



Licenciatura en Tecnología
Profr. Jesús Emmanuel Solís Pérez
Examen I de Dinámica de sistemas físicos
16 de marzo de 2022

Límite: 15 de Marzo, 09:59:59 h

Enero-Mayo 2022

Puntaje: 100

Realice los siguientes ejercicios:

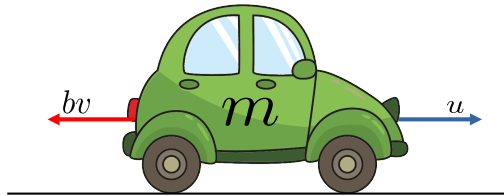
1. (a) Considere la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 3 \frac{du(t)}{dt} - u(t). \quad (1)$$

Aplique la transformada de Laplace para obtener su solución considerando las siguientes condiciones iniciales: $y(0) = y_0$ y $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$

(10)

2. (a) Considere el modelo simplificado de un vehículo de masa m donde actúa una fuerza u que representa la fuerza generada en la interfaz carretera/neumático.



Para obtener dicho modelo se realizan las siguientes suposiciones:

- La fuerza u se puede controlar.
- Las fuerzas resistivas varían linealmente con la velocidad del vehículo.
- Las fuerzas actúan en la dirección opuesta al movimiento del vehículo.

A partir de lo anterior, es posible obtener la siguiente ecuación sumando las fuerzas en la dirección x y aplicando la segunda ley de Newton

$$m\dot{v} + bv = u. \quad (2)$$

Como estamos interesados en la velocidad del vehículo, la ecuación de salida se elige de la siguiente manera

$$y = v. \quad (3)$$

Obtenga la función de transferencia del sistema (2) así como sus polos y zeros para determinar su estabilidad. Además, defina si la función de transferencia es propia,

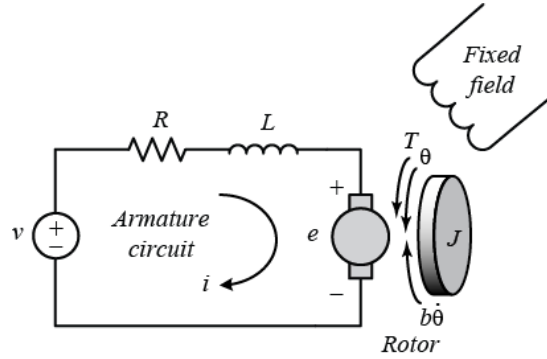
bipropia o estrictamente propia. Para resolver este ejercicio, considere las siguientes condiciones:

- $m = 1000 \text{ kg}$ y $b = 50 \text{ N s/m}$.
- $m = 2500 \text{ kg}$ y $b = 150 \text{ N s/m}$.

Rubro	Ponderación
Función de transferencia	10 %
Clasificación de la f.t.	10 %
Polos y zeros	10 %
Estabilidad	10 %

(40)

3. (a) Un motor de CC proporciona directamente un movimiento de rotación. Acoplado con ruedas, tambores o cables, se puede presentar un movimiento de traslación. El circuito eléctrico equivalente de la armadura y el diagrama de cuerpo libre del rotor se muestran en la siguiente Figura.



Bajo las siguientes consideraciones:

- La entrada del sistema es la fuente de voltaje (V) aplicada a la armadura del motor.
- La salida es la velocidad de rotación del eje $\dot{\theta}$.
- El rotor y el eje son rígidos.
- El par de fricción es proporcional a la velocidad angular del eje.

Las ecuaciones que representan este sistema se obtienen a partir de la segunda ley de Newton y la ley de voltaje de Kirchhoff.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki, \quad (4)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta}, \quad (5)$$

donde J es el momento de inercia del rotor, b la constante de fricción viscosa del motor, R la resistencia eléctrica, L la inductancia eléctrica, K representa la constante de par del motor así como la constante de fuerza contraelectromotriz.

Tome en cuenta que la velocidad de rotación es considerada como la salida y el voltaje de la armadura se considera como entrada.

Obtenga la función de transferencia del sistema (4)-(5) así como sus polos y zeros para determinar su estabilidad. Para ello, utilice los parámetros mostrados en la siguiente Tabla:

Variable	Descripción	Valor
J	moment of inertia of the rotor	0.01 kg.m^2
b	motor viscous friction constant	0.1 N.m.s
K_e	electromotive force constant	0.01 V/rad/sec
K_t	motor torque constant	0.01 N.m/Amp
R	electric resistance	1 Ohm
L	electric inductance	0.5 H

Rubro	Ponderación
Función de transferencia	20 %
Polos y zeros	15 %
Estabilidad	15 %

(50)

Best wishes