



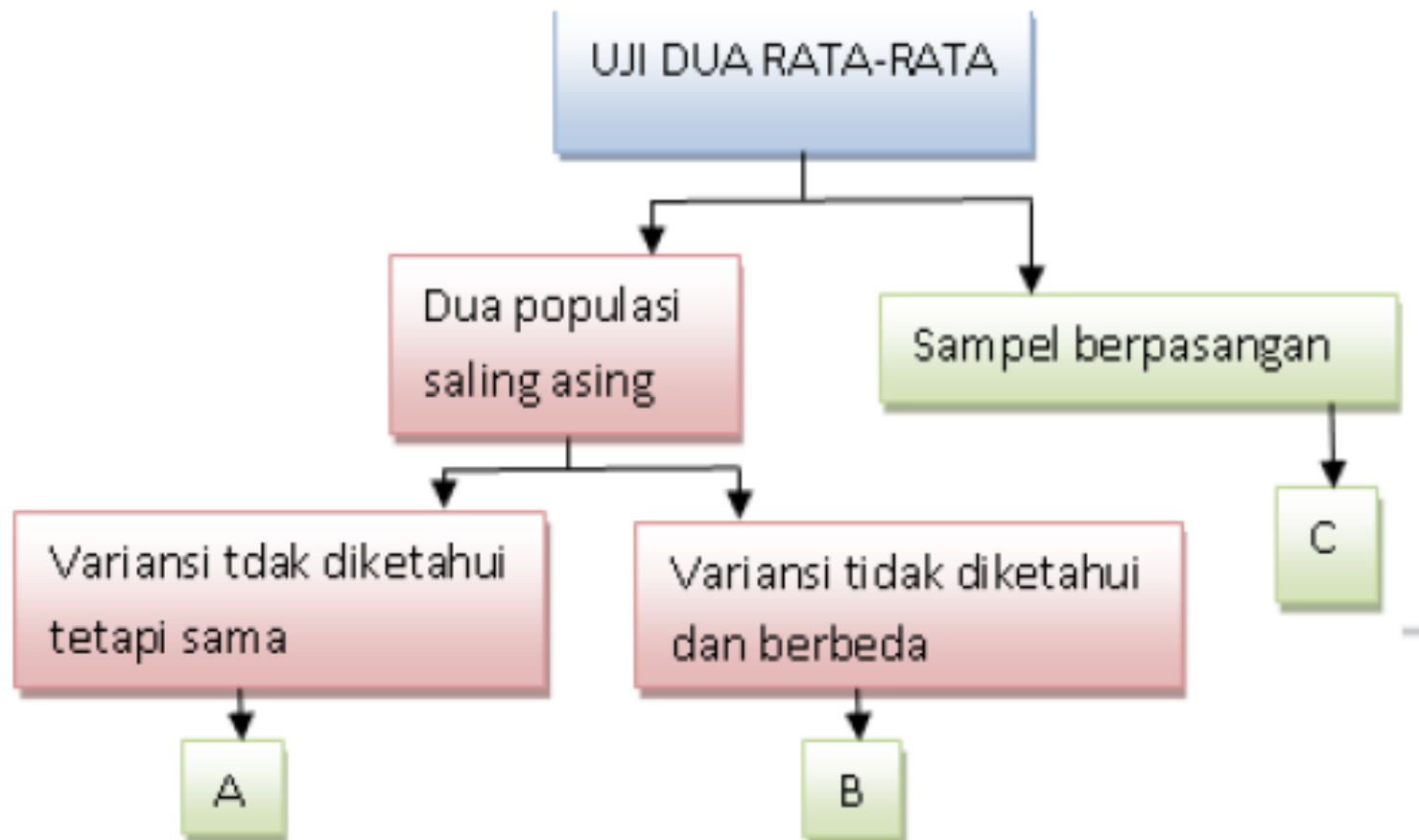
---

# **UJI DUA RATA-RATA**

## **TATIK WIDIHARIH**

---





# DUA POPULASI INDEPENDEN

Populasi I, berdistribusi normal dengan rata-rata  $\mu_1$  dan variansi  $\sigma_1^2$

Sampel

$X_1$   $X_2$   $X_3$  ....  $X_n$

Populasi II, berdistribusi normal dengan rata-rata  $\mu_2$  dan variansi  $\sigma_2^2$

