

TARTU ÜLIKOOL  
MATEMAATIKA-INFORMAATIKATEADUSKOND

Rakendustarkvara: T<sub>E</sub>X  
praktikumitöö

Rauno Viskus  
MatStat, 3.

Tartu 2014

## 1 Ülesanne 2.

Tõestame teoreemi kahe teguri korrutise kohta, millest järeldub teoreemi kehtivus. Olgu  $\log_a b_1 = x_1$  ja  $\log_a b_2 = x_2$ , siis  $b_1 = a^{x_1}$  ja  $b_2 = a^{x_2}$ . Leiame arvude  $b_1$  ja  $b_2$  korrutise:  $b_1 b_2 = a^{x_1} a^{x_2}$  ehk  $b_1 b_2 = a^{x_1 + x_2}$ . Logaritmi definitsiooni järgi saame viimasest võrdusest, et  $\log_a(b_1 b_2) = x_1 + x_2$ . Asendades  $x_1$  ja  $x_2$  vastavate logaritmidega, saame:

$$\log_a(b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

Kahe nurga vahe ja summa tangensi valemite tuletamiseks kasutame ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahelisi põhiseoseid ja eespool saadud valemeid:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}$$

Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{array}{rrcr} x & + & 2y & + & z & = & 5, \\ 4x & - & y & + & 2z & = & -3, \\ 2x & + & 3y & + & 4z & = & 3. \end{array}$$

Lahendus.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 12 + 8 + 2 - 32 - 6 = -20.$$

## 2 Ülesanne 3.

Esimesed kaks tähte	Viimased kolm tähte							
	<i>aaa</i>	<i>aab</i>	<i>aba</i>	<i>abb</i>	<i>baa</i>	<i>bba</i>	<i>bab</i>	<i>bbb</i>
<i>aa</i>	2	2	2	2	5	7	5	7
<i>ab</i>	3	4	4	4	1	2	0	2
<i>ba</i>	0	1	0	0	3	5	3	5
<i>bb</i>	5	6	6	6	2	2	2	2

$$\begin{array}{r}
 f(x + \Delta x) = 3(x + \Delta x)^2 + 2 \\
 f(x) = 3x^2 + 2 \\
 \hline
 f(x + \Delta x) - f(x) = 3(x + \Delta x)^2 + 2 - (3x^2 + 2).
 \end{array}$$

### 3 Ülesanne 4.

$$A = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=0}^h 9810\pi r^2 x \Delta x \text{ J.}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{aa \dots a}^{n \text{ tegurit}} \cdot \overbrace{aa \dots a}^{m-n \text{ tegurit}}}{\underbrace{aa \dots a}_{n \text{ tegurit}}} = a^{m-n}.$$

$$S = \int_0^9 3\sqrt{x} dx - \int_0^9 x dx = 3 \int_0^9 x^{\frac{1}{2}} dx - \int_0^9 x dx = 3 \left[ \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^9 - \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^9 =$$

$$2[x\sqrt{x}]_0^9 - \frac{1}{2}[x^2]_0^9 = 2 \cdot 27 - \frac{1}{2} \cdot 81 = 54 - 40,5 = 13,5 \text{ ruutühikut.}$$

Näiteks  $15^4 : 5^4 = (15 : 5)^4 = 3^4 = 81$ .

Viimase tehte õigsus on eriti hästi näha, kui kirjutada jagamine murruna ja siis murdu taandada.

$$\frac{15^4}{5^4} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = 3^4 = 81.$$

## 4 Ülesanne 5.

### 4.1 Parameetriga makro

Eelmise ülesande lahendamiseks defineeritud taandamise makro:

$\begin{smallmatrix} 123 \\ 90 \end{smallmatrix}$  ja  $\begin{smallmatrix} 321 \\ 123 \end{smallmatrix}$

### 4.2 Hargnemisega makro

Käsk, mis lühendab teksti maksimaalselt etteantud pikkuseks. Kui teksti lühendatakse märgitakse see ära kolme punktiga:

Parameetritega '123456' ja 5: 12345...

