8. Übung

Dienstag, 18. Juni 2024 11:51

Aufgabe 1)

a) $x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$

b)

n	0	1	2	3	4	5
$x[n]$	1	−1	0	0	−1	1
$h[n]$	1	2	2	1	0	0

$$y[0] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[0-k]$$
$$= 1\cdot 1 - 1\cdot 0 - 1\cdot 0 + 1\cdot 0$$
$$= 1$$

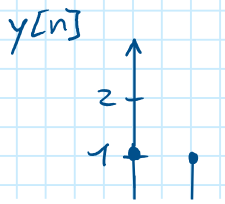
$$y[1] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[1-k]$$
$$= 1\cdot 2 - 1\cdot 1 + 0\cdot 0 + 0\cdot 0 - 1\cdot 0 + 1\cdot 0$$
$$= 2 - 1 = 1$$

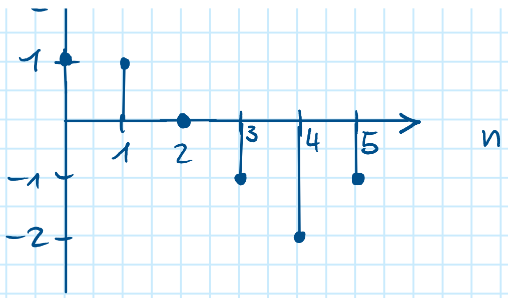
$$y[2] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[2-k]$$
$$= 1\cdot 2 - 1\cdot 2 + 0\cdot 1 + 0\cdot 0 - 1\cdot 0 + 1\cdot 0$$
$$= 2 - 2 = 0$$

$$y[3] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[3-k]$$
$$= 1\cdot 1 - 1\cdot 2 + 0\cdot 2 + 0\cdot 1 - 1\cdot 0 + 1\cdot 0$$
$$= 1 - 2 = -1$$

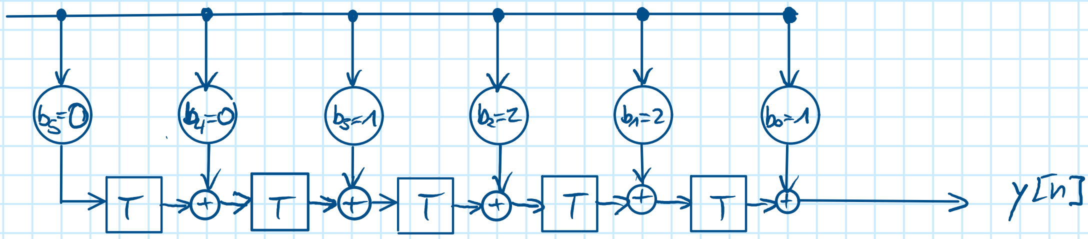
$$y[4] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[4-0]$$
$$= \cancel{1\cdot 0} - 1\cdot 1 + \cancel{0\cdot 2} + \cancel{0\cdot 2} - 1\cdot 1 + \cancel{1\cdot 0}$$
$$= -1 - 1 = -2$$

$$y[5] = \sum_{k=0}^{5} x[k] \cdot h[5-k]$$
$$= \cancel{1\cdot 0} - \cancel{1\cdot 0} + \cancel{0\cdot 1} + \cancel{0\cdot 2} - 1\cdot 2 + 1\cdot 1$$
$$= -2 + 1 = -1$$

