

Отчёт по практическому заданию (2) в рамках курса  
«Суперкомпьютерное моделирование и технологии»

Вариант 5

Никифоров Никита Игоревич, гр. 621

[nickiforov.nik@gmail.com](mailto:nickiforov.nik@gmail.com)

Октябрь 2022

# 1 Задача

Необходимо реализовать численный метод Монте-Карло нахождения значения интеграла в заданной области. Для реализации метода предлагается использовать языки программирования C/C++, с использованием библиотеки параллельного вычисления MPI.

Необходимо провести исследование реализованного численного метода для заданного интеграла, области и точности на параллельных вычислительных системах ВМК МГУ: IBM Blue Gene/P, IBM Polus

## 2 Математическая постановка задачи

Пусть функция  $f(x, y, z) = x^3 * y^2 * z$  — непрерывна в ограниченной замкнутой области  $G \subset \mathbb{R}^3$ . Требуется вычислить определённый интеграл:

$$I = \iiint_G f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_G x^3 * y^2 * z dx dy dz, \quad (1)$$

где область  $G = (x, y, z) : -1 \leq x \leq 0, -1 \leq y \leq 0, -1 \leq z \leq 0$

## 3 Численный метод решения задачи (Монте-Карло)

Пусть заданная область  $G$  ограничена параллелепипедом  $P : a_1 \leq x \leq b_1, a_2 \leq y \leq b_2, a_3 \leq z \leq b_3$ . Рассмотрим функцию определённую на параллелепипеде  $P$ :

$$F(x, y, z) = \begin{cases} f(x, y, z), & (x, y, z) \in G \\ 0, & (x, y, z) \notin G \end{cases} \quad (2)$$

Преобразуем искомый интеграл 1 - подставив функцию 2.

$$I = \iiint_G f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_P F(x, y, z) dx dy dz, \quad (3)$$

Пусть  $p_1 : (x_1, y_1, z_1), p_2 : (x_2, y_2, z_2), \dots, p_n : (x_n, y_n, z_n)$  — случайные точки равномерно распределённые по области  $P$ . Тогда в качестве приближённого значения интеграла 3 предлагается использовать выражение:

$$I \approx |P| * \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n F(p_i), \quad (4)$$

где  $|P|$  — объём параллелепипеда  $P, |P| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3)$ .

## 4 Аналитическое решение задачи

Найдём аналитически интеграл 1:

$$\begin{aligned} I &= \iiint_G x^3 * y^2 * z dx dy dz = \int_{-1}^0 dx \int_{-1}^0 dy \int_{-1}^0 x^3 * y^2 * z dz = \\ &= \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 \frac{y^3}{3} \Big|_{-1}^0 \frac{z^2}{2} \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{24} * x^4 y^3 z^2 \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{24} \approx 0.0416(6) \end{aligned} \quad (5)$$

## 5 Программная реализация