

CONTROL DE CONTENCIÓN INTEGRADORES DOBLES

CAO, Y., STUART, D., REN, W., & MENG, Z. (2010). DISTRIBUTED CONTAINMENT CONTROL FOR MULTIPLE AUTONOMOUS VEHICLES WITH DOUBLE-INTEGRATOR DYNAMICS: ALGORITHMS AND EXPERIMENTS. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, 19(4), 929-938.

¿DE QUÉ TRATA?

- Control de contención distribuido para dinámica de integradores dobles con lideres estacionarios y dinámicos
- Propone un algoritmo de control de contención y estudia las condiciones de la topología y de las ganancias de control para garantizar contención asintótica en cualquier espacio dimensional (bajo topologías fijas)
- Para lideres dinámicos, estudia los casos con velocidades idénticas (topologías cambiantes y fijas) y no idénticas (topología fija)
- Resultados experimentales

DEFINICIONES ÚTILES

Definición 1.-

Para un sistema de n agentes, un agente se llama **líder** si no tiene vecinos.

Un agente se llama **seguidor** si tiene al menos un vecino.

Supongamos que hay m líderes, donde $m < n$, y $n - m$ seguidores.

Usamos \mathcal{R} y \mathcal{F} para denotar, respectivamente, el conjunto de líderes y el conjunto de seguidores.

Definición 2.-

Sea \mathcal{C} un conjunto en un espacio vectorial real $V \subseteq \mathbb{R}^p$.

El conjunto \mathcal{C} se llama convexo si, para cualesquiera x y y en \mathcal{C} , el punto $(1 - z)x + zy$ está en \mathcal{C} para cualquier $z \in [0, 1]$.

El casco convexo para un conjunto de puntos $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ en V es el conjunto convexo mínimo que contiene todos los puntos en X .

Usamos $\text{Co}\{X\}$ para denotar el casco convexo de X .

En particular, $\text{Co}\{X\} = \{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid x_i \in X, \alpha_i \in \mathbb{R} \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1\}$.

Cuando $V \subseteq \mathbb{R}$, entonces $\text{Co}\{X\} = \{x \mid x \in [\min_i x_i, \max_i x_i]\}$.

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD CON MÚLTIPLES LIDERES ESTACIONARIOS

Considerando un sistema de integrador doble

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \quad \dot{v}_i(t) = u_i(t) \quad i = 1, \dots, n$$

Se propone la siguiente ley de control

$$\begin{aligned} v_i(t) &= 0, \quad i \in \mathcal{R}, \\ u_i(t) &= -\beta v_i(t) - \sum_{j \in \mathcal{F} \cup \mathcal{R}} a_{ij}(t) \\ &\quad \times \{\beta[x_i(t) - x_j(t)] + [v_i(t) - v_j(t)]\}, \quad i \in \mathcal{F} \end{aligned}$$

Teorema 3.1: Usando la ley de control para el sistema propuesto, todos los seguidores siempre convergerán al casco convexo estacionario $Co\{x_j, j \in \mathcal{R}\}$ para condiciones iniciales arbitrarias $x_i(0), i \in \mathcal{F}$, si y solo si existe un entero positivo N_2 tal que la unión de los grafos $\mathcal{G}_i, i = N_1, \dots, N_1 + N_2$ tiene un árbol generador dirigido unido para cualquier N_1 finito.

OBSERVACIONES IMPORTANTES

- Aunque en la demostración se asumió que los agentes estaban en 1-D. Es aplicable a mayores dimensiones
- El sistema en lazo cerrado es independiente del marco de coordenadas inerciales que se elija, Entonces, los seguidores convergirán a la intersección del mínimo hiperrectángulo que contiene a los líderes
- Este mínimo hiperrectángulo es el casco convexo formado por los líderes

