



Основы электротехники

Домашнее задание №1

Расчёт цепей постоянного тока

Группа Р3334

Вариант 87

Выполнил: Баянов Равиль Динарович

Дата сдачи: 16.10.2024

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

Количество баллов:

СПб – 2024

Оглавление

Задание	3
Дано	4
Найти	5
Решение	6
Схема электрической цепи.....	6
I)Расчёт по законам Кирхгофа.....	6
II) Расчёт методом контурных токов.....	8
III) Расчёт методом эквивалентных преобразований.....	9
IV) Расчёт баланса мощностей	13
Ответ	15

Задание

Найти: все неизвестные токи, используя I) законы Кирхгофа (ЗК), II) метод контурных токов (МКТ) или метод узловых напряжений (МУН); III) найти ток через любой источник ЭДС методом эквивалентных преобразований (МЭП) или методом эквивалентного генератора (МЭГ); IV) определить напряжение, приложенное к источнику тока, мощности всех элементов цепи, суммарную мощность источников, суммарную мощность потребителей, составить баланс мощностей.

Дано

Номер схемы – 1

$J_1 = 0.65$ (вверх)

$E_6 = 32$ (вниз)

$E_3 = 22$ (вправо)

$R_1 = -$

$R_2 = 3 \text{ Ом}$

$R_3 = 4 \text{ Ом}$

$R_4 = 1 \text{ Ом}$

$R_5 = 3 \text{ Ом}$

$R_6 = 8 \text{ Ом}$

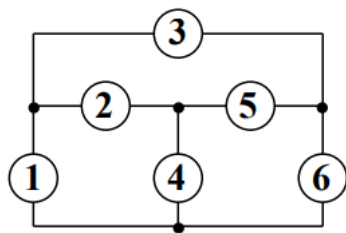


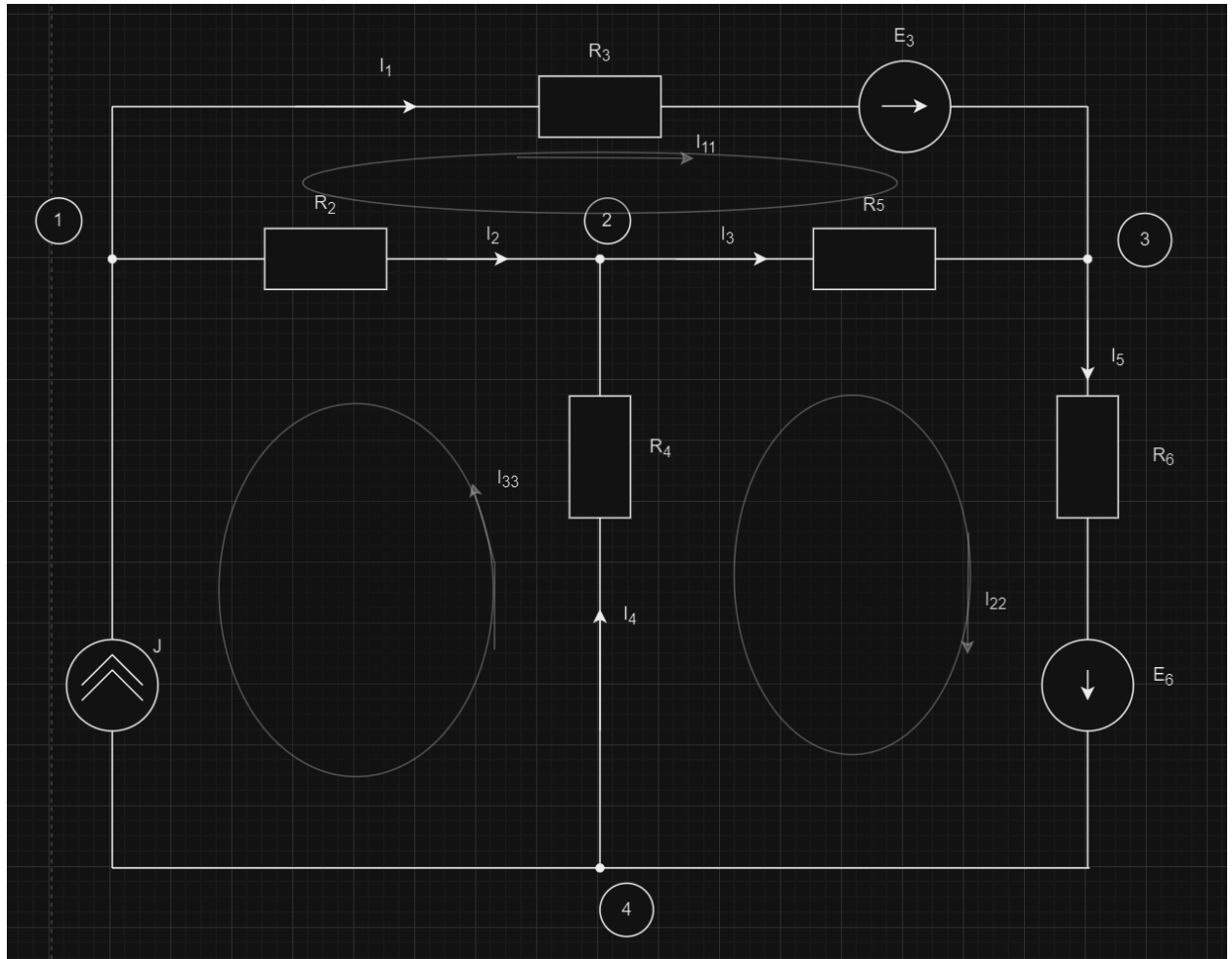
Схема 1

Найти

Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя: а) законы Кирхгофа, б) метод контурных токов или метод узловых напряжений. в) Рассчитать ток любой ветви, содержащей источник ЭДС, методом эквивалентных преобразований или методом эквивалентного генератора. г) Определить напряжение, приложенное к источнику тока. Определить мощность всех источников энергии, всех резистивных элементов, суммарную мощность источников цепи и суммарную мощность потребителей цепи.

Решение

Схема электрической цепи



I) Расчёт по законам Кирхгофа

Определить топологию цепи

$$p^* = 6 \text{ (общее количество цепей)}$$

$$p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество ветвей с источником тока)}$$

$$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5 \text{ (количество неизвестных токов)}$$

$$q = 4 \text{ (количество узлов)}$$

$$n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2 \text{ (количество независимых контуров)}$$

