9. Übung

Samstag, 29. Juni 2024 13:17

Aufgabe 1

1. $y[n] = x[n] + x[n-1] - x[n-2] - x[n-3]$

   $h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] - \delta[n-2] - \delta[n-3]$

2. FIR-System, da für alle Werte $n > 3$ die Impulsantwort 0 und somit endlich ist.

3. a) periodische Signale : DFT

   b) zeitlich begrenzte Signale : FTA

4. Fequenzgang $\hat{=}$ DFT von Impulsantwort $h[t]$

   $$h(t) = H(j\omega)$$

   $$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

5. Sind $x(t)$ und $y(t)$ reellwertig, so muss auch $h(t)$ reellwertig sein

8. Ja, weil wir bei endlichen Signalen von periodischen Spektren ausgehen

9. Vorgänge sind größtenteils identisch, oder nur die periodendauer ist anders

Aufgabe 2.

a) exponentielles Glättungsfilter $\hat{=}$ rückgekoppeltes Filter 1. Ordnung

$$y[n] = b_0 \; x[n] + c \cdot y[n-1]$$

$b_0 \hat{=}$ Multiplizieren d. Eingangssignals $x[n]$ mit Faktor b_0

$y[n-1] \hat{=}$ Verzögern d. Ausgangssignals

$c \hat{=}$ multiplizieren d. verzögerten Ausgangs-signals $y[n-1]$ mit Faktor c

$\oplus \hat{=}$ Addition mit dem Ausgangssignal $b_0 x[n] + c \cdot y[n-1)$

unendlich lange Impulsantwort $\Rightarrow$ IIR

b) $b_0 = \frac{1}{2^k}$ k- Shift Operation anstatt Multiplikation

c) $y[n] = b_0 \cdot x[n] + (1-b_0) \cdot y[n-1]$

d) $y[n] = b_0 \cdot x[n] + (1-b_0) \cdot y[n-1]$

$Y(z) = b_0 \cdot X(z) + c \cdot Y(z) \cdot z^{-1}$ $\quad | -c \cdot z^{-1} \cdot Y(z)$

d) $y[n] = b_0 \cdot x[n] + (1-b_0) \cdot y[n-1]$

$$Y(z) = b_0 \cdot X(z) + c \cdot Y(z) \cdot z^{-1} \qquad | - c \cdot z^{-1} \cdot Y(z)$$

$$Y(z) - c\, z^{-1} \cdot Y(z) = b_0 \, X(z)$$

$$Y(z)(1 - c \cdot z^{-1}) = b_0 \, X(z) \qquad | : (1 - c \cdot z^{-1}) \quad | : X(z)$$

$$H(z) = \frac{b_0}{1 - C \cdot z^{-1}}$$

e)

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{b_0}{1 - c \cdot e^{-j\Omega}}$$

f)

$$|H(e^{j\Omega})| = \sqrt{H(e^{j\Omega}) \cdot H(e^{j\Omega})^*}$$

$$= \sqrt{\frac{b_0}{1 - C \cdot e^{-j\Omega}} \cdot \frac{b_0}{1 - c \cdot e^{j\Omega}}}$$

$$= \sqrt{\frac{b_0^2}{1 - c \cdot e^{j\Omega} - C \cdot e^{-j\Omega} + c^2 e^{-j\Omega + j\Omega}}}$$

$$= \sqrt{\frac{b_0^2}{c^2 - 2c\cos(j\Omega) + 1}}$$

$$= \frac{b_0}{\sqrt{c^2 - 2c\cos(j\Omega) + 1}}$$

Aufgabe 3.

a) $x[n] \rightarrow \boxed{h_1[n] + h_2[n]} \rightarrow y[n]$

Impulsantworten können addiert werden

$h_1 = \{-1, 1, -1, 1\}$ $\qquad h_2 = \{2, -2, 2\}$

$h = \{1, -1, 1, 1\}$

b)

$$H_1(z) = \{-1; 1; -1; 1\} \,(\cdot z)$$

$$= -1 \cdot z^0 + 1 \cdot z^1 - 1 \cdot z^2 + 1 \cdot z^3$$

$$= -1 + z^{-1} - z^{-2} + z^{-3}$$

$$H_2(z) = \{2; -2; 2\} \cdot z$$

$$= 2 \cdot z^0 - 2 \cdot z^{-1} + 2 \cdot z^{-2}$$

$$= 2 - 2 \cdot z^{-1} + 2 \cdot z^{-2}$$

$$H(z) = \{1, -1, 1, 1\} \cdot z$$

$$= 1 z^0 - 1 \cdot z^{-1} + 1 \cdot z^{-2} + 1 \cdot z^{-3}$$

$$= 1 - z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$$

c) Es ist egal ob ich im Zeit oder Frequenzbereich die Impulsantwort des gesamt systems berechnen beides ist eine einfache addition.