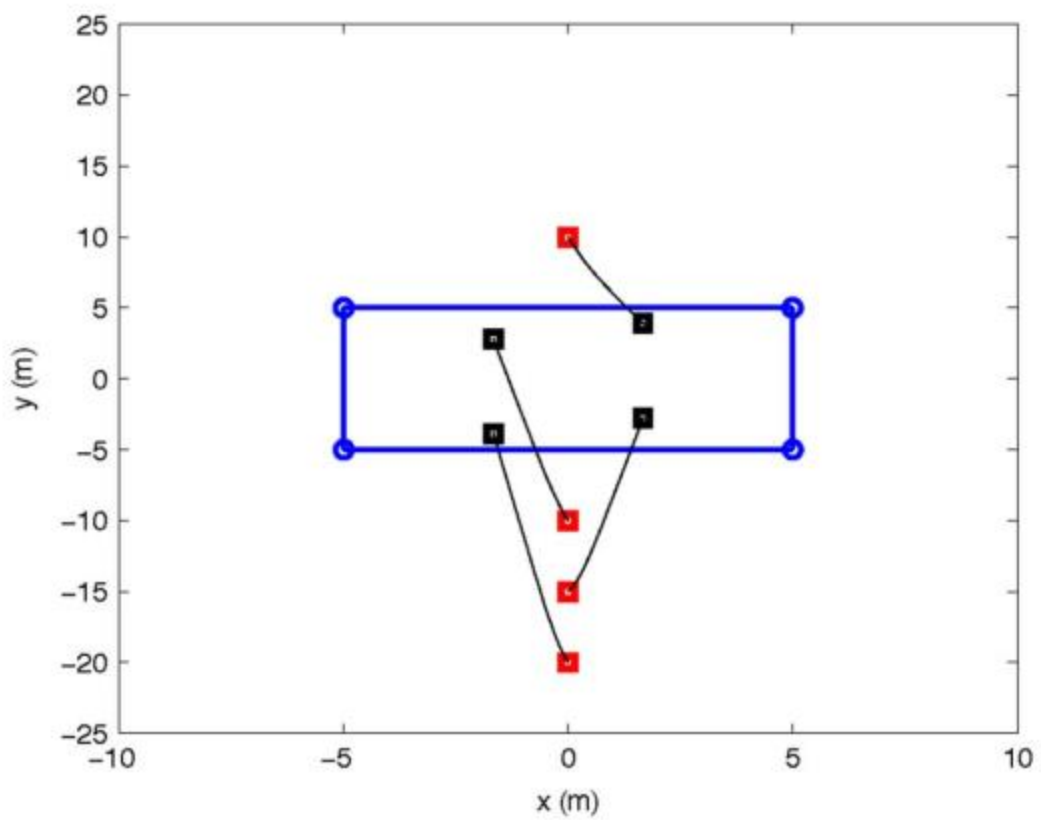


FIG. 1.- Trayectorias líderes estacionarios con topología fija

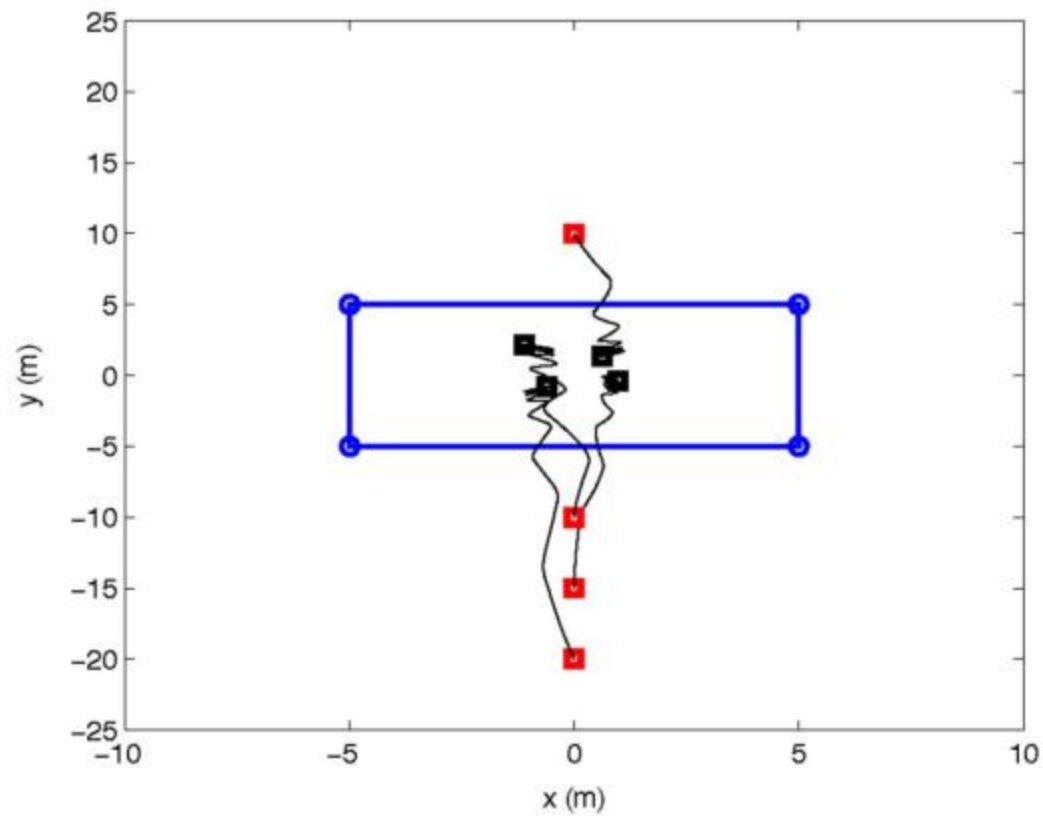
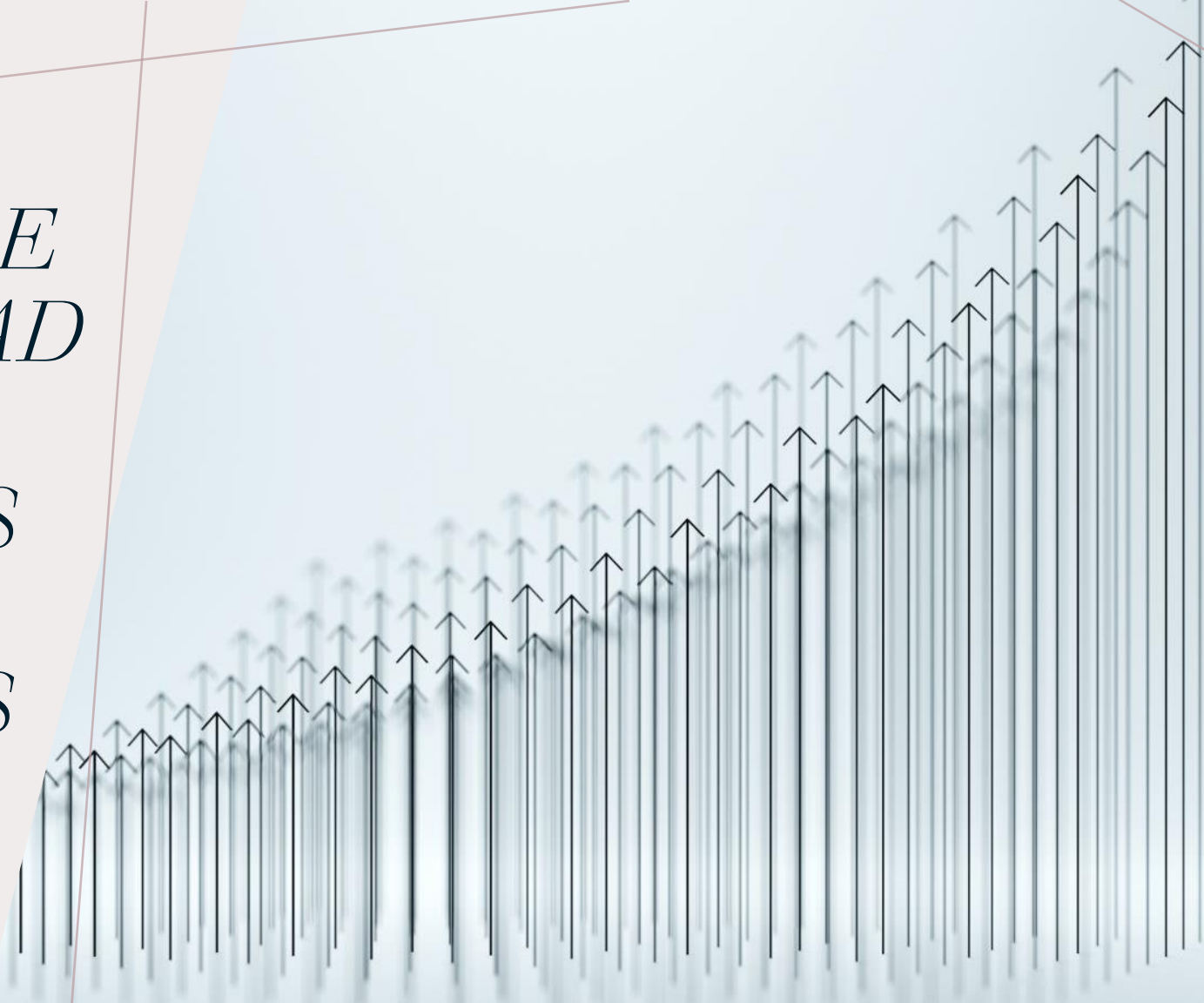


