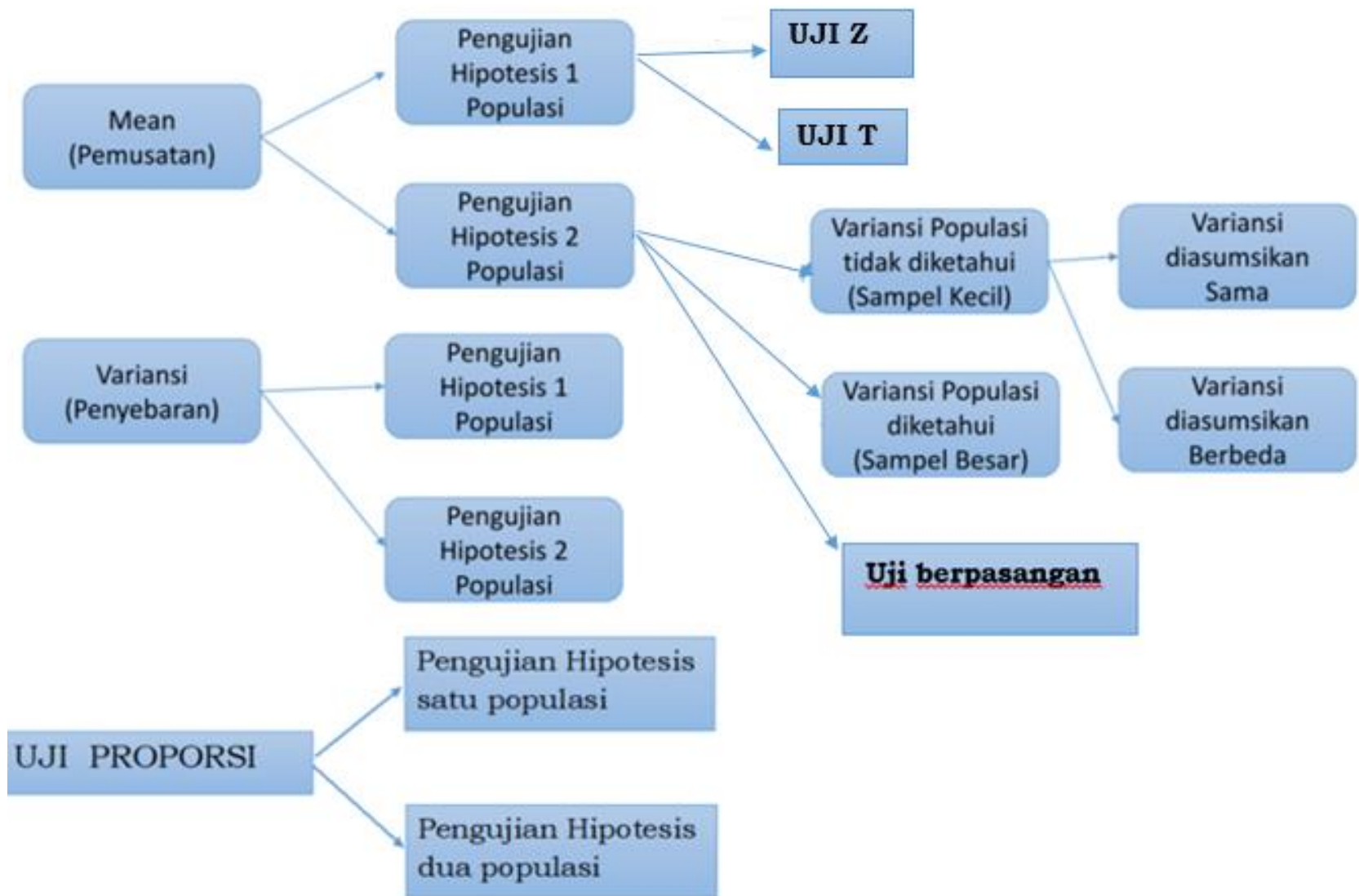
Kriteria pengambilan keputusan

Statistik Tabel

Nilai statistika tabel diperoleh dari tabel distribusi yang bersesuaian dengan rumus statistik hitung.

Pada intinya uji hipotesis memutuskan menolak atau menerima hipotesis nol (H_0) dengan membandingkan statistik hitung dengan statistik tabel berdasarkan rumusan hipotesis nol (H_0), hipotesis alternatif (H_1) yang dibuat dan α yang ditetapkan.





