TARTU ÜLIKOOL
MATEMAATIKA-INFORMAATIKATEADUSKOND

Rakendustarkvara: TEX

praktikumitöö

Rauno Viskus
MatStat, 3.

Tartu 2014

1 Ülesanne 2.

1.1

Tõestame teoreemi kahe teguri korrutise kohta, millest järeldub teoreemi kehtivus. Olgu $\log_a b_1 = x_1$ ja $\log_a b_2 = x_2$, siis $b_1 = a^{x_1}$ ja $b_2 = a^{x_2}$. Leiame arvude b_1 ja b_2 korrutise: $b_1 b_2 = a^{x_1} a^{x_2}$ ehk $b_1 b_2 = a^{x_1+x_2}$. Logaritmi definitsiooni järgi saame viimasest võrdusest, et $\log_a(b_1 b_2) = x_1 + x_2$. Asendades x_1 ja x_2 vastavate logaritmidega, saame:

$$\log_a(b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2 \tag{1}$$

1.2

Kahe nurga vahe ja summa tangensi valemite tuletamiseks kasutame ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahelisi põhiseoseid ja eespool saadud valemeid:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\beta\sin\alpha}{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta} \tag{2}$$

1.3

Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & z = & 5, \\ 4x & - & y & + & 2z = & -3, \\ 2x & + & 3y & + & 4z = & 3. \end{array} \tag{3}$$

Lahendus.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 12 + 8 + 2 - 32 - 6 = -20. \tag{4}$$

2 Ülesanne 3.

2.1

Esimesed kaks tähte	Viimased kolm tähte							
	aaa	*aab*	*aba*	*abb*	*baa*	*bba*	*bab*	*bbb*
aa	2	2	2	2	5	7	5	7
ab	3	4	4	4	1	2	0	2
ba	0	1	0	0	3	5	3	5
bb	5	6	6	6	2	2	2	2

2.2

$$\begin{array}{c} f(x+\Delta x) = 3(x+\Delta x)^2 + 2 \\ f(x) = 3x^2 + 2 \\ \hline f(x+\Delta x) \text{ - } f(x) = 3(x+\Delta x)^2 + 2 - (3x^2+2). \end{array}$$

3 Ülesanne 4.

3.1

$$A = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x=0}^{h} 9810 \pi r^2 x \, \Delta x \text{ J}. \tag{5}$$

3.2

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{aa\dots a}^{n \text{ tegurit}} \cdot \overbrace{aa\dots a}^{m-n \text{ tegurit}}}{\underbrace{aa\dots a}_{n \text{ tegurit}}} = a^{m-n}. \tag{6}$$

3.3

$$S = \int_0^9 3\sqrt{x}\mathrm{d}x - \int_0^9 x\mathrm{d}x = 3\int_0^9 x^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x - \int_0^9 x\mathrm{d}x = 3\left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^9 - \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^9 = 2[x\sqrt{x}]_0^9 - \frac{1}{2}[x^2]_0^9 = 2 \cdot 27 - \frac{1}{2} \cdot 81 = 54 - 40{,}5 = 13{,}5 \text{ ruutühikut}. \tag{7}$$

3.4

Näiteks $15^4 : 5^4 = (15 : 5)^4 = 3^4 = 81$.

Viimase tehte õigsus on eriti hästi näha, kui kirjutada jagamine murruna ja siis murdu taandada.

$$\frac{15^4}{5^4} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = 3^4 = 81. \tag{8}$$

4 Ülesanne 5.

4.1 Parameetriga makro

Eelmise ülesande lahendamiseks defineeritud taandamise makro:

$$\overset{123}{\cancel{90}} \quad \text{ja} \quad \underset{123}{\cancel{321}}$$

4.2 Hargnemisega makro

Käsk, mis lühendab teksti maksimmalselt etteantud pikkuseks. Kui teksti lühendatakse märgitakse see ära kolme punktiga:

Parameetritega '123456' ja 5: 12345…

Parameetritega '1234' ja 5: 1234

4.3 Tsükliga makro

Makro nädalapäevade välja trükkimiseks. Ülikasulik kui on vaja korduvalt igal pool nädalapäevi välja trükkida(produktiivsusgarantii):

esmaspäev(E)
teisipäev(T)
kolmapäev(K)
neljapäev(N)
reede(R)
laupäev(L)
pühapäev(P)

5 Ülesanne 6.