FIG. 2.- Trayectorias líderes estacionarios con topología cambiante

*ANÁLISIS DE
ESTABILIDAD
CON
MÚLTIPLES
LIDERES
DINÁMICOS*



LIDERES CON VELOCIDAD IDÉNTICA

$$\begin{aligned} v_i(t) &= v^o(t), \quad i \in \mathcal{R}, \\ u_i(t) &= -\gamma \operatorname{sgn} \left(\sum_{j \in \mathcal{F} \cup \mathcal{R}} a_{ij}(t) \{ \beta [x_i(t) - x_j(t)] \right. \\ &\quad \left. + [v_i(t) - v_j(t)] \} \right) - \beta v_i(t), \quad i \in \mathcal{F} \end{aligned}$$

Donde $v^o(t)$ es la velocidad común de los líderes
 β y γ son constantes positivas

Teorema 4.1: Supongamos que la topología de la red es cambiante. Supongamos también que $\gamma > \gamma_l$ donde $\gamma_l \triangleq \sup_{i \in \mathcal{R}} |\dot{v}^o(t) + \beta v^o(t)|$ está acotado. Todos los seguidores siempre convergerán al casco convexo dinámico para condiciones iniciales arbitrarias, si la topología de la red tiene un árbol generador dirigido unido en cada intervalo de tiempo.



OBSERVACIONES IMPORTANTES

- Debido a la topología cambiante todos los seguidores podrían no poder converger al casco convexo formado por los lideres en espacios de altas dimensiones
- Esto implica que la secuencia cambiante juega un papel importante en la convergencia

Se propone el siguiente algoritmo de control de contención de tiempo finito

$$u_i(t) = \dot{\hat{v}}_i(t) - \text{sgn}[v_i(t) - \hat{v}_i(t)]|v_i(t) - \hat{v}_i(t)|^\kappa \\ - \text{sgn}[\phi(t)]|\phi(t)|^{\frac{\kappa}{2-\kappa}}$$

Donde $0 < \kappa < 1$, $\phi = x_i(t) - \hat{x}_i(t) + 1/(2 - \kappa)\text{sgn}[v_i(t) - \hat{v}_i]|v_i(t) - \hat{v}_i|^{2-\kappa}$, y

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = \hat{v}_i(t) - \rho_1 \text{sgn} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{R} \cup \mathcal{F}} a_{ij} [\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)] \right\}$$

$$\dot{\hat{v}}_i(t) = -\rho_2 \text{sgn} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{R} \cup \mathcal{F}} a_{ij} [\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t)] \right\}, i \in \mathcal{F}$$

Con $\hat{x}_i(t) \triangleq x_i(t)$ y $\hat{v}_i(t) = v^o(t)$ para $i \in \mathcal{R}$

Teorema 4.3.- Supongamos que la topología de red fija tiene un árbol generador dirigido unido y $\sup_t |\dot{v}^o(t)|$. Usando la ley de control propuesta, todos los seguidores convergerán al casco convexo dinámico formado por los líderes en tiempo finito si $\rho_1 > 0$ y $\rho_2 > \sup_t |\dot{v}^o(t)|$

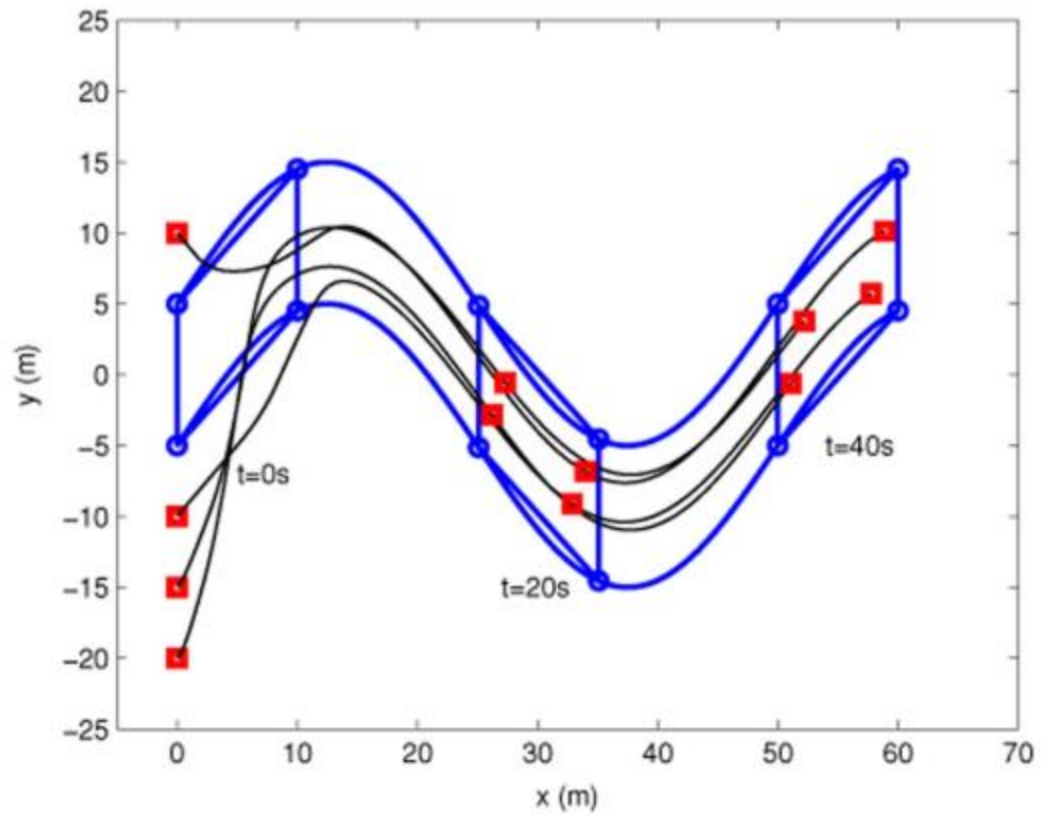


FIG. 3.- Trayectorias usando la ley de control para tiempo no finito y topología fija

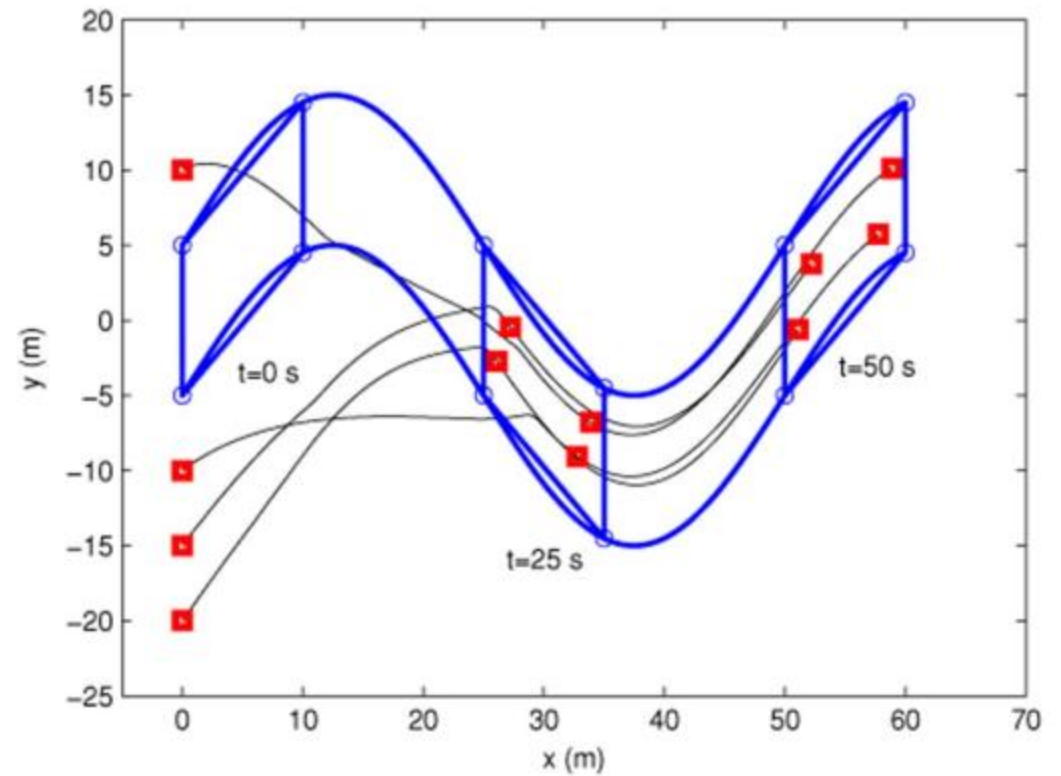


FIG. 4.- Trayectorias usando la ley de control para tiempo finito y topología fija

LIDERES CON VELOCIDADES NO IDÉNTICA

Se propone el siguiente algoritmo de control de contención

$$\begin{aligned} u_i(t) &= a_i(t), \quad i = 1, \dots, n - m \\ u_i(t) &= - \sum_{j \in \mathcal{R} \cup \mathcal{F}} a_{ij} [(x_i - x_j) + \alpha(v_i - v_j)] \\ &\quad - \beta \operatorname{sgn} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{R} \cup \mathcal{F}} a_{ij} [\gamma(x_i - x_j) + (v_i - v_j)] \right\} \\ &\quad i = n - m + 1, \dots, n \end{aligned}$$

Bajo el cual se puede reescribir el sistema como:

$$\ddot{\tilde{X}} = -\mathcal{L}\tilde{X} - \alpha\mathcal{L}\dot{\tilde{X}} - \beta\mathcal{L}\operatorname{sgn}(\gamma\tilde{X} + \dot{\tilde{X}}) - \mathcal{L}\Psi$$

Teorema 4.4: Supongamos que el grafo fijo tiene un árbol generador dirigido unido y que los patrones de comunicación entre los seguidores son no dirigidos. Usando la ley de control propuesta, si α y β satisfacen,

$$\gamma < \min\{\sqrt{\lambda_{\min}(M)}, (4\alpha\lambda_{\min}(M))/(4 + \alpha^2\lambda_{\min}(M))\}$$

$$\text{y } \beta > \|M^{-1}\Psi_F\|_1 \text{ donde } M = [m_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times m}$$

todos los seguidores convergerán al casco convexo formado por los líderes donde Ψ_F se define como las ultimas m entradas de $\mathcal{L}\Psi$

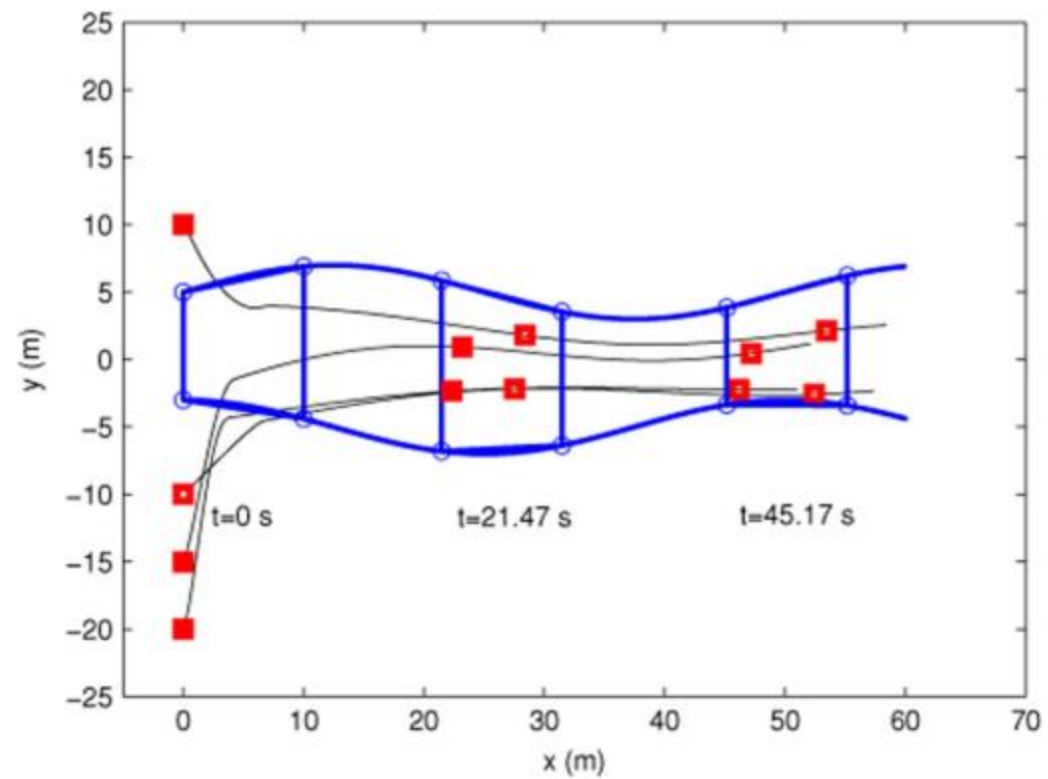


FIG. 5.- Trayectorias usando la ley de control para líderes con velocidades no idénticas y topología fija

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

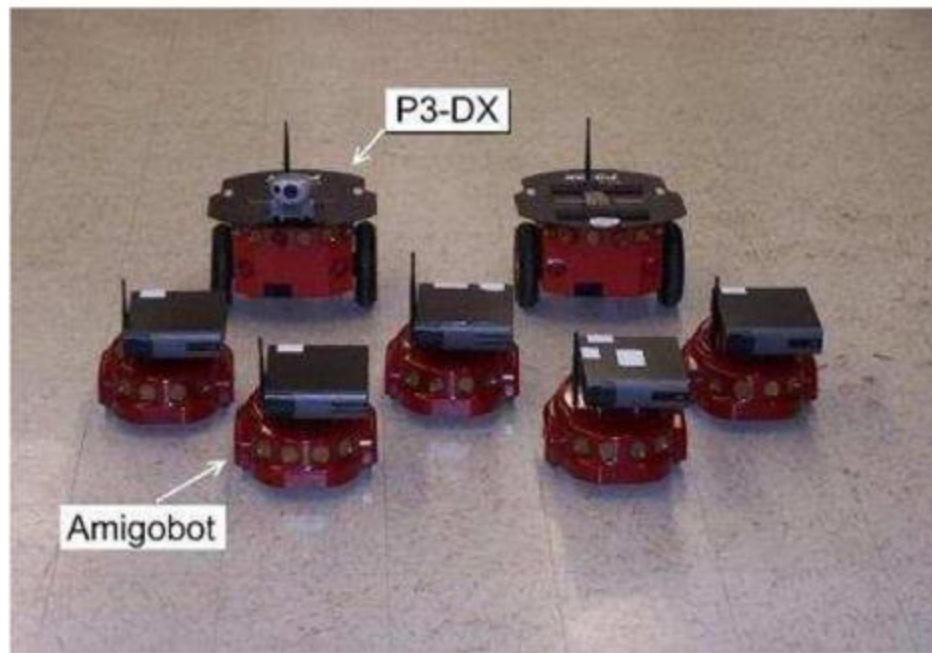


FIG. 6.- Robots usados para la implementación

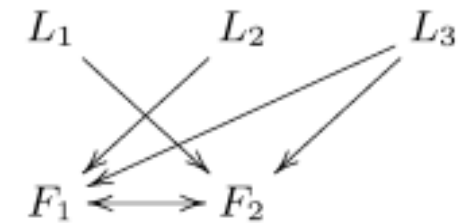


FIG. 7.- Topología fija usada

CARACTERÍSTICAS DE LOS ROBOTS

- Pueden calcular su posición y orientación basándose en encoders
- Tienen un control por capas, la de primera es responsable de la topología. La capa baja es responsable de adquisición de datos de los sensores y un control PID, donde comandos de velocidades lineales y rotacionales son generados y ejecutados.
- Están modelados como robots no holónimos

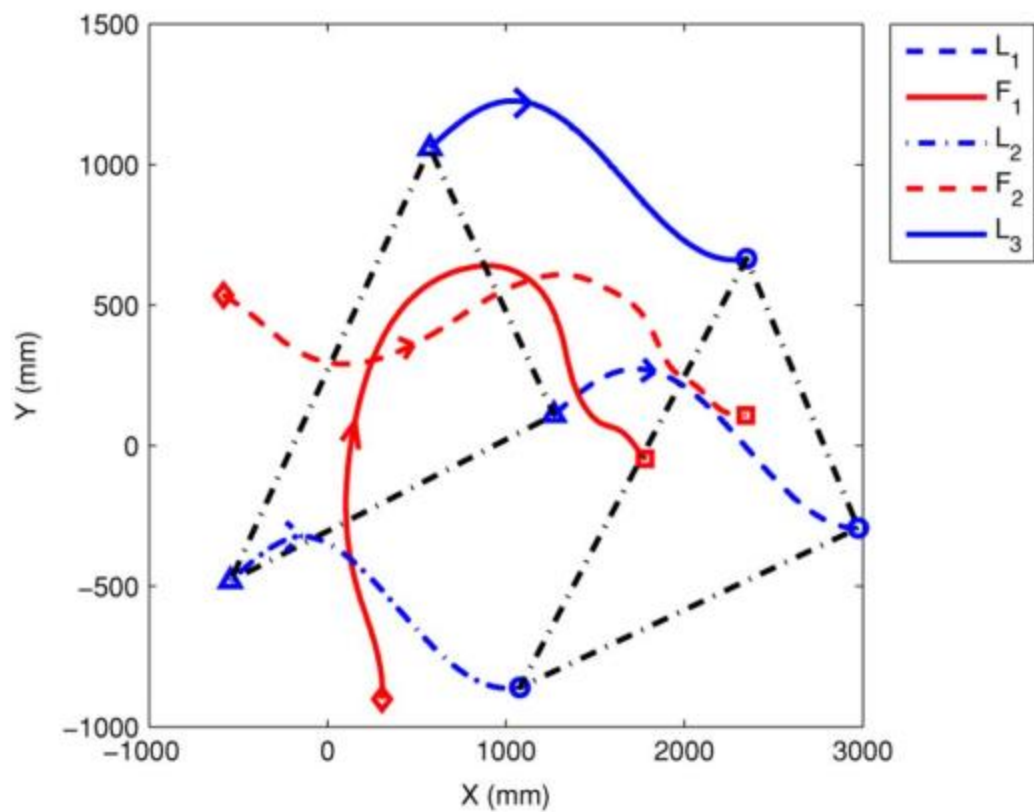


FIG. 8.- Trayectorias utilizadas con el control de contención para líderes con velocidades idénticas durante los primeros 25 segundos

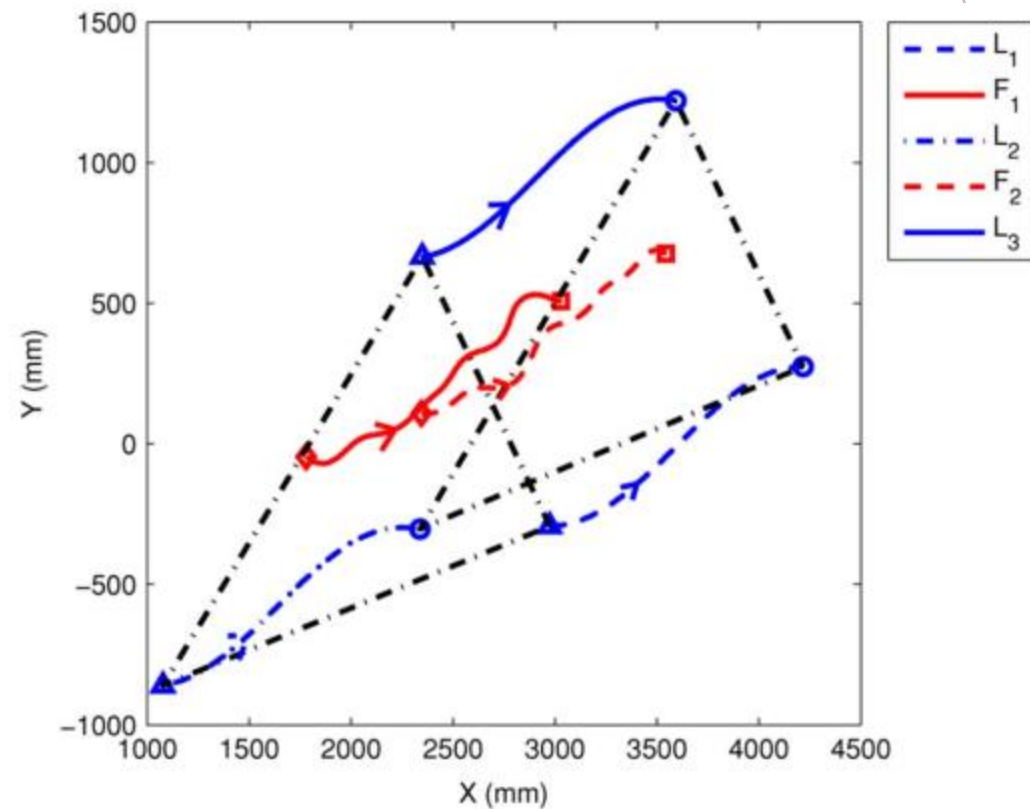


FIG. 9.- Trayectorias utilizadas con el control de contención para líderes con velocidades idénticas de 25 a 50 segundos

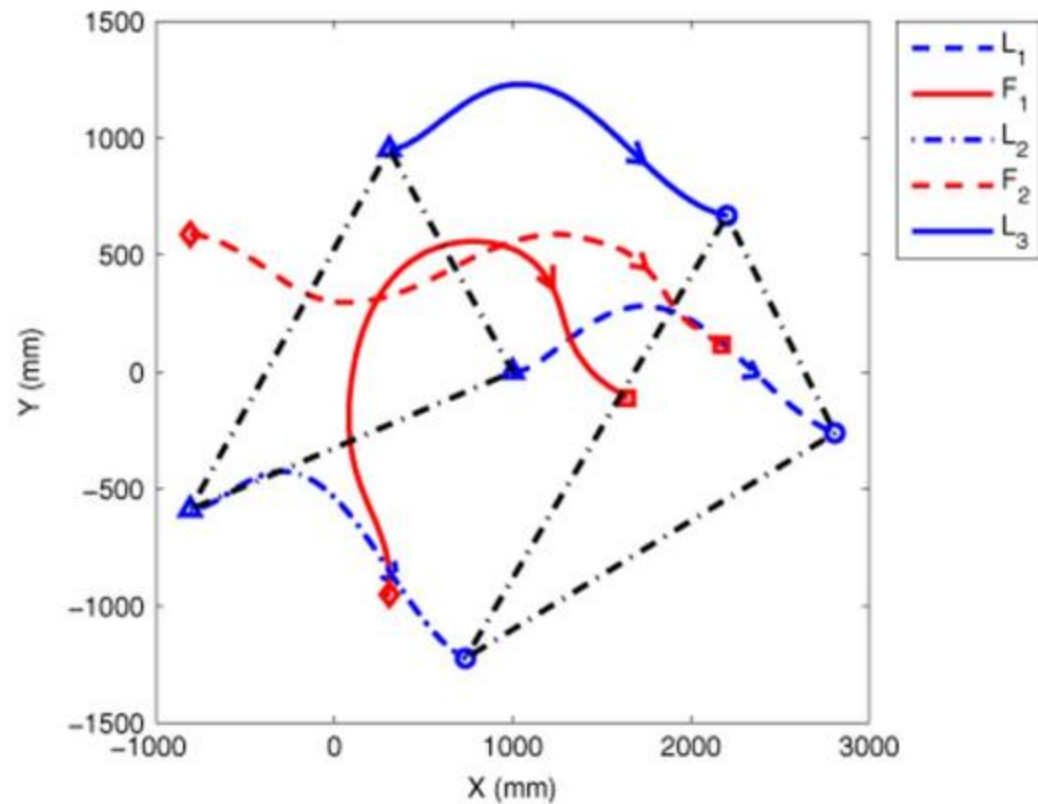


FIG. 10.- Trayectorias utilizadas con el control de contención para líderes con velocidades no idénticas durante los primeros 25 segundos

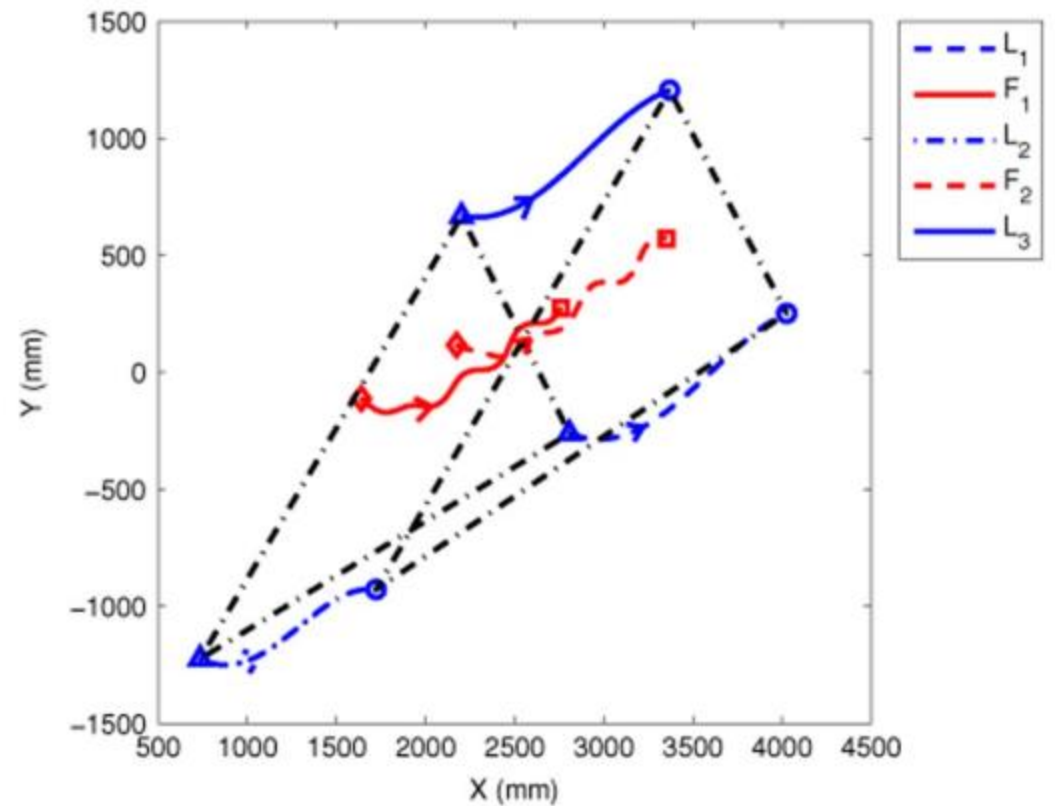


FIG. 11.- Trayectorias utilizadas con el control de contención para líderes con velocidades no idénticas de los 25 a 50 segundos

CONCLUSIONES

- Se estudió el control de contención distribuido para dinámicas de doble integrador con líderes tanto estacionarios como dinámicos.
- Se propuso un algoritmo de control de contención distribuido en presencia de múltiples líderes estacionarios, presentando condiciones sobre la topología de la red y las ganancias de control para garantizar el control de contención asintótico.
- Se propusieron dos algoritmos de control de contención distribuido en presencia de múltiples líderes dinámicos con velocidad idéntica, uno para el control de contención asintótico y otro para el control de contención en tiempo finito.

CONCLUSIONES

- Para líderes dinámicos con velocidades no idénticas, se propuso un algoritmo de control de contención distribuido y se derivaron condiciones suficientes sobre la topología de la red y las ganancias de control para garantizar el control de contención asintótico.
- Se proporcionaron resultados de simulación y resultados experimentales en una plataforma de robots múltiples para mostrar la efectividad de algunos resultados teóricos.

*GRACIAS POR SU
ATENCIÓN*