UJI SATU RATA-RATA

Pengujian ini didasarkan asumsi bahwa populasi berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variasi σ^2 (bisa diketahui bisa tidak)

A. Jika σ^2 diketahui atau $n > 30$ digunakan uji Z dengan :

$$Z_{\text{hit}} = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

berdistribusi normal standar, untuk $n > 30$ dan σ^2 tidak diketahui maka σ^2 diduga dengan S^2 dengan :

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$



Uji DUA SISI

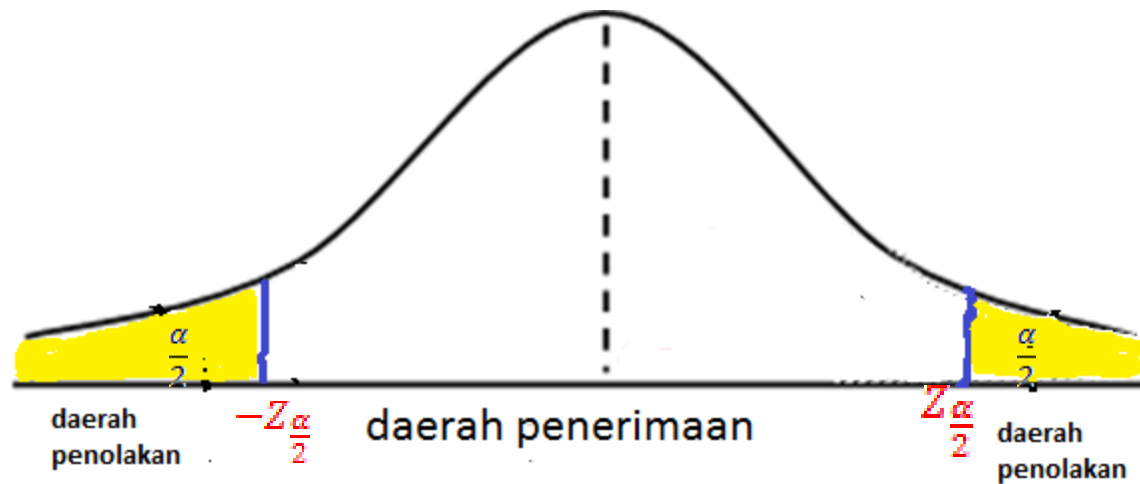
Rumusan hipotesis:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Kriteria Uji

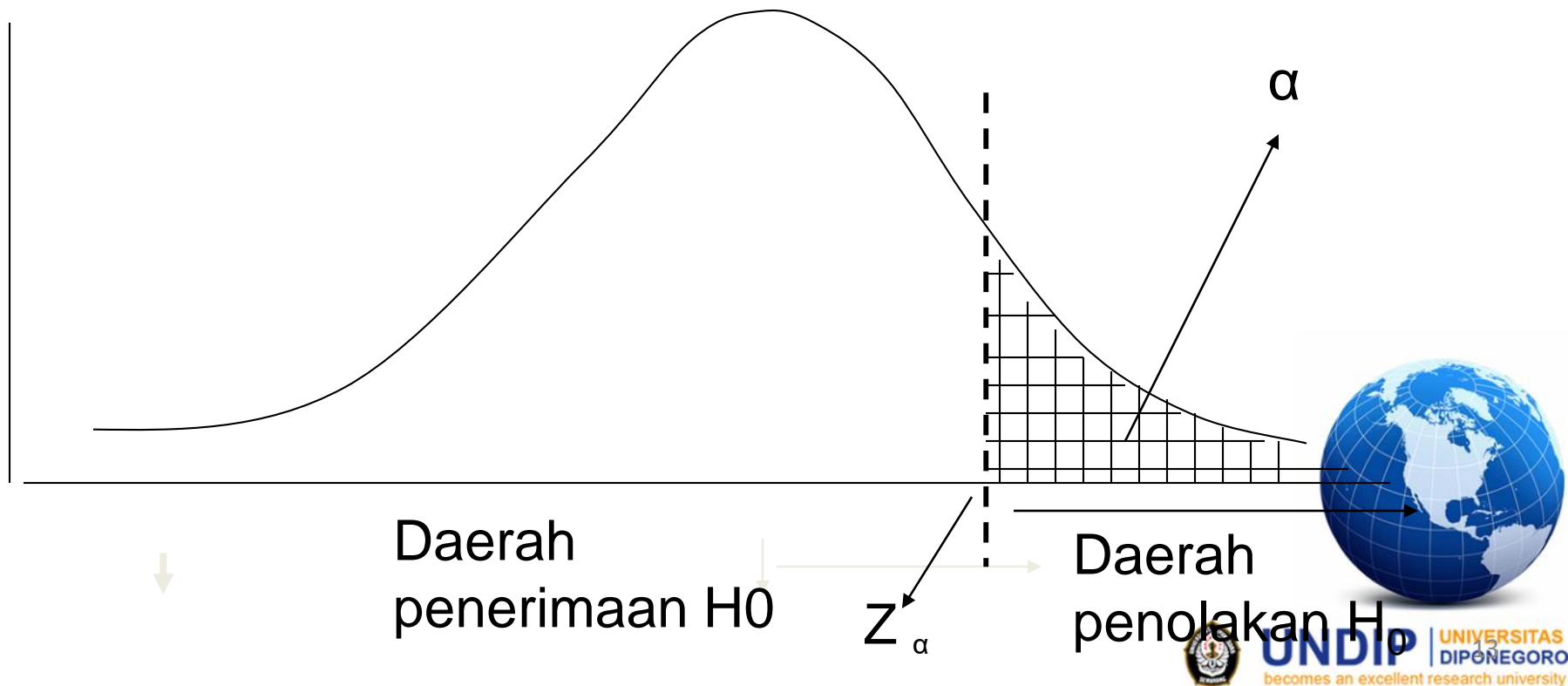
Tolak H_0 jika Z_{hit} terletak pada daerah arsir