Parameetritega '1234' ja 5: 1234

### 4.3 Tsükliga makro

Makro nädalapäevade välja trükkimiseks. Ülikasulik kui on vaja korduvalt igal pool nädalapäevi välja trükkida (produktiivsusgarantii):

esmaspäev(E)

teisipäev(T)

kolmapäev(K)

neljapäev(N)

reede(R)

laupäev(L)

pühapäev(P)

## 5 Ülesanne 6.

*Lahendus.* Koostame võrrandisüsteemi ja lahendame selle liitmisvõttega (V ptk., art. 7):

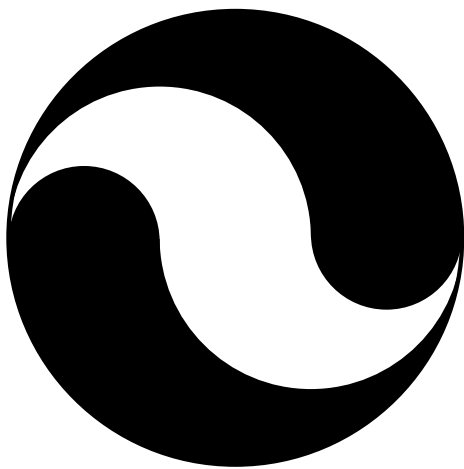
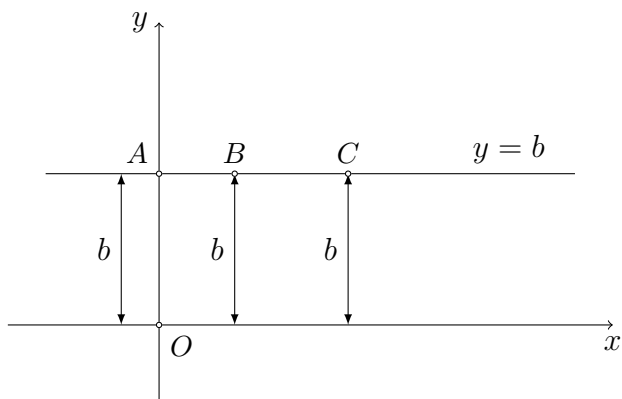
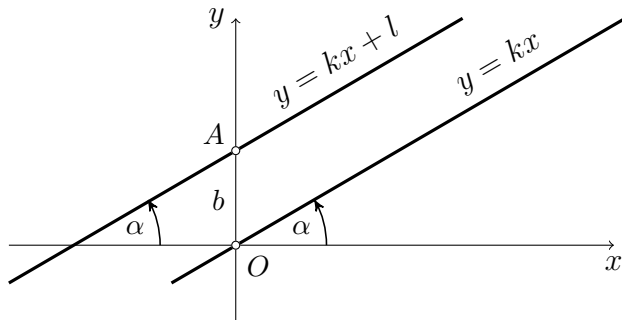
$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ 2x + y - 13 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot (-1) \end{array} \quad + \quad \begin{cases} 2x + 4y - 4 = 0 \\ -2x - y + 13 = 0 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} 3y + 9 &= 0; \\ y &= -3. \end{aligned}$$

Nüüd asendame esimeses võrrandis  $y$  arvuga  $-3$  ja leiame  $x$  väärtuse:

$$x + 2 \cdot (-3) - 2 = 0 \Rightarrow x = 8.$$

*Vastus.* Sirgete lõikepunkt on  $(8; -3)$ .

## 6 Ülesanne 7.



## 7 Ülesanne 8.

### 7.1 Teoreem

**Definitsioon 7.1** (Varjatud Markovi ahel). Protsessi  $X = \{Y_t\}_{t \geq 1}$  nimetatakse varjatud Markovi ahelaks kui kehtib:

1.  $\{Y_t\}_{t \geq 1}$  korral, juhuslikud suurused  $\{X_t\}_{t \geq 1}$  on omavahel sõltumatud;
2. iga  $t = 1, 2, \dots$ , korral on  $X_t$  sõltuv juhuslikust protsessist  $\{Y_t\}_{t \geq 1}$  (ja ajast  $t$ ) ainult läbi  $Y_t$ .

Juhuslike protsesside paarile  $(X, Y)$  viidatakse ka kui *varjatud Markovi mudelile*.

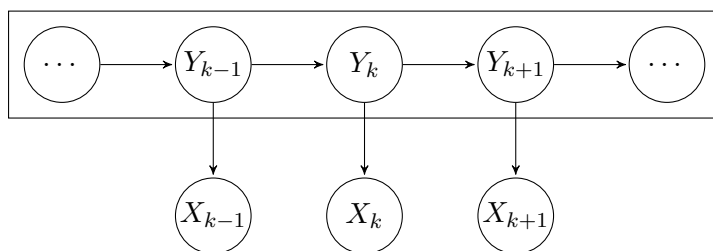
### 7.2 Tabel

	SV	sport	sots.	nutt
kurb	0,3	0,15	0,05	0,5
õnnelik	0,2	0,2	0,5	0,1

Tabel 1: Emissioonitõenäosused.

### 7.3 Joonis

Varjatud Markovi ahela mõistet võib kujutada ka järgneva skeemiga:



Joonis 1: Varjatud Markovi ahela kuju.

Joonisel 1 ristküliku sees olev osa on meile üldjuhul vaadeldamatu ja sealt tuleb varjatud Markovi ahelatele ka nimi.