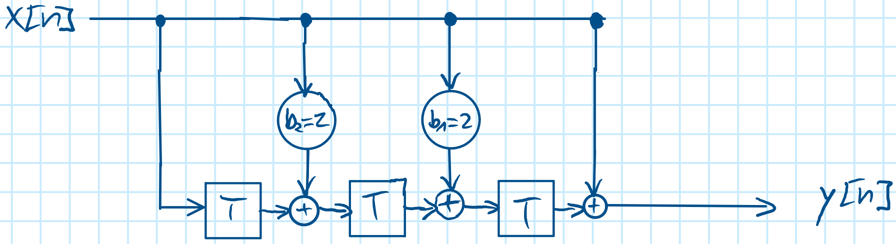




c)



d)



b_5 und b_4 sind 0, sprich es wird mit 0 multipliziert, d.h. man kann es auch weg lassen, da die werte nur addiert werden

b_0 und b_3 sind 1, sprich es wird mit 1 multipliziert, d.h. es wird das Signal einfach so weitergeben, es können sich die Multiplikatoren gespart werden

e) Es muss gelten $a_0 \le \frac{M_y}{M_x}$ mit $a_0 = \sum_{k=0}^{N-1} |h[k]|$

Multipliziere ich nun mein $h[k]$ mit a_0, so bekomme ich immer werte innerhalb eines bestimmten Wertebereichs.

f)
$$y[n] = \sum_{k=0}^{N} b_k \cdot x[n-k] \cdot \frac{1}{a_0}$$

$$b_k = a_0 \cdot h[k]$$

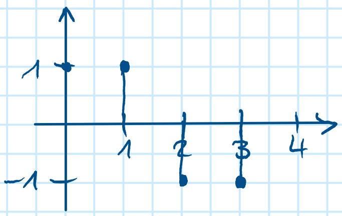
a_0 ist ein Faktor mit dem wir den Wertebereich erweitern wollen , z.B. wenn unser Signal ein 16 Bit Zahl ist, dann ist es möglich, das ich meine $h[n]$ mit a_0 multipliziere um damit den Wertebereich zu erweitern* Damit nun ende $y[n]$ auch eine 16-Bit-zahl ist, müssen wir das Signal mit $1/a_0$ multiplizieren. Dadurch hat $y[n]$ den selben Wertebereich wie $x[n]$, aber dadurch, das wir den Wertebereich erweitern, kann es zu Übertragungsfehlern kommen, da die Zahl eigentlich größer als der Wertebereich ist und so Informationen verloren gehen können.

*($a_0 = 2^{16} \rightarrow$ Erweiterung auf 32-Bit)

*($a_0 = 2^{16} \rightarrow$ Erweiterung auf 32-Bit)

Aufgabe 2.

a)
$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k] \cdot x[n-k]$$
$$= 1 \cdot x[n] + 1 \cdot x[n-1] - 1 \; x[n-2] - 1 \; x[n-3]$$
$$\hat{=} \; h[0] \; x[n] + h[1] \; x[n-1] + h[2] \cdot x[n-2] + h[3] \circ x[n-3]$$



b) Das hier vorliegende System ist ein FIR, da keine Rückkopplung vorhanden ist und es somit auch eine endliche Impulsantwort hat.

Aufgabe 5)

a)
$$N = F_S \cdot T_D$$
$$= 24000 \frac{1}{\cancel{s}} \cdot 10 \cancel{s}$$
$$= 240\,000$$

b)
$$T = \frac{1}{f_0}$$
$$= \frac{1}{1000} s$$

$$N = F_S \cdot T$$
$$= 24000 \frac{1}{\cancel{s}} \cdot \frac{1}{1000} \cancel{s}$$
$$= 24$$

c)
$$x[n] = 2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot T)$$
$$= 2 \cdot \cos(2\pi n)$$

d) Die Musik wurde zunächst mit einer Frequenz von 24kHz abgetastet, dabei hat unser Signal eine Grundschwingung von 1kHz. Verdoppelt man nun die Abtastfrequenz, sprich man tastet doppelt so schnell ab, so verdoppelt sich auch die Grundfrequenz f_0 auf 2kHz. Damit wird die Musik doppelt so schnell abgespielt.

