



Licenciatura en Tecnología  
Profr. Jesús Emmanuel Solís Pérez  
**Examen I de Dinámica de sistemas físicos**  
16 de marzo de 2022

Límite: 15 de Marzo, 09:59:59 h

Enero-Mayo 2022

Puntaje: 100

**Realice los siguientes ejercicios:**

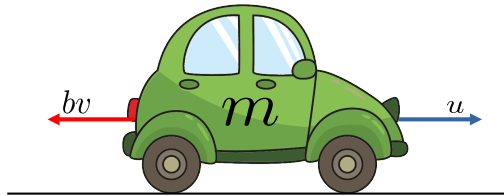
1. (a) Considere la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 3\frac{du(t)}{dt} - u(t). \quad (1)$$

Aplice la transformada de Laplace para obtener su solución considerando las siguientes condiciones iniciales:  $x(0) = x_0$  y  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

(10)

2. (a) Considere el modelo simplificado de un vehículo de masa  $m$  donde actúa una fuerza  $u$  que representa la fuerza generada en la interfaz carretera/neumático.



Para obtener dicho modelo se realizan las siguientes suposiciones:

- La fuerza  $u$  se puede controlar.
- Las fuerzas resistivas varían linealmente con la velocidad del vehículo.
- Las fuerzas actúan en la dirección opuesta al movimiento del vehículo.

A partir de lo anterior, es posible obtener la siguiente ecuación sumando las fuerzas en la dirección  $x$  y aplicando la segunda ley de Newton

$$m\dot{v} + bv = u. \quad (2)$$

Como estamos interesados en la velocidad del vehículo, la ecuación de salida se elige de la siguiente manera

$$y = v. \quad (3)$$

Obtenga la función de transferencia del sistema (2) así como sus polos y zeros para determinar su estabilidad. Además, defina si la función de transferencia es propia,

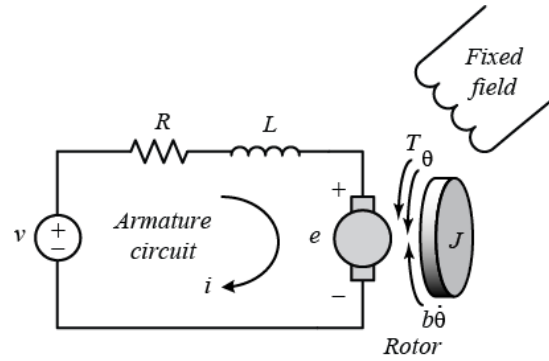
bipropia o estrictamente propia. Para resolver este ejercicio, considere las siguientes condiciones:

- $m = 1000 \text{ kg}$  y  $b = 50 \text{ Ns/m}$ .
- $m = 2500 \text{ kg}$  y  $b = 150 \text{ Ns/m}$ .

Rubro	Ponderación
Función de transferencia	10 %
Clasificación de la f.t.	10 %
Polos y zeros	10 %
Estabilidad	10 %

(40)

3. (a) Un motor de CC proporciona directamente un movimiento de rotación. Acoplado con ruedas, tambores o cables, se puede presentar un movimiento de traslación. El circuito eléctrico equivalente de la armadura y el diagrama de cuerpo libre del rotor se muestran en la siguiente Figura.



Bajo las siguientes consideraciones:

- La entrada del sistema es la fuente de voltaje ( $V$ ) aplicada a la armadura del motor.
- La salida es la velocidad de rotación del eje  $\dot{\theta}$ .
- El rotor y el eje son rígidos.
- El par de fricción es proporcional a la velocidad angular del eje.

Las ecuaciones que representan este sistema se obtienen a partir de la segunda ley de Newton y la ley de voltaje de Kirchhoff.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki, \quad (4)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta}, \quad (5)$$

donde  $J$  es el momento de inercia del rotor,  $b$  la constante de fricción viscosa del motor,  $R$  la resistencia eléctrica,  $L$  la inductancia eléctrica,  $K$  representa la constante de par del motor así como la constante de fuerza contraelectromotriz.

Tome en cuenta que la velocidad de rotación es considerada como la salida y el voltaje de la armadura se considera como entrada.

Obtenga la función de transferencia del sistema (4)-(5) así como sus polos y zeros para determinar su estabilidad. Para ello, utilice los parámetros mostrados en la siguiente Tabla:

Variable	Descripción	Valor
$J$	moment of inertia of the rotor	$0.01 \text{ kg.m}^2$
$b$	motor viscous friction constant	$0.1 \text{ N.m.s}$
$K_e$	electromotive force constant	$0.01 \text{ V/rad/sec}$
$K_t$	motor torque constant	$0.01 \text{ N.m/Amp}$
$R$	electric resistance	$1 \text{ Ohm}$
$L$	electric inductance	$0.5 \text{ H}$

Rubro	Ponderación
Función de transferencia	20 %
Polos y zeros	15 %
Estabilidad	15 %

(50)

Best wishes