

CONCEITOS BÁSICOS

Definição 1 – Alfabeto

Um alfabeto denotado por Σ é um conjunto finito não vazio de símbolos. ASCII e EBCDIC são exemplos de alfabetos de computadores. Exemplos:

$$\Sigma = \{a, b, c, \dots\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\} \text{ (alfabeto binário)}$$

$$\Sigma = \{\text{verde, amarelo, azul, branco}\}$$

Obs.: Um símbolo pode ter mais de um caracter. A única restrição que temos é que o conjunto de símbolos é finito. Podemos usar reticências para definir alfabetos extensos.

Definição 2 – Palavras, Cadeia de Caracteres ou Sentença

A definição de palavra está intimamente relacionada com a de alfabeto. Uma palavra é um conjunto de símbolos de um alfabeto. Dado um Σ , a sequência de símbolos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ é uma palavra sobre Σ se e somente se, para cada $i = 1, 2, 3, \dots, n$ a_i pertence ao Σ . Exemplos:

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\text{palavras sobre } \Sigma: \{0, 11, 9787, 33\}$$

-11 não pertence por causa do sinal de menos

$$\Sigma = \{a, b, \dots, z\}$$

$$\text{palavras sobre } \Sigma: \{\text{casa, zebra}\}$$

FA3 não pertence por causa do 3

Definição 3 – Palavra vazia

Palavra de comprimento 0, isto é, palavra que não possui nenhum símbolo. Denotaremos a palavra vazia por ε (epsilon)(alguns autores utiliza N).

Obs. ε é uma palavra e não um símbolo, logo ε não pode pertencer a nenhum alfabeto.

Definição 4 – Comprimento de palavras ou tamanho

Dado um alfabeto Σ e uma palavra $x = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sobre Σ . $|x|$ denota o comprimento de x . Isto é: $|a_1, a_2, a_3, \dots, a_n| = n$. Exemplos:

$$\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$$

$$|\text{amor}| = 4$$

$$|\text{verde}| = 5$$

$$\Sigma = \{\text{verde, amarelo, azul, branco}\}$$

$$|\text{verde}| = 1$$

$$|\text{azulamarelo}| = 2$$

Definição 5 – Prefixo, Sufixo, Subpalavra

Um prefixo (ou sufixo) de uma palavra é qualquer sequência de símbolos contígua da palavra.

Exemplos:

Dado $\Sigma = \{a, b, c\}$ e a palavra $abcb$

Prefixos: $\varepsilon, a, ab, abc, abcb$

Sufixos: $\varepsilon, b, cb, bcb, abcb$

Subpalavras: qualquer sufixo ou qualquer prefixo

Definição 6 – Concatenação de Palavras

Dado o alfabeto Σ , sejam $x = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ e $y = b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ palavras sobre Σ , a concatenação de x e y é denotada por $xy = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$.

A concatenação, portanto, é formada pelos símbolos de x seguidos de y .

Deve-se observar que:

$$|x| + |y| = |xy|$$

xy é diferente de yx . A ordem é importante.

$$x\varepsilon = x$$

$$\varepsilon x = x$$

Exemplos:

Dado $\Sigma = \{a, b\}$, $x = abab$ e $y = babab$

$xy = ababbabab$

$yx = babababab$

$x^2 = xx = abababab$

$\varepsilon x = abab$

Definição 7

Dado um alfabeto Σ e um inteiro não negativo k , definimos:

$$\Sigma^k = \{x \mid x \text{ é uma palavra sobre } \Sigma \text{ e } |x| = k\}$$

Σ^k é o conjunto de todas as palavras sobre Σ de comprimento k .

Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$

$$\Sigma^1 = \{0, 1\}$$

$$\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$\Sigma^0 = \{\epsilon\}$$

Definição 8

Dado um alfabeto definimos:

$$\Sigma^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} \Sigma^k = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \dots$$

$$\Sigma^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} \Sigma^k = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \dots$$

$$\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\epsilon\}$$

Σ^* é o conjunto de todas as palavras possíveis sobre o alfabeto

Σ^+ é o conjunto de todas as palavras possíveis e não vazias sobre o alfabeto

Obs.: Σ^* é um conjunto infinito sobre Σ , cada palavra que pertence Σ^* tem comprimento finito

Definição 9 – Linguagem

A definição de linguagem está intimamente relacionada com a de alfabeto. Uma linguagem é um conjunto de palavras sobre um alfabeto. Normalmente denotaremos uma linguagem pela letra L .