Sampel

$Y_1$   $Y_2$   $Y_3$  ....  $Y_m$



# VARIANSI SAMA (A)

Statistik hitung:

$$t_{hit} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Digunakan tabel T Studden dengan derajat bebas  $n_1 + n_2 - 2$

► Uji dua sisi:

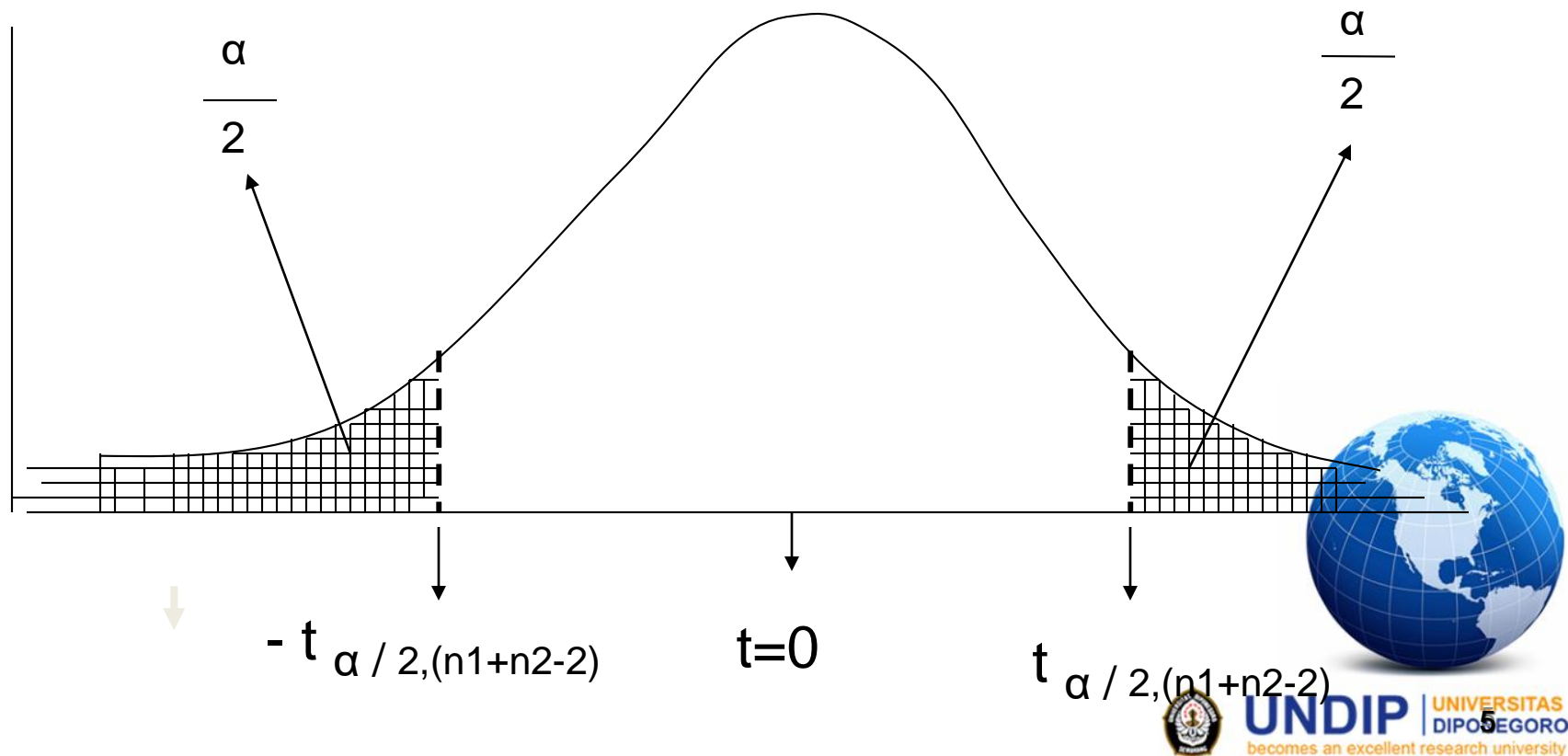
$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$



# Kriteria uji

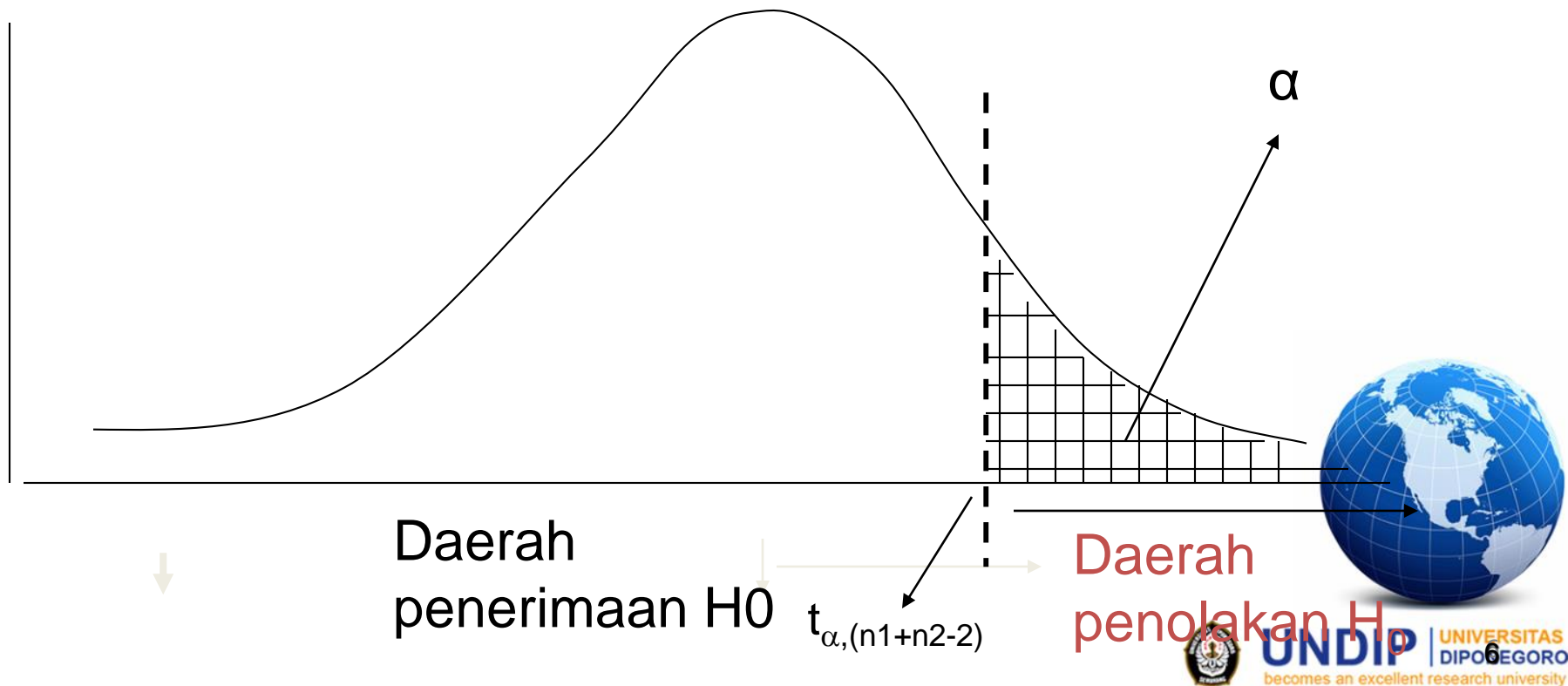
Tolak  $H_0$  jika  $t_{hit}$  terletak pada daerah arsir



# Uji satu sisi (kanan)

Rumusan hipotesis:

- ▶  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$
- ▶  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ , tolak  $H_0$  jika  $t_{\text{hit}}$  terletak pada daerah arsir

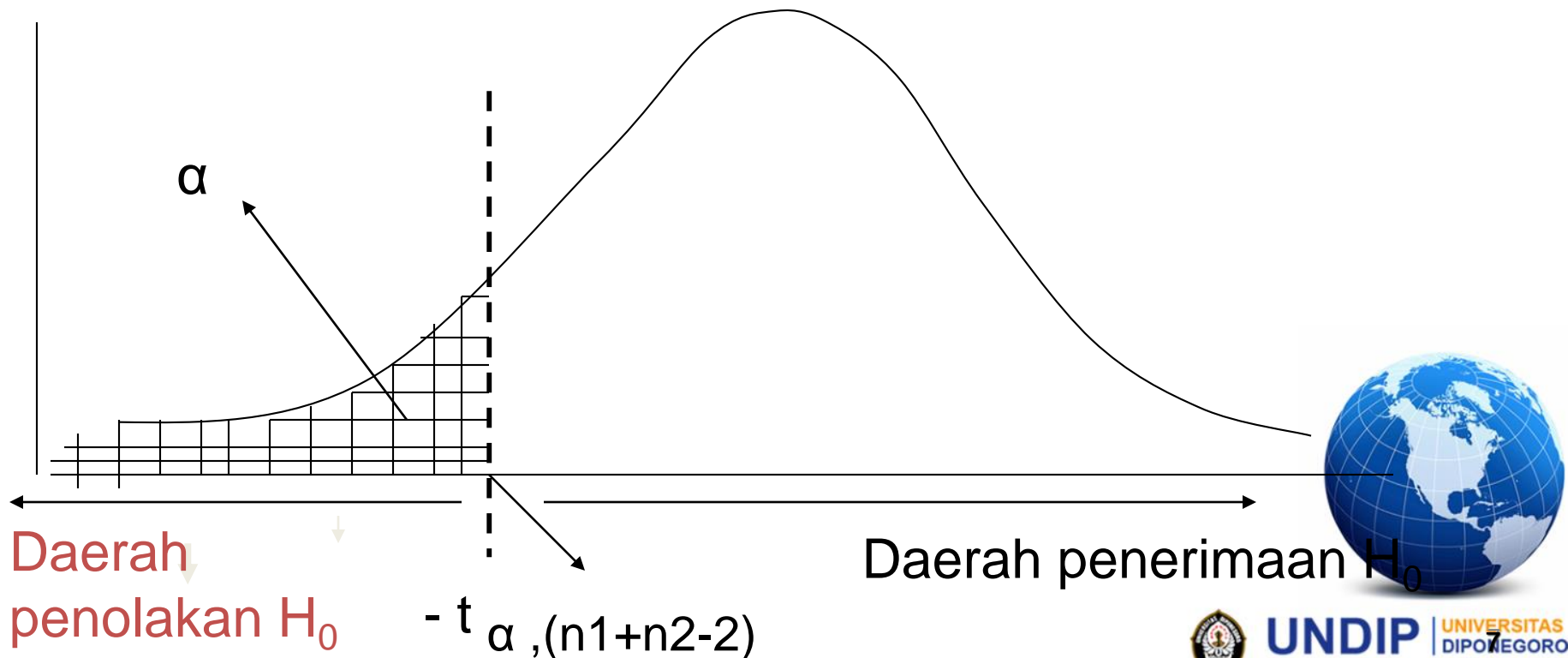


# Uji satu sisi kiri

► Rumusan hipotesis:

►  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$  tolak  $H_0$  jika  $t_{\text{hit}}$  terletak pada daerah arsir



# VARIANSI TIDAK SAMA (B)

Statistik Hitung

$$t_{hit} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Digunakan tabel T Studden dengan derajat bebas  $k$

$$k = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$





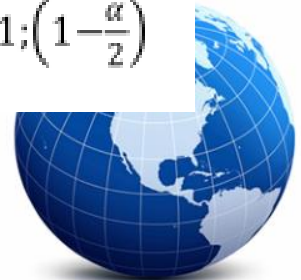
# Pemilihan kondisi A atau B dengan uji kesamaan variansi

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Statistik hitung :

$$F_{hit} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Tolak  $H_0$  Jika:  $F_{hit} \geq F_{n_1-1; n_2-1; \frac{\alpha}{2}}$  atau  $F_{hit} \leq F_{n_1-1; n_2-1; (1-\frac{\alpha}{2})}$



# Contoh 1

Ada dua metode optimasi (1 dan 2) yang akan diuji apakah kedua metode tersebut mempunyai waktu running (dalam menit) yang sama bila digunakan paket R. Diperoleh data waktu running sebagai berikut :