$$m_1 = q - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (количество уравнений по ЗКІ)}$$

$$m_2 = n = 2 \text{ (количество уравнений по ЗКІІ)}$$

Составить систему уравнений из m_1 уравнений по ЗКІ и m_2 уравнений по ЗКІІ. Представить систему в матричной форме.

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} \text{ЗКЛ. 1: } I_1 + I_2 = J \\ \text{ЗКЛ. 2: } I_2 + I_4 - I_3 = 0 \\ \text{ЗКЛ. 3: } I_1 + I_3 - I_5 = 0 \\ \text{ЗКЛ. 1: } I_1 R_3 - I_3 R_5 - I_2 R_2 = E_3 \\ \text{ЗКЛ. 2: } I_3 R_5 + I_5 R_6 + I_4 R_4 = E_6 \end{cases}$$

Теперь в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ R_3 & -R_2 & -R_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_5 & R_4 & R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} J \\ 0 \\ 0 \\ E_3 \\ E_6 \end{pmatrix}$$

Подставим численные значения

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.65 \\ 0 \\ 0 \\ 22 \\ 32 \end{pmatrix}$$

Вычислим

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0.65 \\ 0 \\ 0 \\ 22 \\ 32 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix}$$

Ответ

$$I_1 = 3.472 [A], I_2 = -2.822 [A], I_3 = 0.117 [A], I_4 = 2.939 [A], I_5 = 3.589 [A].$$

II) Расчёт методом контурных токов

Определить топологию цепи

$$p^* = 6 \text{ (общее количество цепей)}$$

$$p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество ветвей с источником тока)}$$

$$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5 \text{ (количество неизвестных токов)}$$

$$q = 4 \text{ (количество узлов)}$$

$$n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2 \text{ (количество независимых контуров)}$$

$$m = p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество известных контурных токов)}$$

$$s = n + m = 2 + 1 = 3 \text{ (общее количество контурных токов)}$$

$$I_{33} = -J = 0.65 \text{ [A]}$$

Составить и решить систему

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{33} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{66} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} (R_3 + R_5 + R_2)I_{11} - R_5I_{22} + R_2I_{33} = E_3 \\ -R_5I_{11} + (R_6 + R_5 + R_4)I_{22} + R_4I_{33} = E_6 \end{cases}$$

