

Grado en Ingeniería del Software

Investigación Operativa

Práctica 2

Teoría de Colas y Simulación

Grupo O

Raúl Hernández del Amo

Víctor Alfonso Pajuelo Aguirre

Carlos Palomares Becerra

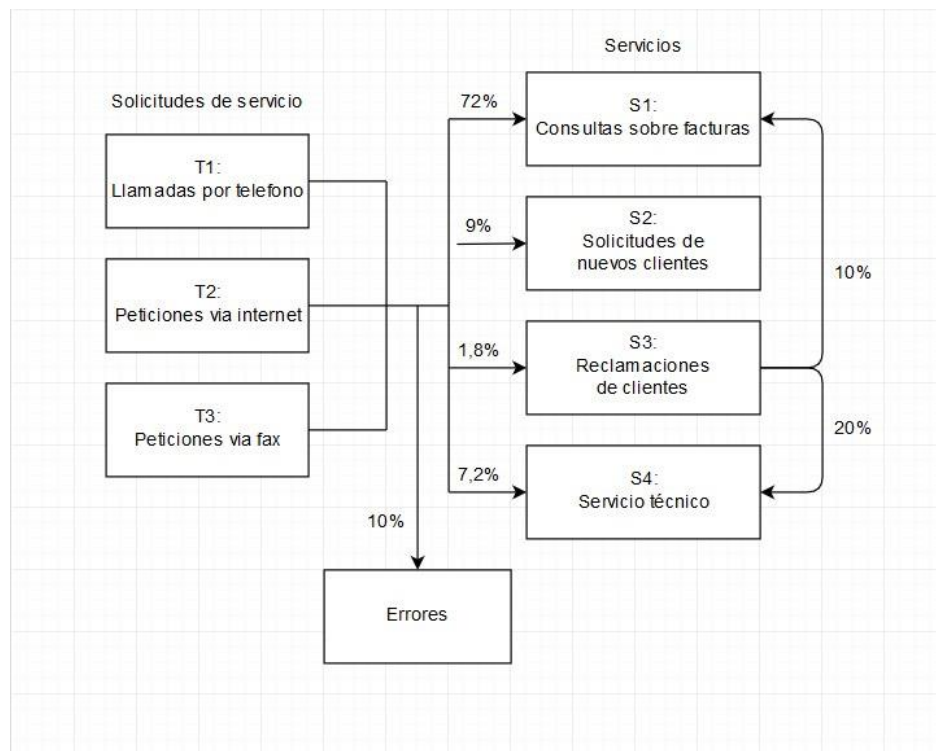
Índice

1. Descripción del escenario	1
2. Descripción del modelo	3
2.1. Ecuaciones de tráfico	3
2.2. Fórmulas utilizadas.....	3
3. Resultados obtenidos	5
3.1. Tasa de uso de cada servidor	5
3.2. Tiempo medio de espera en cada servidor.....	5
3.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de petición y general	5
4. Modelo de simulación	6
5. Descripción del experimento.....	6
6. Análisis y comparación de resultados	7

1. Descripción del escenario

Una empresa de telecomunicaciones quiere implantar un nuevo sistema de atención al cliente. La empresa pretende alcanzar como máximo una tasa de uso del 85%. Para ello, deberá tener en cuenta los servidores que va a utilizar, con sus respectivas tasas de llegada y de servicio y la relación que existirá entre ellos.

La relación entre los servidores se representa en el siguiente diagrama:



El escenario presenta tres servidores de solicitud de servicio (T1, T2 y T3), representando estos la gestión de llegada de peticiones a través de diferentes vías (teléfono, Internet y fax respectivamente). A continuación, y tras eliminar las peticiones con errores, que supondrán un 10% del total, se derivarán a los diferentes servidores de servicios (S1, S2, S3 y S4). Cada uno de los servidores de servicio se encargará de un tipo de petición en concreto (consultas sobre facturas, solicitudes de nuevos clientes, reclamaciones de clientes y servicio técnico respectivamente). A esto le añadimos que tras ser procesadas las peticiones del servidor S3, un 10% se derivan al servidor S1 y otro 20%, al servidor S4.

Para poder realizar los cálculos pertinentes en nuestro modelo el escenario plantea los siguientes datos.

Servidor	Tasa de llegada (peticiones/min)
T1	15
T2	20
T3	0,2
S1	25,41
S2	3,17
S3	0,63
S4	2,66

Servidor	Tasa de servicio (peticiones/min)
T1	3,75
T2	5
T3	0,46
S1	1
S2	0,33
S3	0,25
S4	0,2

La tasa de llegada representa el número de peticiones que llegan a cada servidor por minuto, mientras que la tasa de servicio es la cantidad de peticiones que se pueden resolver por minuto.

2. Descripción del modelo

Utilizando modelos y resultados analíticos de Teoría de Colas y Redes de Colas, determinaremos el número de operadores necesarios para garantizar el nivel de saturación máximo del 85%, así como la tasa de uso final de cada servidor, el tiempo medio de espera en cada servidor y el tiempo medio de respuesta en cada servidor y en general.

2.1. Ecuaciones de tráfico

$$l_1 = \lambda_1$$

$$l_2 = \lambda_2$$

$$l_3 = \lambda_3$$

$$l_4 = 0.72l_1 + 0.72l_2 + 0.72l_3 + 0.1l_6$$

$$l_5 = 0.09l_1 + 0.09l_2 + 0.09l_3$$

$$l_6 = 0.018l_1 + 0.018l_2 + 0.018l_3$$

$$l_7 = 0.072l_1 + 0.072l_2 + 0.072l_3 + 0.2l_6$$

2.2. Fórmulas utilizadas

Para calcular el número de operadores necesarios en cada uno de los servidores deberemos tener en cuenta la tasa de llegada de cada servidor con su respectiva tasa de servicio (que corresponderá al número de peticiones resueltas por un único operador). Así, el número de operarios para cada servidor se calcula con la siguiente fórmula:

$$c = \frac{\lambda}{0.85\mu}$$

Una vez obtenidos los empleados necesarios para satisfacer la tasa de uso máxima del 85% en cada servidor, vemos que en todos los servidores vamos a tener una cola de tipo M/M/c con $c > 1$, excepto en el servidor T3, donde tendremos una cola de tipo M/M/1.