Metode 1	1.54	1.76	1.79	1.51	1.37	1.69	1.71	1.80	1.78	1.61	1.59
Metode 2	1.62	1.48	1.53	1.72	1.29	1.52	1.46	1.39	1.28	1.70	1.53

Bagaimana kesimpulan anda, ujilah dengan  $\alpha=5\%$



# Penyelesaian

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \text{ vs } H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$n_1 = 11, \bar{X}_1 = 1.65 \quad S_1^2 = 0.0192$$

$$n_2 = 11, \bar{X}_2 = 1.5018 \quad S_2^2 = 0.0212$$

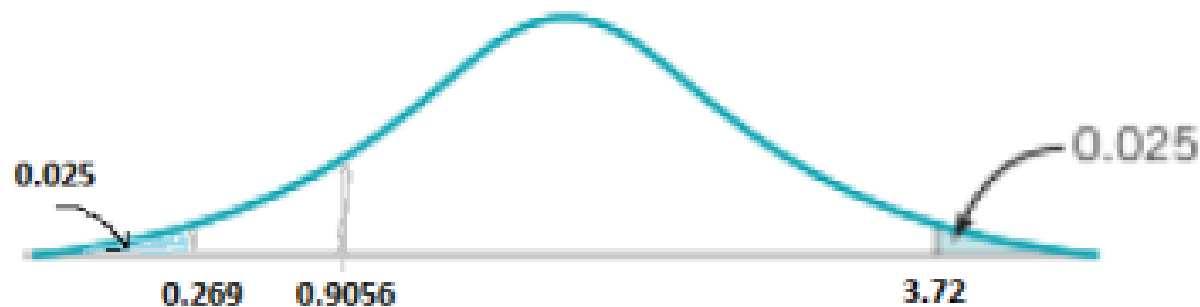
Untuk memilih uji rata-rata menggunakan kondisi A atau B dilakukan uji kesamaan variansi terlebih dahulu.



$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$F_{hit} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0.0192}{0.0212} = 0.9056$$

$$F_{10;10;2.5\%} = 3.72 \text{ dan } F_{10;10;97.5\%} = \frac{1}{3.72} = 0.269$$



Kesimpulan :  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  diterima, sehingga gunakan kondisi A



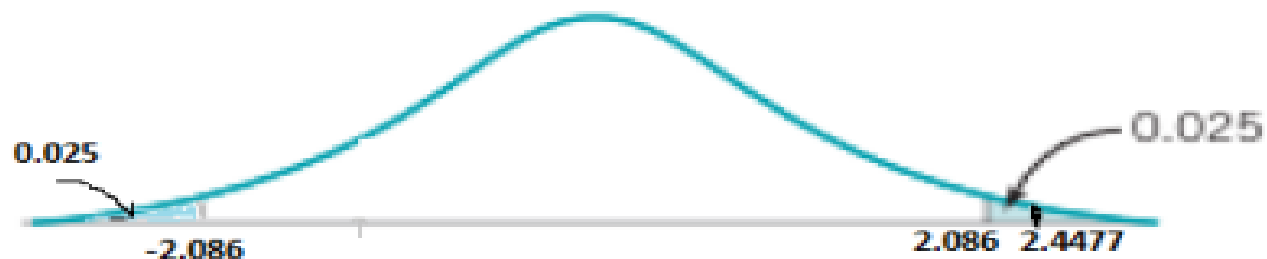
$$t_{hit} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(11-1) \cdot 0.0192 + (11-1) \cdot 0.0212}{11+11-2} = 0.020158$$

$$S_p = \sqrt{0.020158} = 0.14198$$

$$t_{hit} = \frac{1.65 - 1.5018 - 0}{0.14198 \sqrt{\frac{1}{11} + \frac{1}{11}}} = 2.4477$$

$$t_{20, 2.5\%} = 2.086$$



Kesimpulan: tolak  $H_0$  rata-rata waktu running metode 1 lebih lama dari metode 2



# Contoh 2

Dua jenis varitas yaitu lokal dan baru dicobakan untuk diketahui produksinya. Diduga selisih rata-rata produksi varitas baru dengan varitas lokal lebih dari 2 kw, diperoleh data :