## 7.4 Kirjanduse loetelu

### Viited

- [1] D. E. Knuth. The  $\text{\TeX}$ book. Addison-Wesley, 1984.
- [2] Leslie Lamport,  *$\text{\LaTeX}$ : A Document Preparation System*. Addison Wesley, Massachusetts, 2nd Edition, 1994.
- [3] Eno Raud, Sipsik. Eesti raamat, 1962.

## 8 Ülesanne 9.

Idee mida  $\text{\TeX}$  kannab on hea. Mulle meeldib, et saan tavalises tekstivormis oma soovi kirjeldada ning oman seega paremat kontrolli tulemuse üle ning olen sarnaseid vahendeid kasutanud ka varajasemalt nii palju kui võimalik(Markdowni formaadis).

Samuti kiidan filosoofiat vormistuse korra ja reeglite aspektist, mida  $\text{\TeX}$  justkui "peale surub". Kui tõstame esile sisu ning laseme vormil olla täiesti eraldatud võidavad kõik - nii loov kui tarbiv pool. Sinna suunas liigub ka kogu ülejäänud loov kammun. Veebiarendus on hea näide.

Teisalt aga leian, et see tööriist on vanamoodne ning ehk aegunudki, kuigi hea alternatiiv puudub. Makrod on kasutamatud ning loetamatu süntaksiga, paketimajanduse haldamine ja konfigureerimine kaootiline, tihti viletsa dokumentatsiooniga ning automaagiliselt viisil töötav. Süsteemi ülesehitus on kohmakas ja platvorm ise suur ning takistab suuresti normaalset arengut (nagu ma aru saan pakendatakse kõik lisapaketid/moodulid, liveTexiga näiteks, esmasel installil kaasa).

$\text{\TeX}$ ile kuluks ära paketi haldur(nagu npm, mis tooks kaasa pakettide versioonihalduse ning sõltuvus hierarhia) ning viis integreerida tex failidega mingit programmeerimiskeelt("inline coding": javascript. ruby, kasvõi php). Viimast ideed kujutan hästi ette ka praegu rakendatavat - tex fail tuleb eelnevalt lihtsalt ühe korra veel läbi käia vastava keele parseri või interpretaatoriga.

Sai mõni lause rohkem kui paar.

## 9 Ülesanne 10.

Näide 4. Nurga radiaanmõõt on 2,495. Arvutada selle nurga kraadimõõt.

*Lahendus.* Valemi (2) järgi saame:

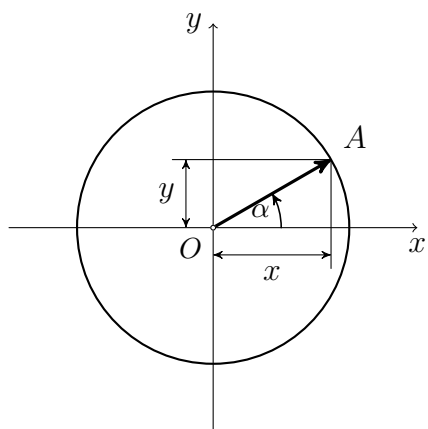
$$\alpha = \frac{2,495 \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{2,495 \cdot 180^\circ}{2,14} = 143^\circ.$$

Kasutades radiaanmõõdu definitsiooni, on kerge tuletada valem kaare pikkuse leidmiseks: et  $a = \frac{l}{R}$ , siis  $l = aR$ , s.t. kaare pikkus võrdub kaare radiaanmõõdu ja raadiuse korrutisega.

### 9.1 Trigonomeetriliste funktsioonide üldistatud definitsioonid

Käesoleva peatüki artiklis 1 defineerisime teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Need definitsioonid aga pole rakendatavad nürinurga ja negatiivse nurga korral, sest nad ei anna vastust küsimusele: mida nimetatakse nürinurga või negatiivse nurga trigonomeetrilisteks funktsioonideks. On ilmselge, et kuitahes suurte ja mistahes märgiga võetud nurkade trigonomeetriliste funktsioonide käsitlemisel tuleb üldistada trigonomeetriliste funktsioonide mõistet ja defineerida trigonomeetrilisi funktsioone selliselt, et need sisaldaksid endas ka teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide definitsioone kui erijuhte.

Võtame koordinaattasandi alguspunkti ümber vabalt pöörleva kohavektori  $\vec{OA}$ , mille lõpp-punkti koordinaadid on  $x$  ja  $y$  ning moodul  $r$  (joon. 2). Pöörlemisel moodustab kohavektori lõpp-punkt ringjoone, raadiusega  $r$ . Nimetame seda ringjoont



Joonis 2: