

Analysis

Robin Rausch, Florian Maslowski

3. Juli 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Eigenwerttheorie	2
2	Quadrik	2
3	Satz von Bolzano-Weierstrass	2
4	Couchikriterium	2
5	Konvergenzkriterium	2
5.1	Satz der monotonen Konvergenz	2
5.2	Leibniz-Verfahren	2
5.3	Regel von L'Hospital	2
5.4	Sandwich-Prinzip	3
5.5	Wurzel-/Quotientenkriterium	3
5.6	Integralkriterium	3
5.7	Majoranten-/Minorantenkriterium	3
5.8	Stetigkeit	3
6	Kurvendiskussion	3
6.1	Newtonverfahren	3
7	Taylor Entwicklung	3

1 Eigenwerttheorie

Der Eigenvektor \vec{x} ist der Vektor einer Matrix A , der sich bei der Multiplikation mit der Matrix nur um die Länge mit dem ändert:

$$A \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \vec{x}$$

sdfs

2 Quadrik

Die Quadrik ist die Lösungsmenge von quadratischen Gleichungen mit mehreren Variablen.

3 Satz von Bolzano-Weierstrass

1. Jede beschränkte Folge in \mathbb{R} oder \mathbb{C} hat wenigstens einen Häufungspunkt
2. Jede beschränkte Folge in \mathbb{R} oder \mathbb{C} hat wenigstens eine konvergente Teilfolge

4 Couchikriterium

5 Konvergenzkriterium

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists n_\epsilon \in \mathbb{N}$$

$\forall \epsilon > 0, n \in \mathbb{N} \exists n_\epsilon : n > n_\epsilon \Rightarrow |g - a_n| < \epsilon$ Für alle positiven Epsilon und natürliche n , gibt es eine Grenze n_ϵ , nach der alle Folgenglieder um weniger als epsilon vom Grenzwert entfernt sind.

5.1 Satz der monotonen Konvergenz

Jede noch monoton wachsende/fallende nach oben/unten beschränkte Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist konvergent.

5.2 Leibniz-Verfahren

5.3 Regel von L'Hospital

Für Grenzwerte bei Brüchen, wenn:

1. Zähler und Nenner gegen 0 oder $\pm\infty$ gehen
2. Grenzwert des Bruchs $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existiert

Regel: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

5.4 Sandwich-Prinzip

Wenn eine Folge zwischen 2 konvergierenden Folgen mit dem selben Grenzwert liegt, konvergiert diese auch gegen den selben Grenzwert.

5.5 Wurzel-/Quotientenkriterium

Eine Reihe $\sum a_k$ ist absolut konvergent wenn:

1. $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} = q < 1$

2. $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} = q < 1$

Wenn $q \geq 1$ gilt, ist die Reihe divergent.

5.6 Integralkriterium

5.7 Majoranten-/Minorantenkriterium

Majorantenkriterium: Die Reihe wird durch eine größere ersetzt, deren Konvergenz bekannt ist.

Minorantenkriterium: Die Reihe wird durch eine kleinere ersetzt, deren Divergenz bekannt ist.

5.8 Stetigkeit

Eine Funktion ist stetig, falls die Funktion keine Sprünge hat. Linke Seite der Funktion ist gleich rechte Seite der Funktion.

$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$$

6 Kurvendiskussion

6.1 Newtonverfahren

Annähern an Nullstellen durch Rekursion:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

7 Taylor Entwicklung

Wird genutzt um aus Funktionen Reihen zu machen.

Formel: $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} \cdot (x - x_0)^i$

1.