Baru	74.94 84.14 68.69 38.60 60.77 68.11 42.99 42.20 64.05 43.90 52.09 68.22 45.77 73.27 52.18 63.98
Lokal	41.33 50.67 43.16 51.11 54.38 47.60 46.60 58.60 46.95 49.27 45.15 51.62 43.82 43.32 50.05 38.74 59.61 53.77 50.50 52.86

bagaimana kesimpulan anda ujilah dengan  $\alpha = 10\%$



# Penyelesaian

$$H_0: \mu_B - \mu_L \leq 2 \text{ vs } H_1: \mu_B - \mu_L > 2$$

$$n_B = 16, \bar{X}_B = 58.66133 \quad S_B^2 = 190.4728$$

$$n_L = 20, \bar{X}_L = 48.9555 \quad S_L^2 = 30.15064$$

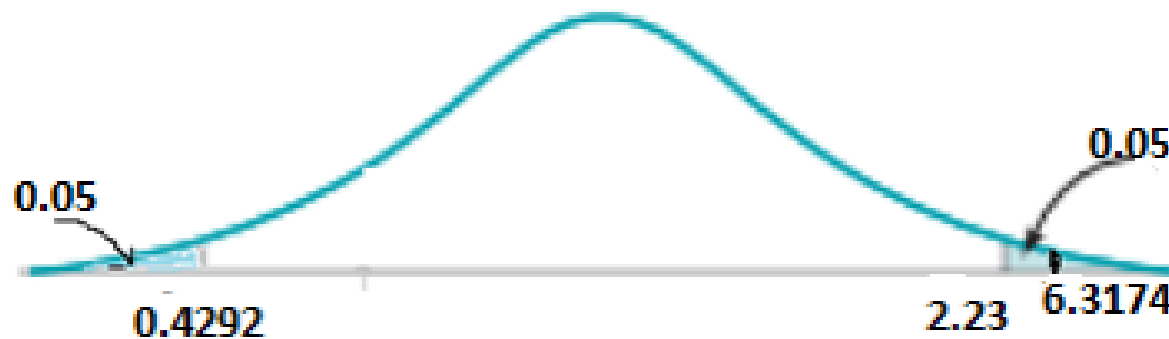
Untuk memilih uji rata-rata menggunakan kondisi A atau B dilakukan uji kesamaan variansi terlebih dahulu.



$$H_0: \sigma_B^2 = \sigma_L^2 \text{ vs } H_1: \sigma_B^2 \neq \sigma_L^2$$

$$F_{hit} = \frac{s_B^2}{s_L^2} = \frac{190.4728}{30.15064} = 6.3174$$

$$F_{15;19;5\%} = 2.23 \text{ dan } F_{15;19;97.5\%} = \frac{1}{F_{19;15;5\%}} = \frac{1}{2.33} = 0.4292$$



Kesimpulan:  $H_0: \sigma_B^2 = \sigma_L^2$  ditolak, sehingga gunakan kondisi B.

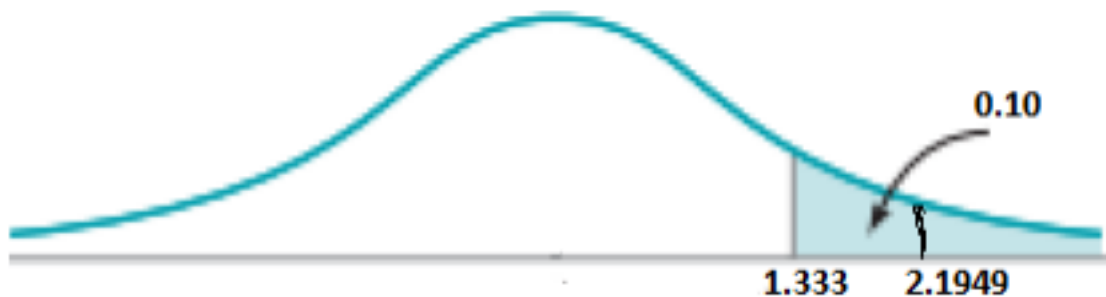




$$t_{hit} = \frac{\bar{X}_B - \bar{X}_L - 2}{\sqrt{\frac{S_B^2}{n_B} + \frac{S_L^2}{n_L}}} = \frac{58.99375 - 48.9555 - 2}{\sqrt{\frac{190.4728}{16} + \frac{30.15064}{20}}} = 2.1949$$

