

4. Übung

Dienstag, 30. April 2024

12:25

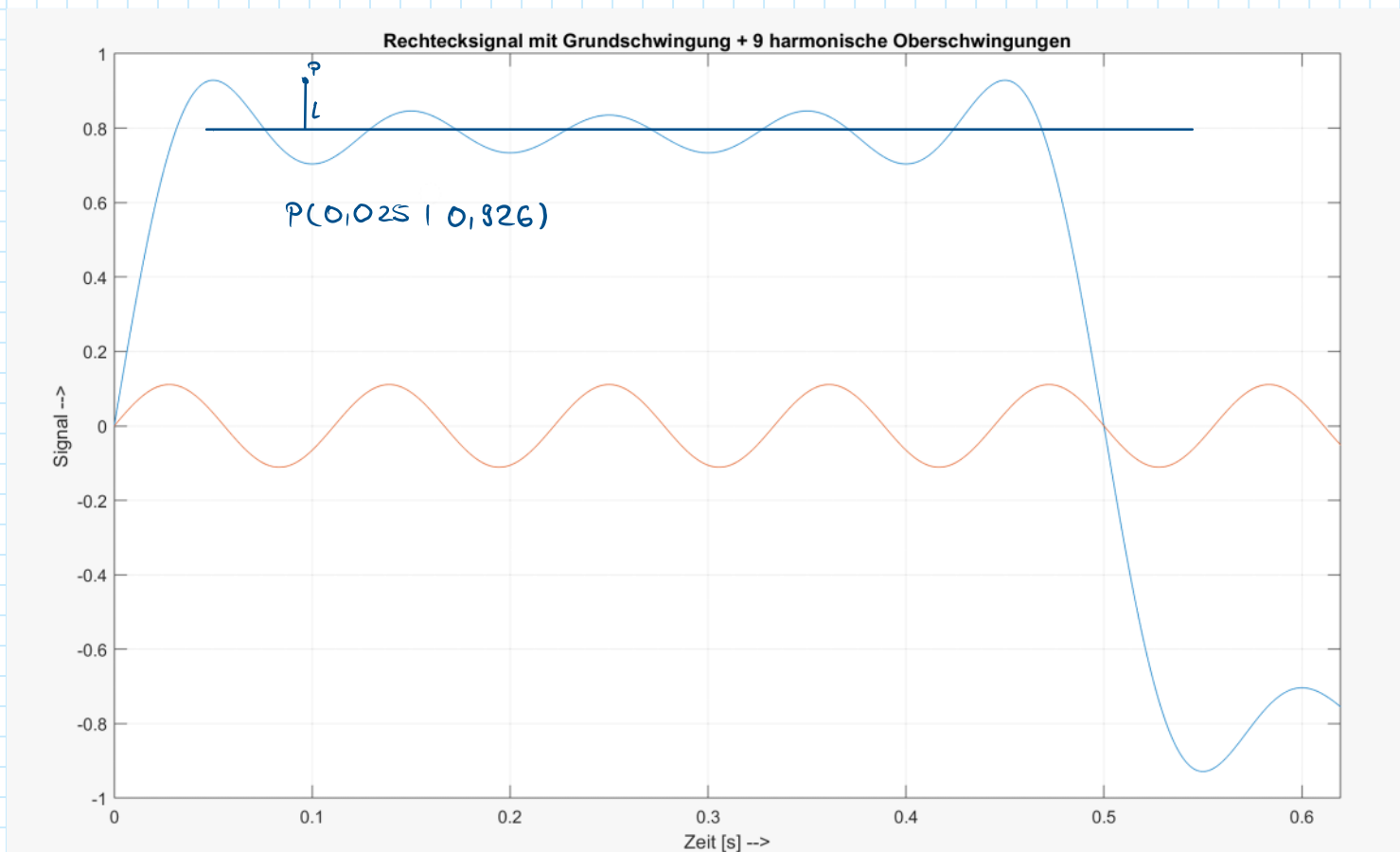
Aufgabe 1

- b) Beide Darstellungen sind identisch, da sie verlustfrei ineinander umwandelbar sind.

Aus Basis von $\sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j}$

- c) Der Überschwinger berechnet sich aus

$$0,926 - 0,800 = 0,126$$

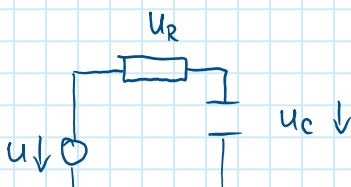


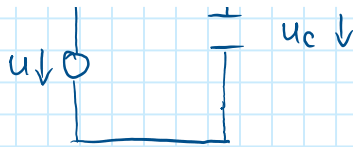
- d) mit mehr harmonischen Überschwüngen, kommen nur immer mehr Schwingungen hinzu, aber die Höhe der Überschwüngen bleibt gleich

die Anzahl der Überschwüngen erhöht sich linear zur Ordnung

Aufgabe 2

a)





Maschenregel:

$$\begin{aligned}
 U(s) &= U_R(s) + U_C(s) \\
 &= R \cdot I(s) + U_C(s) \\
 &= R \cdot C \cdot s U_C(s) + U_C(s) \\
 &= U_C(s) (R \cdot C s + 1)
 \end{aligned}$$

$$U_C(s) = \frac{1}{RCs+1} \cdot U(s)$$

$$H(s) = \frac{1}{RCs+1}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{RCj\omega + 1}$$

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \cdot H(j\omega_m) e^{j\omega_m t} \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega_m t}}{(j2\pi m) \cdot (RCj\omega_m + 1)} \quad , \quad m = 2i+1
 \end{aligned}$$

b) Periodendauer $T_p = 1 \text{ s}$

c) Widerstand $R = 1000 \, \Omega = 1 \text{ k}\Omega$

Kondensator $C = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ F} = 15 \text{ mF}$

d) freqs (A,B,C) : zeichnet ein Bodediagramm für einen bestimmten Frequenzgang / Übertragungsfunktion (bildet die Frequenzantwort)

$A = [1]$ Zähler \rightarrow Koeffizientenvektor

$B = [R \cdot C \quad 1]$ Nenner \rightarrow Koeffizientenvektor

$C = \text{logspace}(-2, 3)$ \rightarrow vektor mit logarithmischen Werten zum Zeichnen des Frequenzgangs im Bodediagramm

e) Warum ist es ausreichend die Summe über eine endliche Anzahl an Oberwellen zu bestimmen.