$$T_D = \frac{240000}{48000} s$$

$$T_D = \frac{240000}{48000} \, s$$

$$= 5 \, s$$

$$p = \frac{240000}{24} = 10000 \quad [\text{Perioden}]$$

$$T_p = \frac{T_D}{p}$$

$$= \frac{5 \quad s}{10000}$$

$$f_0 = \frac{1}{T_p}$$

$$= 2000 \; Hz$$

e)

f) $$T = \frac{1}{F_S}$$

$$= \frac{1}{12000} \, s$$

$$\frac{\cancel{\pi}}{15} \cdot \cancel{n} = 2\cancel{\pi} \cdot f_0 \cdot \cancel{n} \cdot T$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot 15 \cdot T}$$

$$= \frac{12000}{30 \quad s}$$

$$= 400 \; Hz$$

$$m = 400$$

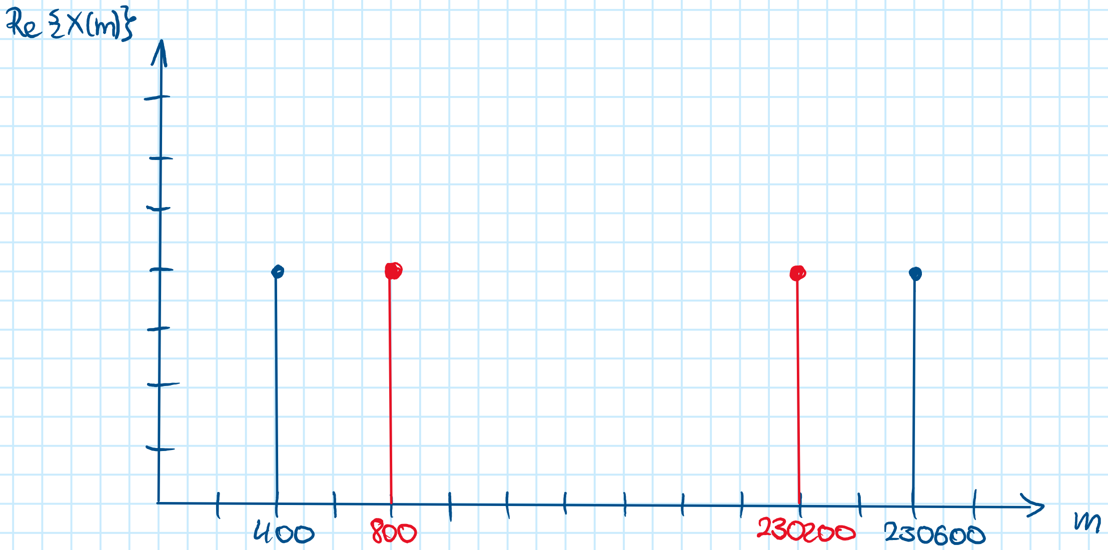
$$N = F_S \cdot T_D$$

$$= 12000 \, \frac{1}{s} \cdot 20 \, s$$

$$= 240000$$

$$m_{-1} = 240000 - 400$$

$$= 230600$$



$$T = \frac{1}{f_s}$$

$$= \frac{1}{24000}\,s$$

$$\frac{\pi}{15} \cdot \cancel{n} = 2\cancel{\pi} \cdot f_0 \cdot \cancel{n} \cdot T$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot 15 \cdot T}$$

$$= \frac{24000}{30\,s}$$

$$= 800\ Hz$$

Die Ergebnisse unterschieden sich zum einen darin, das die „peeks" an anderen zu finden sind bei (1) bei 400 Hz und (2) bei 800 Hz. Dadurch, dass aber die Musik mit einer Abtastfrequenz von 24 kHz abgetastet wurde und dann mit 12 kHz ausgibt, scheint es so, das die Funktion eine kleinere Grundfrequenz hat. Geben wir die Musik jedoch mit den 24 kHz aus, mit denen wir aufgenommen haben, so hat unsere Musik die selbe Frequenz wie zur Aufnahme und wird in „normaler" Geschwindigkeit abgespielt. Die mit 12 kHz dann hingegen nur halb so schnell.