Servidor	Numero de operarios final
T1	5
T2	5
T3	1
S1	30
S2	12
S3	3
S4	16

Para calcular los tiempos de respuesta y espera pertinentes, deberemos usar las siguientes fórmulas.

Calcularemos la probabilidad de que no haya ningún trabajo en el sistema (y, por tanto, los procesadores estén libres) de la siguiente forma:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)}}$$

Así, el número de trabajos en espera será:

$$\bar{Q} = \frac{(c\rho)^c \lambda \mu p_0}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2}$$

Y el tiempo medio de espera será:

$$\bar{W} = \frac{\bar{Q}}{\lambda}$$

Teniendo en cuenta tiempo medio de servicio:

$$\bar{X} = \frac{1}{\mu}$$

Podremos calcular el tiempo medio de respuesta:

$$\bar{R} = \bar{X} + \bar{W}$$

Para el tiempo medio de respuesta general:

$$\bar{R}_{general} = \sum_{i=0}^7 \frac{l_i}{\lambda} \bar{R}_i$$

Para el servidor T3, calcularemos los resultados con las siguientes formulas:

$$\bar{R} = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

$$\bar{W} = \bar{R} - \bar{X}$$

3. Resultados obtenidos

3.1. Tasa de uso de cada servidor

Servidor	Tasa de uso de cada servidor
T1	0,8
T2	0,8
T3	0,43
S1	0,847
S2	0,7979
S3	0,84
S4	0,83

3.2. Tiempo medio de espera en cada servidor

Servidor	Tiempo medio de espera (en minutos)
T1	0,14777
T2	0,11082
T3	1,643
S1	0,06266
S2	0,46691
S3	5,9454
S4	0,70594

3.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de petición y general

Servidor	Tiempo medio de respuesta (en minutos)
T1	0,4144
T2	0,31082
T3	3,8139
S1	1,0627
S2	3,4971
S3	9,9454
S4	5,7059

Tiempo medio de respuesta general: 6.2265 min

4. Modelo de simulación

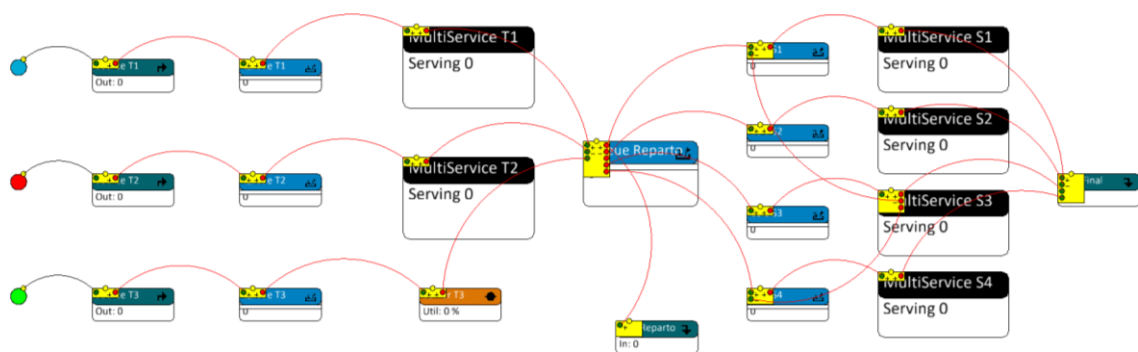
Junto a este informe se adjuntan los archivos necesarios para realizar la simulación de nuestro modelo en ED.

En nuestro modelo tenemos 4 tipos de átomos:

- **Fuente** (source). Representan las solicitudes de servicio.
- **Colas** (queue). Donde las peticiones esperan a ser atendidas.
- **Servidores** (server). Donde se procesan las peticiones.
- **Sumidero** (sink). Donde las peticiones acaban tras salir del sistema.

Siguiendo el escenario planteado en el enunciado, hemos creado una cola de reparto en la que se juntan las salidas de los servidores T1, T2 y T3. De ahí, se derivarán a cada una de las colas de los servidores S1, S2, S3 y S4, teniendo en cuenta los respectivos porcentajes de llegada y sin olvidarnos del 10% de peticiones erróneas.

Por otra parte, cabe destacar el redireccionamiento existente del servidor S3 a las colas de los servidores S1 y S4, con sus respectivos porcentajes anteriormente especificados.



5. Descripción del experimento

Hemos simulado el funcionamiento del sistema durante 24h realizando un número representativo de réplicas (100 veces), garantizando que el error de estimación en el tiempo medio de respuesta es menor del 5%.

Hemos tomado como indicadores importantes las entradas, las salidas, los tiempos medios de espera y los tiempos medios de respuesta.

6. Análisis y comparación de resultados

Hemos utilizado la herramienta de ED para generar un informe de resultados que adjuntamos en un archivo de formato .xlsx. En este informe generado automáticamente se puede observar cómo la tasa de uso de cada servidor no supera el 85% con una desviación del tiempo medio de respuesta menor del 5%.

Al comparar estos resultados con los obtenidos de forma analítica percibimos un ligero y esperable desajuste de cifras producido al aproximar cifras durante la resolución analítica del problema. Ambos resultados son muy similares e indican que no se ha producido ningún error crítico durante esta resolución.