Lucy-Richardson 算法模型解释

$$Y = P\otimes\mathrm{F}$$

假设包含泊松噪声的运动模糊图像的退化过程为：

其中 Y 表示退化后图像，F 表示原图像，P 表示点扩散函数

定义 Y 中的像素表示y_i为 Y={$y_1, y_2, \dots y_n$}

定义 F 中的像素表示f_i为 Y={$f_1, f_2, \dots f_n$}

定义点的扩散关系为$p(i\to j)$为像素i到像素j的扩散系数，为一一对应的关系。

已知退化过程满足泊松分布的形式，即对于退化图的单一像素来说，存在一个分布系数μ_j使得

$$y_i \sim Poisson(\mu_j)$$

其中分布系数μ_j为图片中其他点对于特定点 j 的贡献，即求 psf 与清晰图的卷积。

$$\mu_j = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot p(i\to j)$$

由于y_i满足独立的泊松分布，设$z(i\to j) = f_i \cdot p(i\to j)$为点 i 对 j 的贡献，那么$z(i\to j)$本身也服从泊松分布。

$$z(i\to j) \sim Poisson(f_i \cdot p(i\to j))$$

又因为存在

$$y_j = \sum_{i=1}^{n} z(i\to j) = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot p(i\to j)$$

且对于单个的$z(i\to j)$可以表示为，黄色为泊松分布公式

$$y_j = \sum_{i=1}^{n} z(i\to j) = \frac{f_i \cdot p(i\to j)}{\sum_{k=1}^{n} f_k \cdot p(k\to j)}$$

若清晰图像已知，则由最大似然估计法获得

$$\hat{z}(i\to j) = \frac{y_i \cdot f_i \cdot p(i\to j)}{\sum_{k=1}^{n} f_k \cdot p(k\to j)}$$

又因为当$\hat{z}$已知时，有

$$\widehat{f_i} = \sum_{j=1}^{n} \hat{z}(i\to j)$$

即该点对所有点的贡献之和，为该点的像素值

由上式可以转化为迭代公式

$$f_i^{(t+1)} = f_i^{(t)} \sum_{j=1}^{d} \frac{y_i \cdot p(i\to j)}{\sum_{k=1}^{n} f_k \cdot p(k\to j)}$$

将式子写成矩阵运算的形式为

$$\widehat{F^{(t+1)}} = \widehat{F^{(t)}}\left(P\otimes \frac{Y}{P\otimes \widehat{F^{(t)}}}\right)$$

此式则为 R-L 算法的迭代函数式。