- um ein Rechtecksignal relativ gut anzunähern, verwendet man ein relativ großes N (hier 1001), damit wird das Rechtecksignal gut approximiert und damit kann die Sprungantwort / Ausgangssignal gut simuliert werden
- je größer N desto kleiner die Überschüsse, desto besser

Kann die Sprungantwort / Ausgangssignal gut simuliert werden
 - je größer N desto kleiner die Überschwinger, desto besser die Approximation der Sprungantwort

f) Die Summe wird nicht von 0 bis N bestimmt, da:

$$\frac{1}{2j\omega} \text{ für } \omega=0, \frac{1}{2j \cdot 0} \Rightarrow \text{nicht definiert} \Rightarrow \text{kann nicht geplottet werden}$$

g) Bei $N < 21$ beginnt die Simulation immer schlechter zu werden (Keine saubere Kurve bei $y(t)$)

Frequenz fehlt noch

h) Für $n = 1001$, $R = 1000 \Omega$, $T = 1s$

$$f_0 = 1 \text{ Hz}$$

$$f_g = 1061 \text{ Hz}$$

Für $n = 11$, $R = 1000 \Omega$, $T = 1s$

$$f_0 = 1 \text{ Hz}$$

$$f_g = 1.061 \text{ Hz}$$

$$v = \frac{1}{1.061} = 0.94$$

Keine Veränderung

Bei $N < 201$ beginnt die Simulation immer schlechter zu werden (Keine saubere Kurve bei $y(t)$)

Für $n = 1001$, $R = 100 \Omega$, $T = 1s$

$$f_0 = 1 \text{ Hz}$$

$$f_g = 106.103 \text{ Hz} = 10.6103 \text{ kHz}$$

$$v = \frac{1}{10.6103} = 0.094$$

Für $n = 1001$, $R = 1000 \Omega$, $T = 5s$

$$f_0 = 0.2 \text{ Hz}$$

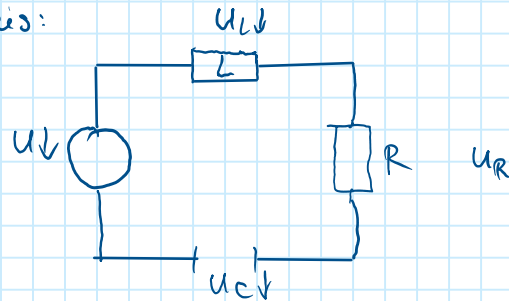
$$f_g = 1.061$$

$$v = \frac{0.2}{1.061} = 0.19$$

$$v = \frac{0,2}{1,061} = 0,19$$

Aufgabe 3:

Reihen-Schwingkreis:



$$U_L = L \cdot s \cdot I(s)$$

$$I_C = C s U(s)$$

$$\begin{aligned} U(s) &= U_L(s) + U_C(s) + U_R(s) \\ &= L \cdot s \cdot I(s) + U_C(s) + R \cdot I(s) \\ &= L \cdot C \cdot s^2 U_C(s) + U_C(s) + R \cdot C \cdot s \cdot U(s) \\ &= U_C(s) (LC \cdot s^2 + RCs + 1) \end{aligned}$$

$$U_C(s) = \frac{1}{LC \cdot s^2 + RCs + 1} U(s)$$

$$H(s) = \frac{1}{LC \cdot s^2 + RCs + 1}$$

$$s = j\omega$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{-L \cdot C \cdot \omega^2 + R \cdot C \cdot j\omega + 1}$$

Koeffizienten Rechtecksignal

$$C_m = \begin{cases} 1/2j\omega & \text{für } m \text{ gerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Ausgangssignal $y(t)$ für Rechtecksignal

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \cdot H(j\omega_m) \cdot e^{j\omega_m t} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \cdot \frac{1}{-L \cdot C \cdot \omega_m^2 + R \cdot C \cdot j\omega_m + 1} \cdot e^{j\omega_m t} \end{aligned}$$

Ausgangssignal $y(t)$ für Sägezahn

$$y(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \cdot \frac{1}{-2C \cdot \omega_0^2 m^2 + R \cdot C j \omega_0 m + 1} \cdot e^{j m \omega_0 t}$$

$$c_m = \begin{cases} 1/jm^2 & m = \text{gerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \cdot e^{j m \omega_0 t}$$

Aufgabe 4:

$$x_n = 2^{\frac{n-1}{12}} \cdot 440 \text{ Hz} \quad \Delta \text{ Frequenz für Ton auf der 1. Stufe}$$

$$\frac{h_0}{x_0} = \frac{h_n}{x_n}$$

$$h_n = h_0 \cdot \frac{x_n}{x_0}$$

$$= 1 \cdot \left(h_0 \cdot \frac{x_n}{x_0} - h_0 \right)$$

\Rightarrow gute Näherung, es fehlt ein logarithmischer / nicht linearer Anteil

h₀ f[#]
f[#]
g[#]
a[#]
b[#]
c[#]
d[#]
e