Derajat bebas dari tabel T

$$k = \frac{\left(\frac{S_B^2}{n_B} + \frac{S_L^2}{n_L}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_B^2}{n_B}\right)^2}{n_B - 1} + \frac{\left(\frac{S_L^2}{n_L}\right)^2}{n_L - 1}} = 17.56$$



Kesimpulan:  $H_0$  ditolak, selisih rata-rata produksi varitas baru dengan varitas local lebih dari 2 kw



# UJI BERPASANGAN

Pasangan	1	2	3 .....	n
Pengamatan 1	$X_1$	$X_2$	$X_3$ ....	$X_n$
Pengamatan 2	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$ ....	$Y_n$
$d = X - Y$	$d_1$	$d_2$	$d_3$ ....	$d_n$

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

$$S_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2$$



# Hipotesis dan statistik hitung

$$H_0: \mu_D = d_0 \text{ vs } H_1: \mu_D \neq d_0$$

$$H_0: \mu_D \leq d_0 \text{ vs } H_1: \mu_D > d_0$$

$$H_0: \mu_D \geq d_0 \text{ vs } H_1: \mu_D < d_0$$

Statistik hitung:

$$t_{hit} = \frac{\bar{d} - d_0}{S_D / \sqrt{n}}$$

dibandingkan dengan tabel T Studdent dengan derajat bebas  $n-1$



# Contoh 3

Suatu program diet baru dapat menurunkan berat badan lebih dari 1,0 kg selama 2 minggu. Diasumsikan berat badan berdistribusi normal, dan dari 10 orang yang mengikuti program ini diperoleh data berat badan sebagai berikut:

pasangan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sebelum	58.5	60.3	61.7	69	64	62.6	56.7	72.3	69.4	70.5
sesudah	55.2	59.3	55.2	72.9	57.2	60.2	54.5	69.1	65.3	67.2

bagaimana kesimpulan anda ujilah dengan  $\alpha = 5\%$



# Penyelesaian

pasangan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sebelum	58.5	60.3	61.7	69	64	62.6	56.7	72.3	69.4	70.5
sesudah	55.2	59.3	55.2	72.9	57.2	60.2	54.5	69.1	65.3	67.2
d	3.30	1.00	6.50	-3.9	6.80	2.40	2.20	3.2	4.10	3.3

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 2.89$$

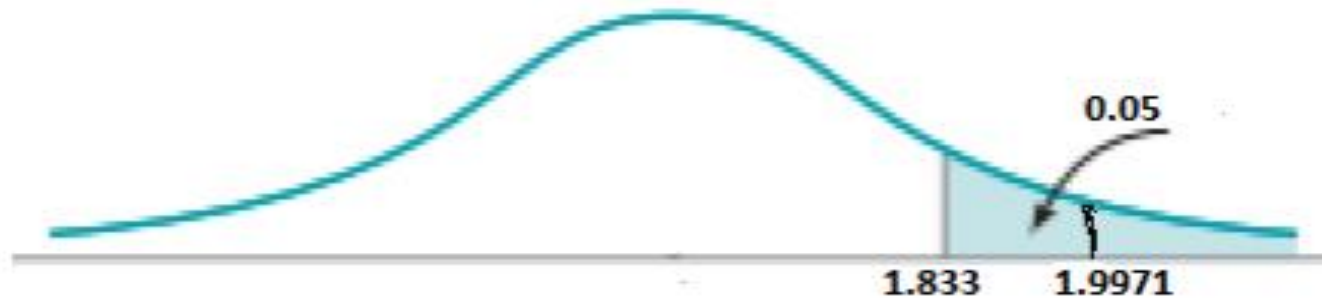
$$s_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2 = 8.9566$$



$$H_0: \mu_D \leq 1 \text{ vs } H_1: \mu_D > 1$$

$$t_{hit} = \frac{\bar{d} - d_0}{s_D / \sqrt{n}} = \frac{2.89 - 1}{2.9928 / \sqrt{10}} = 1.9971$$

$$t_{9;5\%} = 1.833$$



Kesimpulan:  $H_0$  ditolak, Suatu program diet baru dapat menurunkan berat badan lebih dari 1,0 kg selama 2 minggu





# *Jetima Kasih*