Exemplo:

Dado $\Sigma = \{a, b, c\}$, podemos definir

a. $L1 = \{ab, b, ca, cc\}$

b. $L2 =$ todas as palavras sobre Σ que terminam com o símbolo a

c. $L3 =$ conjunto de todas as palavras sobre Σ que possuam a subpalavra ab

d. $L4 = \{x \mid x \text{ é uma palavra sobre } \Sigma \text{ e } |x| = 4\} = \Sigma^4$

Na matemática os objetos são números e as ferramentas são operações para manipulá-los, como: $+$ e \times .

Na teoria da computação os objetos são linguagens e as ferramentas são operações especialmente formuladas para manipular as linguagens. Vamos definir 3 operações chamadas operações regulares:

Se A e B são linguagens

1. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$ – junta todas as palavras de A e B
2. $AB = \{x \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$ – coloca uma palavra de A em frente de uma palavra de B de todas as formas possíveis
3. $A^* = \{x_1, x_2, \dots, x_k \mid k \geq 0 \text{ e cada } x_i \in A\}$ – junta qualquer quantidade de palavras de A para formar uma nova palavra. ϵ é sempre uma palavra de A^*

Exemplo:

$$\Sigma = \{a, b, \dots, z\}; A = \{\text{bom, ruim}\}; B = \{\text{garoto, garota}\}$$

$$A \cup B = \{\text{bom, ruim, garoto, garota}\}$$

$$AB = \{\text{bomgaroto, bomgarota, ruimgaroto, ruimgarota}\}$$

$$A^* = \{\epsilon, \text{bom, ruim, bombom, ruimruim, } \dots\}$$

EXERCICIOS

1. Escreva 3 palavras para cada um dos alfabetos abaixo:

a. $\Sigma = \{GU, BA, LA\}$

b. $\Sigma = \{0, 1, \dots, 9, a, b, \dots, z\}$

c. $\Sigma = \{\text{Maria, João, José}\}$

d. $\Sigma = \{., =, 0, 1, \dots, 9\}$

2. Dado $\Sigma = \{a, b\}$ escreva

a. todas as possíveis palavras de comprimento 1 $\{a, b\}$

b. todas as possíveis palavras de comprimento 2 $\{aa, ab, ba, bb\}$

c. todas as possíveis palavras de comprimento 3 $\{aaa, aba, abb, bab, bba, bbb, baa, aab\}$

- d. uma palavra qualquer de comprimento 15
3. Dado $\Sigma = \{\text{do, re, mi, fa, sol, la, si}\}$ determine os comprimentos das palavras abaixo:
- $|\text{re}| = 1$
 - $|\text{sidoremi}| = 4$
 - $|\text{misimisimisi}| = 6$
 - $|\text{rererererere}| = 7$
4. Dado $\Sigma = \{\text{do, re, mi, fa, sol, la, si}\}$ e a palavra doremifa sobre Σ determine:
- todos os sufixos (ϵ , fa, mifa, remifa, doremifa)
 - todos os prefixos (ϵ , do, dore, doremi, doremifa)
 - todas as subpalavras

Considere os alfabetos abaixo:

- $\Sigma = \{V, F\}$
 - $\Sigma = \{a, b, c\}$
 - $\Sigma = \{\text{Maria, João, Casa, Boneca}\}$
- Escreva 4 palavras quaisquer sobre cada um dos alfabetos
 - Escreva todas as palavras possíveis para
 - Palavras com comprimento 4 para o alfabeto a.
 - Palavras com comprimento 2 para o alfabeto b.
 - Palavras com comprimento 2 para o alfabeto c.
 - Dadas as palavras $x = VVF$, $y = abbc$, $z = VF$, escreva os resultados das concatenações abaixo:
 - $xxxy$
 - xyz
 - xzy
 - z^2y
 - $z\epsilon y^3$
 - ϵyx
 - x^2y^2
 - xy^3x
 - Dado $\Sigma = \{V, F\}$
Determine os conjuntos abaixo:
 - Σ^0
 - Σ^1
 - Σ^2
 - Σ^3
 - Dado $\Sigma = \{a, b, c\}$
Determine os conjuntos abaixo:
 - Σ^1
 - Σ^2
 - Σ^3
 - Dado $\Sigma = \{\text{maria, joão, casa, boneca}\}$
Determine os conjuntos abaixo:
 - Σ^1
 - Σ^2