Uji satu sisi (kanan)

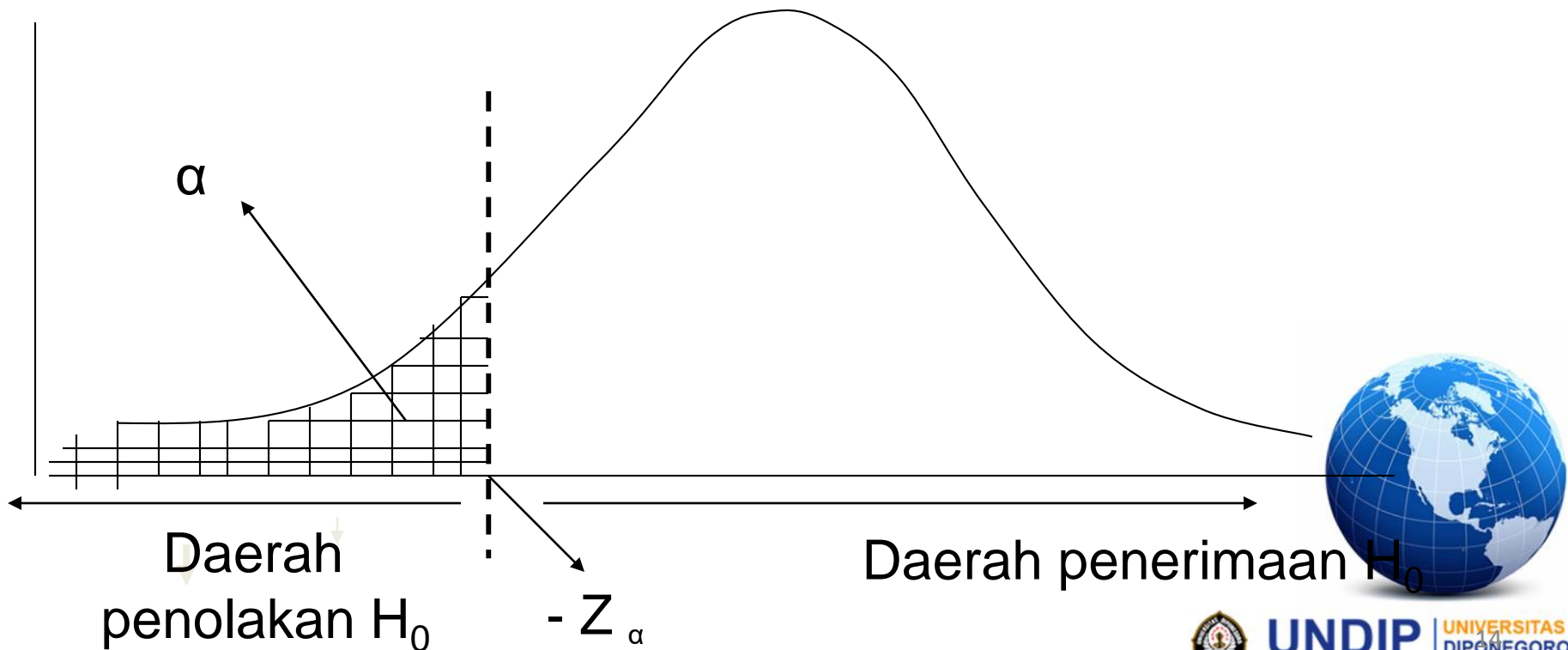
Rumusan hipotesis:

- $H_0 : \mu \leq \mu_0$
 $H_1 : \mu > \mu_0$, tolak H_0 jika Z_{hit} terletak pada daerah arsir



Uji satu sisi kiri

- Rumusan hipotesis:
- $H_0 : \mu \geq \mu_0$
 $H_1 : \mu < \mu_0$ tolak H_0 jika Z_{hit} terletak pada daerah arsir



Contoh 1:

Diduga nilai rata-rata bahasa inggris pada UN mhs ilkom adalah 8.75. Bila dari 40 mhs diperoleh data nilai bahasa inggris sbb : 7.96 6.41 6.37 8.26 6.26 7.32 5.87 9.79 8.68 9.73 8.56 9.27 9.41 8.43 6.15 7.61 9.86 9.34 7.27 7.76 5.68 6.89 7.56 8.98 9.56 6.25 6.35 8.25 7.65 8.21 9.05 8.74 6.98 8.23 5.96 6.49 5.89 6.87 7.59 8.67 bagaimana kesimpulan anda ujilah dengan

$\alpha = 5\%$ bila diasumsikan nilai bahasa inggris berdistribusi normal



Penyelesaian:

$$H_0 : \mu = 8.75$$

$$H_1 : \mu \neq 8.75$$

Berdasarkan data:

$$n=40, \alpha = 5\%$$

$$\bar{X} = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} X_i = \frac{1}{40} (7.96 + 6.41 + \dots + 8.67) = 7.754$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{40-1} ((7.96 - 7.754)^2 + (6.41 - 7.754)^2 + \dots + (8.67 - 7.754)^2) \\ &= 1.609922 \end{aligned}$$

$$S = 1.268827$$



penyelesaian

Statistik hitung:

$$Z_{hit} = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{7.754 - 8.75}{1.268827/\sqrt{40}} = -4.9646$$

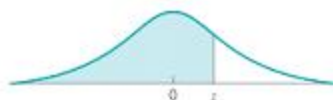


Kesimpulan H_0 ditolak, berarti H_1 diterima, rata-rata nilai bahasa inggris kurang dari 8.75



Cumulative Standard Normal Distribution

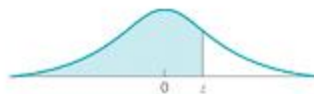
$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595
0.1	0.53983	0.54379	0.54776	0.55172	0.55567
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483
0.3	0.61791	0.62172	0.62551	0.62930	0.63307
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891
0.7	0.75803	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79954
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639
1.0	0.84134	0.84375	0.84613	0.84849	0.85083
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87285
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988
1.4	0.91924	0.92073	0.92219	0.92364	0.92506
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96637	0.96711
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996

Cumulative Standard Normal Distribution

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$$



0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	z
0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586	0.0
0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57534	0.1
0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409	0.2
0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173	0.3
0.67364	0.67724	0.68082	0.68438	0.68793	0.4
0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240	0.5
0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490	0.6
0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78523	0.7
0.80234	0.80510	0.80785	0.81057	0.81327	0.8
0.82894	0.83147	0.83397	0.83646	0.83891	0.9
0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214	1.0
0.87493	0.87697	0.87900	0.88100	0.88297	1.1
0.89435	0.89616	0.89796	0.89973	0.90147	1.2
0.91149	0.91308	0.91465	0.91621	0.91773	1.3
0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189	1.4
0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408	1.5
0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95448	1.6
0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327	1.7
0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062	1.8
0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670	1.9
0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169	2.0
0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574	2.1
0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899	2.2
0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158	2.3
0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361	2.4
0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520	2.5
0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643	2.6
0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736	2.7
0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807	2.8
0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861	2.9
0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900	3.0
0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929	3.1
0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950	3.2
0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965	3.3
0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976	3.4
0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983	3.5
0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989	3.6
0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992	3.7
0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995	3.8
0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997	3.9



Contoh:

Diduga nilai rata-rata matematika pada UN mhs IF lebih dari 8.5 dengan simpangan baku 1.5.

Bila dari 20 mhs diperoleh data nilai matematika sbb : 6.37 9.27 7.96 6.41 8.26 6.26 7.32 5.87 9.79 8.68 9.73 8.56 9.41 8.43 6.15 7.61 9.86 9.34 7.27 7.76 bagaimana kesimpulan anda ujilah dengan $\alpha = 1.5\%$



penyelesaian.

$$H_0 : \mu \leq 8.5$$

$$H_1 : \mu > 8.5$$

Berdasarkan data:

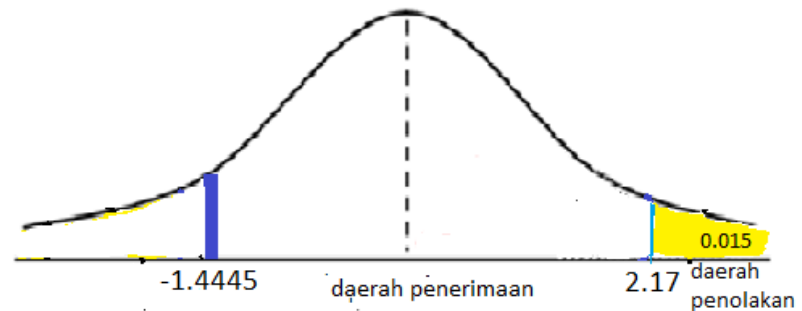
$$n=20, \sigma = 1.5, n=20, \alpha = 1.5\%$$

$$\bar{X} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} X_i = \frac{1}{20} (6.37 + 9.27 + \dots + 7.76) = 8.0155$$

$$Z_{hit} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{8.0155 - 8.5}{1.5/\sqrt{20}} = -1.4445$$

Kesimpulan H_0 diterima

Nilai rata-rata matematika
maksimal 8.5



Uji satu rata-rata

B. Jika σ^2 tidak diketahui dan n kecil digunakan uji T dengan **Statistik hitung** sebagai berikut:

$$T_{hit} = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

yang **berdistribusi t** dengan derajat bebas **(n-1)**.

Uji bisa berupa uji dua sisi, uji satu sisi kanan atau uji satu sisi kiri.



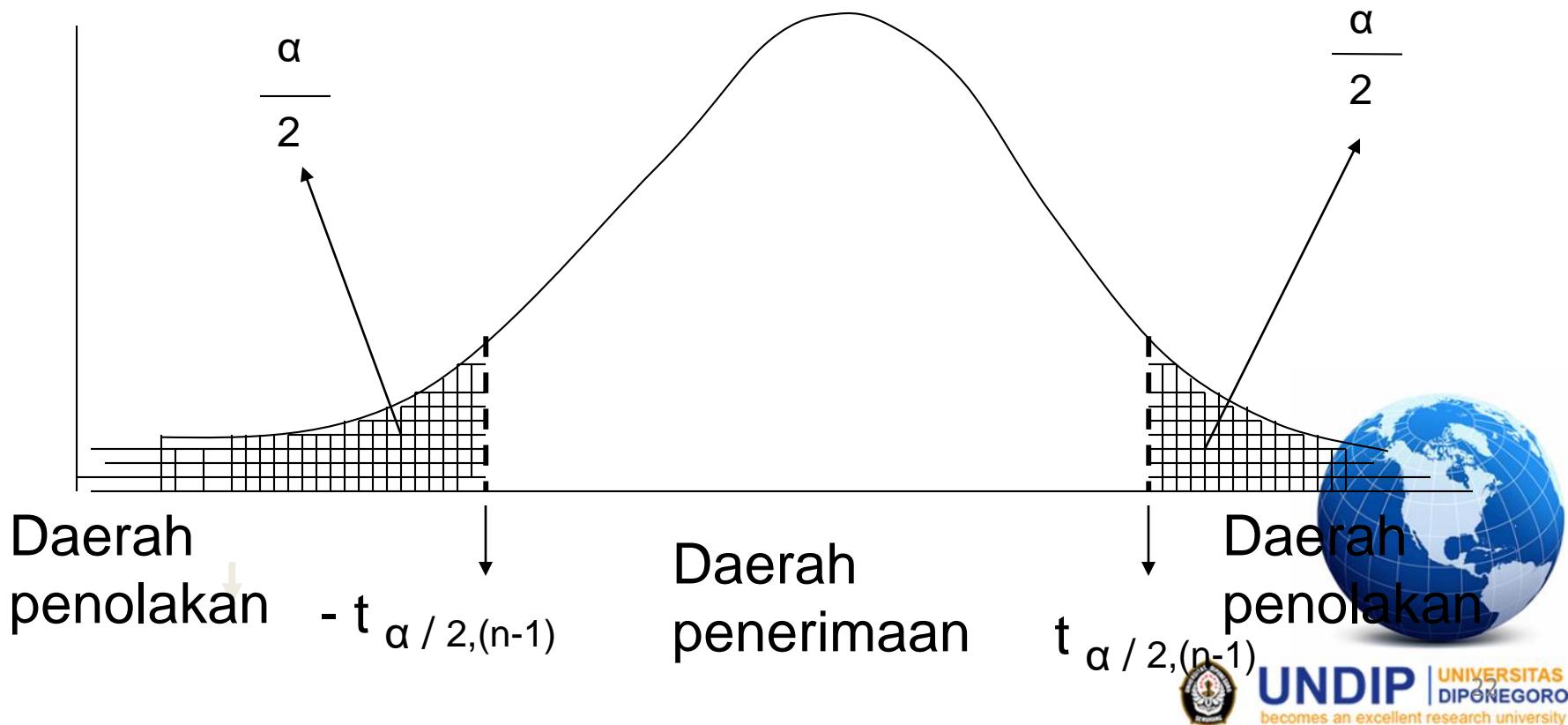
Uji dua sisi

Rumusan hipotesis:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

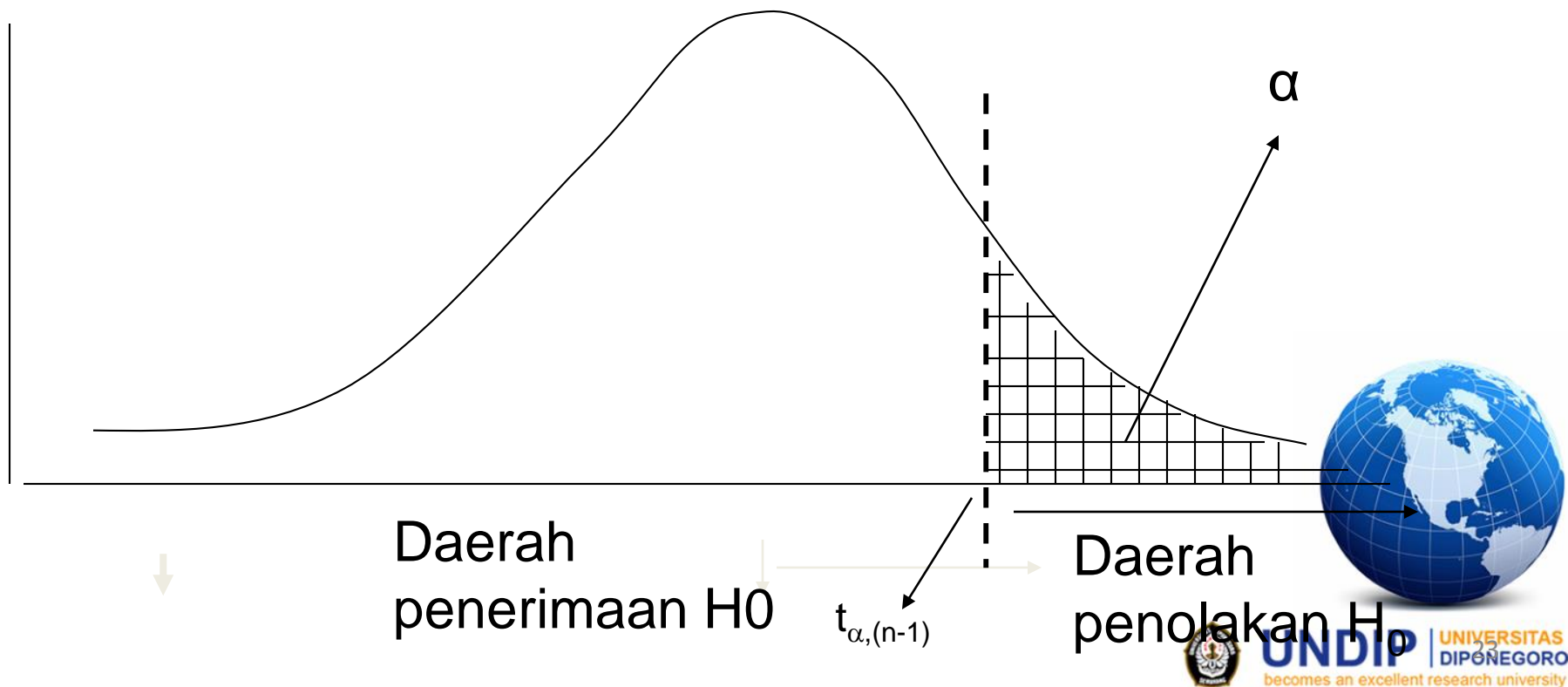
Tolak H_0 jika t_{hit} terletak pada daerah arsir



Uji satu sisi (kanan)

Rumusan hipotesis:

- $H_0 : \mu \leq \mu_0$
 $H_1 : \mu > \mu_0$, tolak H_0 jika t_{hit} terletak pada daerah arsir

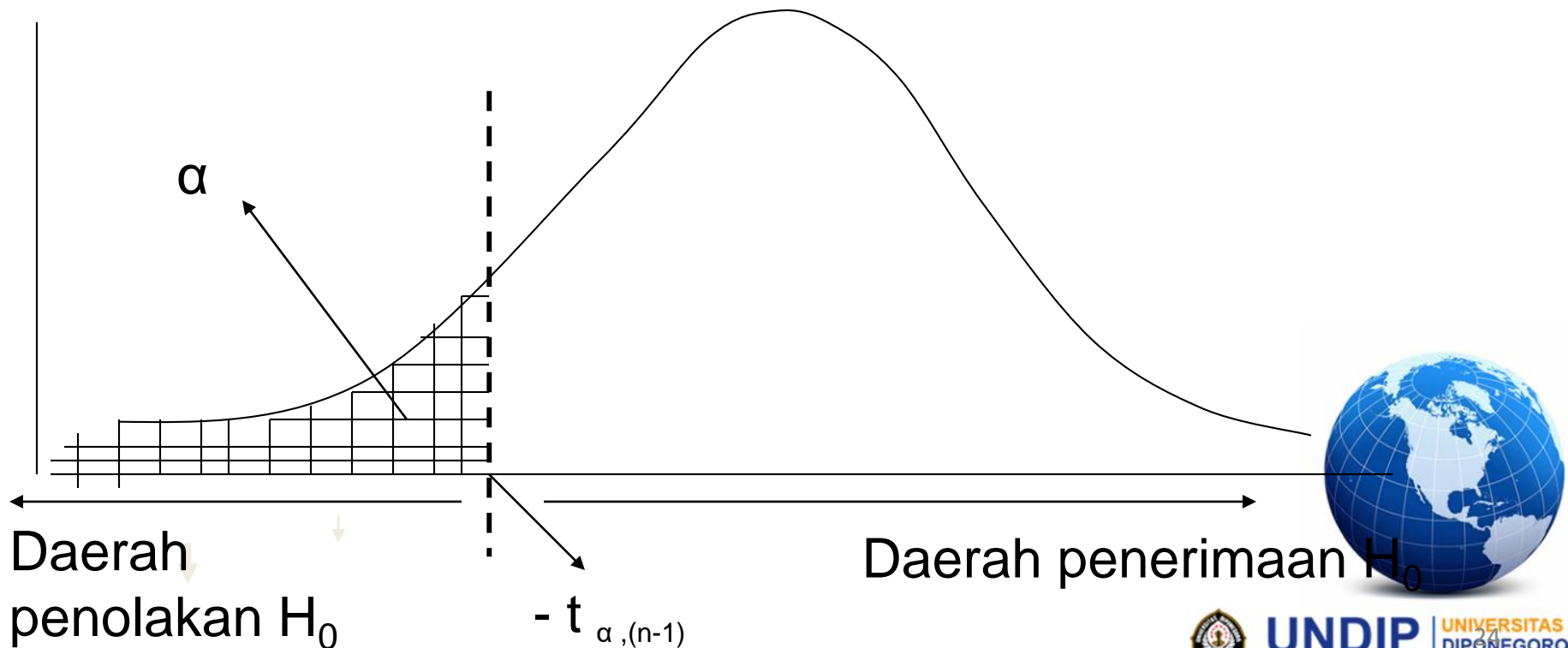


Uji satu sisi kiri

- Rumusan hipotesis:

- $H_0 : \mu \geq \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$ tolak H_0 jika t_{hit} terletak pada daerah arsir



Contoh:

- Mahasiswa Informatika rata-rata belajar mandiri di laboratorium komputer selama 2 jam per hari. Jika dari 15 mahasiswa diperoleh data sebagai berikut:
1.5 2.8 3.6 4.2 5.1 2.9 3.6 4.5 1.6 2.5 2.7 3.5
3.2 4.0 2.8 diasumsikan data berdistribusi normal.
- Tuliskan H_0 dan H_1
- Ujilah dengan $\alpha = 2\%$ dan bagaimana kesimpulannya



penyelesaian

Rumusan hipotesis:

$$H_0 : \mu = 2$$

$$H_1 : \mu \neq 2$$

- Berdasarkan data:
- $n=15, \alpha= 2\%$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{15} (1.5 + 2.8 + \dots + 2.8) = 3.23333$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{15-1} ((1.5 - 3.23333)^2 + (2.8 - 3.23333)^2 + \dots + (2.8 - 3.23333)^2) = 0.995238$$

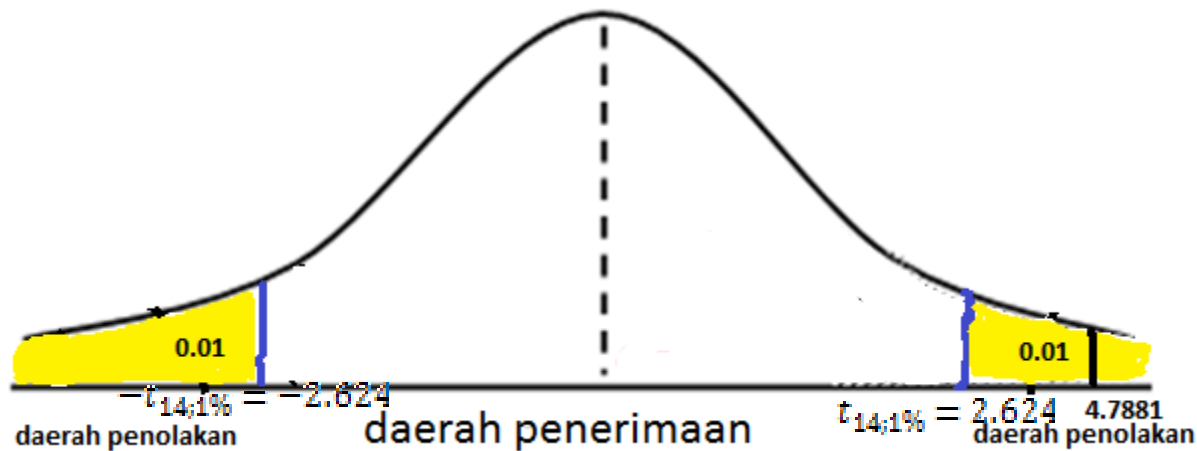
$$S = 0.997616$$

$$T_{hit} = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{3.23333 - 2}{0.997616/\sqrt{15}} = 4.7881$$



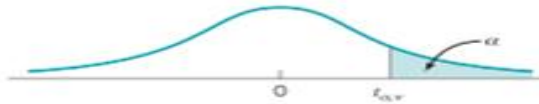
penyelesaian

- Kesimpulan: H_0 ditolak, rata rata mahasiswa informatika belajar mandiri di lab komputer lebih dari 2 jam/hari



Tabel t

Percentage Points of the t Distribution^a



v	α									
	0.40	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32	318.31	636.62
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	23.326	31.598
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.213	12.924
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.265	0.727	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.49	4.019	4.785	5.408
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.20	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.255	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	0.254	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	0.254	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291





Jetima Kasih

