Problema Quadrático de Alocação

Raul Silveira Silva

Introdução

- Problema de otimização combinatória;
- Proposto inicialmente por Koopmans e Beckmann (1957);
- Consiste em alocar objetos que trocam informações em locais com distâncias diferentes.

Descrição do problema

- Definição matemática:

$$min_{\pi \in S_n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{\pi(i)\pi(j)} d_{ij}$$

Implementação

- Implementação com *Branch and Bound*;
- Limite inferior calculado por Gilmore-Lawler $O(n^3)$;
- Limite superior calculado através de buscas locais em n soluções aleatórias $O(n^3)$.

Algorithm 1 UpperBound

Input: N, F e D.
Output: Solução P.

```
Tome P uma solução aleatória
for 1 to N do
    Tome S uma solução aleatória
    while vizinhanca(S) for melhor do
        S = vizinho melhor de S
    end while
    if (C(P) ≤ C(S) then
        P = S
    end if
end for
```

Algorithm 2 Branch and Bound

Input: N, F, D, S e P.
Output: Solução P e custo da solução $C(P)$.

```
if (Tempo de 3h) then
    return P
end if
if (index == N) then
    if C(S) ≤ C(P) then
        P = S
        return P
    end if
else
    for i = index to N do
        S = troca(i, index, S)
        novoF = Matriz de fluxo sem os objetos já alocados
        novoD = Matriz de distancias dos locais vazios
        custoMinimo = gilmoreLowler(novoF, novoD)
        if (custoMinimo + C(S) ≤ C(P)) then
            BranchAndBound(N, novoF, novoD, S, P, index + 1)
        end if
        destroca(i, index, S)
    end for
end if
```

Experimentos e Resultados

Tabela 1. Comparação entre exeperimentos

Instância	Tempo (Raul)	Tempo (Burkard e Derigs)	Custo Mínimo (Raul)	Custo Mínimo (Burkard e Derigs)
tai12a	619.65s	0.01s	224416	224416
tai12b	105.03s	2.82s	39464925	–
tai15a	–	10.22s	390782	388214
tai15b	–	3.38s	51765268	–
tai17a	–	123.87s	499878	491812
tai20a	–	22031.4s	719556	703482

Conclusão

- O algoritmo não conseguiu se igualar aos algoritmos da literatura;
- Mas foi capaz de conseguir solucionar o problema proposto.

Referências

[1] BURKARD, R.E., Ç ELA, E., KARISCH, S.E. e RENDL, F. (2002) QAPLIB - A Quadratic Assignment Problem Library. Disponível em <http://anjos.mgi.polymtl.ca/qaplib/>. Acesso em 4 de Outubro de 2017.

[2] BURKARD, R. E. e DERIGS, U. (1980) Assignment and matching problems: Solution methods with fortran programs. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer, Berlin. Vol. 184.

[3] GILMORE, P. C. (1962) Optimal and Suboptimal Algorithms for the Quadratic Assignment Problem. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. Vol. 10, No. 2, pp. 305-313.

[4] KOOPMANS, T. C. e BECKMANN, M. (1957) Assignment Problems and the Location of Economic Activities. Econometrica, Vol. 25, No. 1, pp. 53-76.

[5] LAWLER, E. L. (1963) The Quadratic Assignment Problem. pp. 586-599.