Lahendus. *Koostame võrrandisüsteemi ja lahendame selle liitmisvõttega (V ptk., art. 7):*

$$\left\{\begin{array}{l} x+2y-\ 2=0 \\ 2x+y-13=0 \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{c} \cdot 2 \\ \cdot(-1) \end{array}\right| \quad + \begin{array}{r} 2x+4y-4=0 \\ -2x-y+13=0 \\ 3y+9=0; \\ y=-3. \end{array} \tag{9}$$

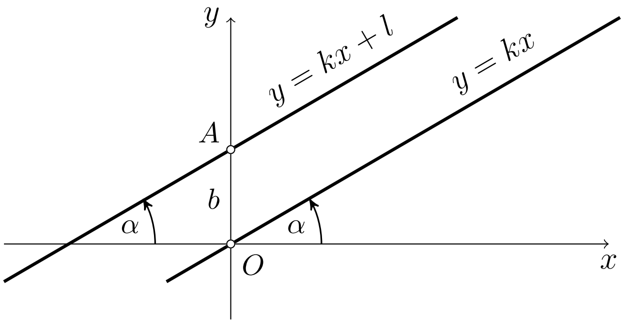
Nüüd asendame esimeses võrrandis y arvuga -3 ja leiame x väärtuse:

$$x+2\cdot(-3)-2=0 \Rightarrow x=8. \tag{10}$$

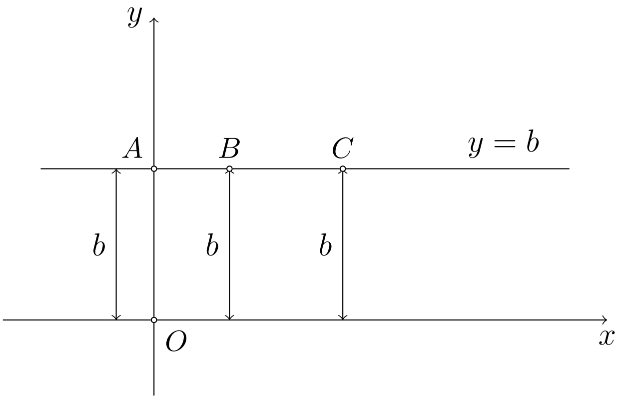
Vastus. *Sirgete lõikepunkt on* $(8;-3)$.

6 Ülesanne 7.

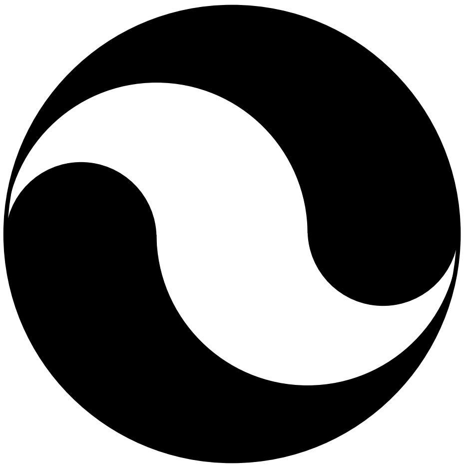
6.1



6.2



6.3



7 Ülesanne 8.

7.1 Teoreem

Definitsioon 7.1 (Varjatud Markovi ahel)**.** *Protsessi* $X = \{Y_t\}_{t\geq 1}$ *nimetatakse varjatud Markovi ahelaks kui kehtib:*

1. $\{Y_t\}_{t\geq 1}$ *korral, juhuslikud suurused* $\{X_t\}_{t\geq 1}$ *on omavahel sõltumatud;*
2. *iga* $t = 1, 2, \ldots,$ *korral on* X_t *sõltuv juhuslikust protsessist* $\{Y_t\}_{t\geq 1}$ *(ja ajast* t*) ainult läbi* Y_t*.*

Juhuslike protsesside paarile (X, Y) *viidatakse ka kui varjatud Markovi mudelile.*

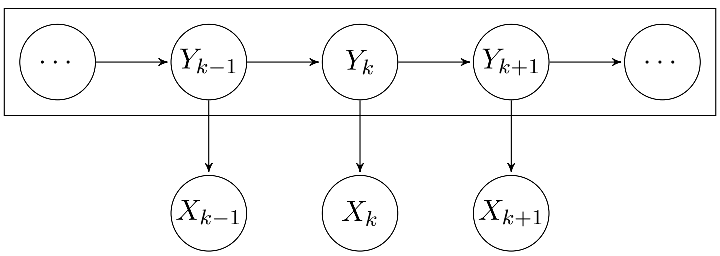
7.2 Tabel

	SV	sport	sots.	nutt
kurb	0,3	0,15	0,05	0,5
õnnelik	0,2	0,2	0,5	0,1

Tabel 1: Emissioonitõenäosused.

7.3 Joonis

Varjatud Markovi ahela mõistet võib kujutada ka järgneva skeemiga:



Joonis 1: Varajtud Markovi ahela kuju.

Joonisel 1 ristküliku sees olev osa on meile üldjuhul vaadeldamatu ja sealt tuleb varjatud Markovi ahelatele ka nimi.