



Licenciatura en Tecnología  
 Profr. Jesús Emmanuel Solís Pérez  
**Examen I de Dinámica de sistemas físicos**  
 17 de abril de 2022

Límite: 15 de Marzo, 09:59:59 h

Enero-Mayo 2022

Puntaje: 100

**Realice los siguientes ejercicios:**

1. (a) Encuentre los eigenvalores y eigenvectores de la matriz  $A$  y muestre que  $B = P^{-1}AP$  es una matriz diagonal. Posteriormente resuelva el sistema lineal  $\dot{y} = By$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

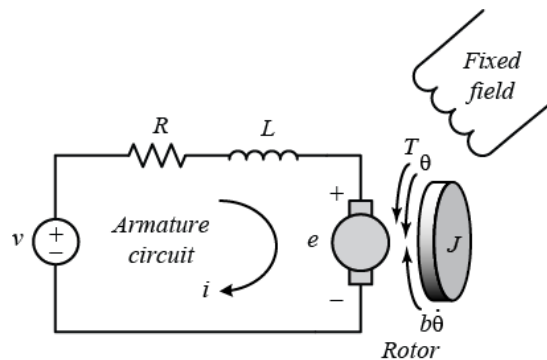
(20)

2. (a) Escriba las siguientes ecuaciones diferenciales lineales en la forma  $\dot{x} = Ax$  y resuelva

$$\ddot{x} + \dot{x} - 2x = 0, \quad (2)$$

(20)

3. (a) Un motor de CC proporciona directamente un movimiento de rotación. Acoplado con ruedas, tambores o cables, se puede presentar un movimiento de traslación. El circuito eléctrico equivalente de la armadura y el diagrama de cuerpo libre del rotor se muestran en la siguiente Figura.



Bajo las siguientes consideraciones:

- La entrada del sistema es la fuente de voltaje ( $V$ ) aplicada a la armadura del motor.
- La salida es la velocidad de rotación del eje  $\dot{\theta}$ .
- El rotor y el eje son rígidos.
- El par de fricción es proporcional a la velocidad angular del eje.

Las ecuaciones que representan este sistema se obtienen a partir de la segunda ley de Newton y la ley de voltaje de Kirchhoff.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki, \quad (3)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta}, \quad (4)$$

donde  $J$  es el momento de inercia del rotor,  $b$  la constante de fricción viscosa del motor,  $R$  la resistencia eléctrica,  $L$  la inductancia eléctrica,  $K$  representa la constante de par del motor así como la constante de fuerza contraelectromotriz.

Obtenga:

1. Las ecuaciones que gobiernan al sistema en la forma espacio-estado, eligiendo la velocidad rotacional y la corriente eléctrica como variables de estado. Además, el voltaje de armadura se considera como la entrada y la velocidad de rotación como la salida.
2. La función de transferencia del sistema a partir de su representación en espacio-estado así como sus polos y zeros para determinar su estabilidad. Para ello, utilice los parámetros mostrados en la siguiente Tabla:

Variable	Descripción	Valor
$J$	moment of inertia of the rotor	$0.02 \text{ kgm}^2$
$b$	motor viscous friction constant	$0.2 \text{ Nms}$
$K_e$	electromotive force constant	$0.02 \text{ V/rad/sec}$
$K_t$	motor torque constant	$0.02 \text{ Nm/Amp}$
$R$	electric resistance	$10 \text{ Ohm}$
$L$	electric inductance	$0.10 \text{ H}$

Rubro	Ponderación
Representación espacio-estado	20 %
Función de transferencia	20 %
Polos y zeros	10 %
Estabilidad	10 %

(60)

Best wishes