Подставим численные значения

$$\begin{cases} 10I_{11} - 3I_{22} - 1.95 = 22 \\ -3I_{11} + 12I_{22} - 0.65 = 32 \end{cases}$$

Решая систему, получаем

$$I_{11} = 3.472 \text{ [A]}, I_{22} = 3.589 \text{ [A]}$$

Найдём искомые точки через контурные токи

$$I_1 = I_{11} = 3.472 \text{ [A]},$$

$$I_2 = -(I_{33} + I_{11}) = 2.822 \text{ [A]},$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11} = 0.117 \text{ [A]},$$

$$I_4 = I_{33} + I_{22} = 2.939 \text{ [A]},$$

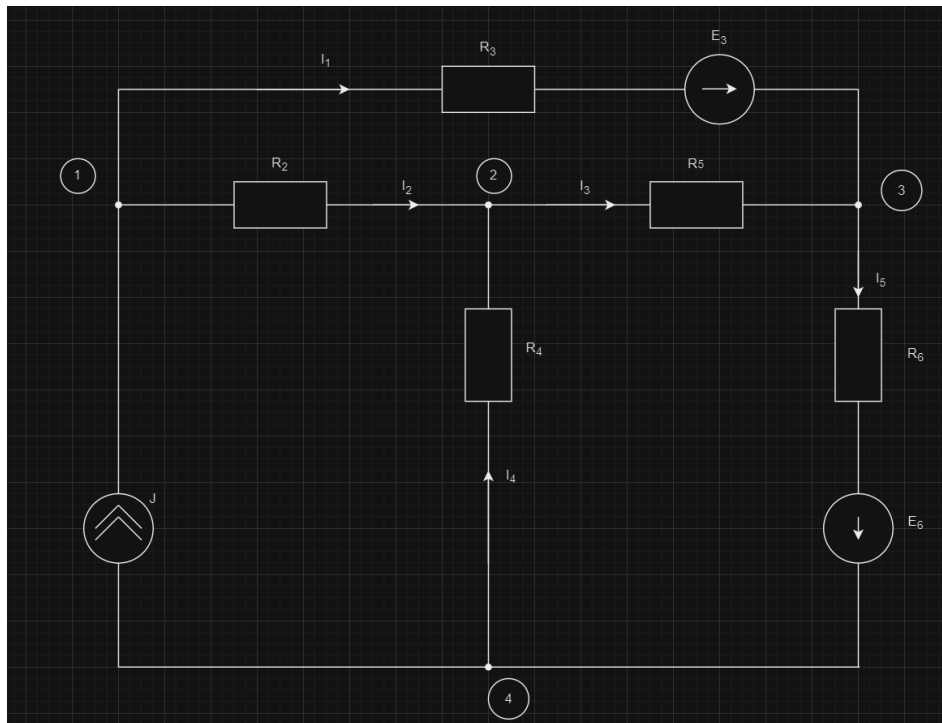
$$I_5 = I_{22} = 3.589 \text{ [A]}$$

Ответ

$$I_1 = 3.472 \text{ [A]}, I_2 = -2.822 \text{ [A]}, I_3 = 0.117 \text{ [A]}, I_4 = 2.939 \text{ [A]}, I_5 = 3.589 \text{ [A]}.$$

III) Расчёт методом эквивалентных преобразований

Оригинальная схема:

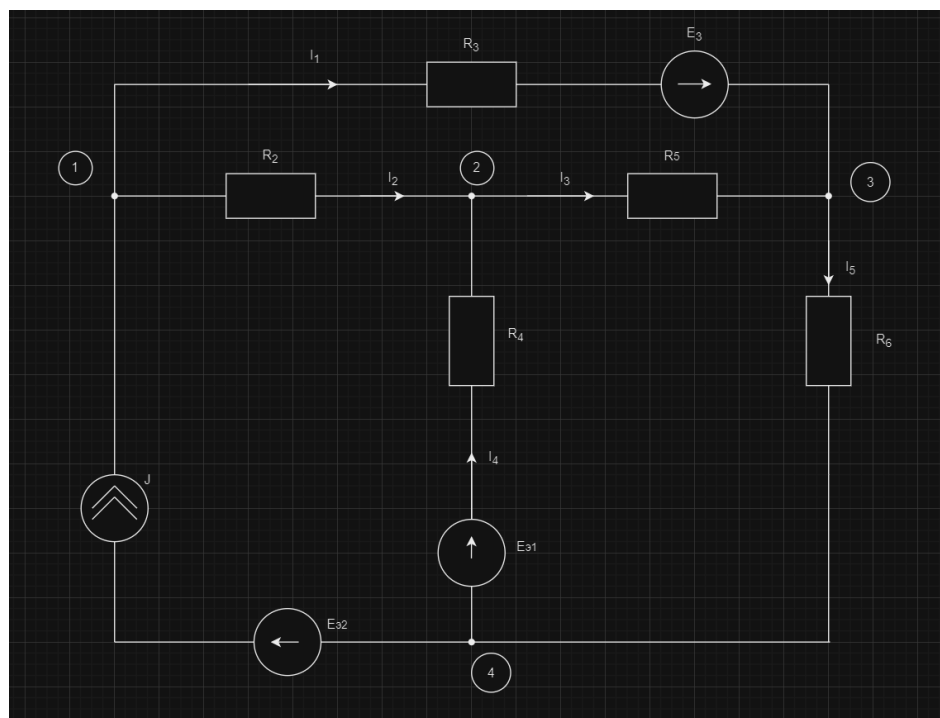


Определим силу тока через источник ЭДС (E_3)

Решение:

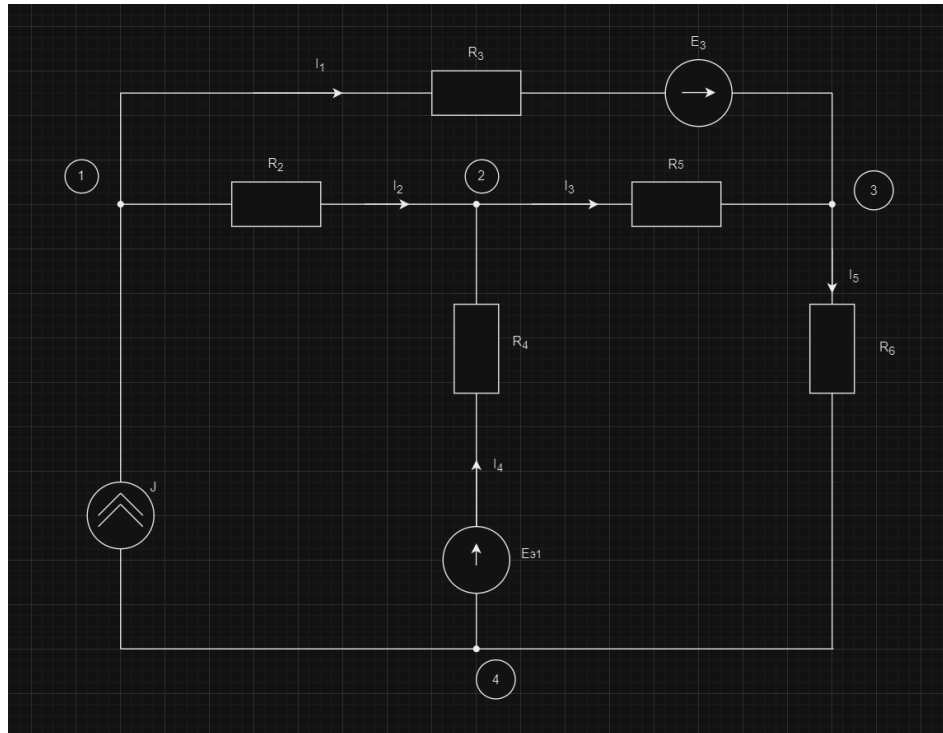
1. Расщепление идеальных источников ЭДС:

$$E_6 \rightarrow E_{31}, E_{32}; E_6 = E_{31} = E_{32}$$



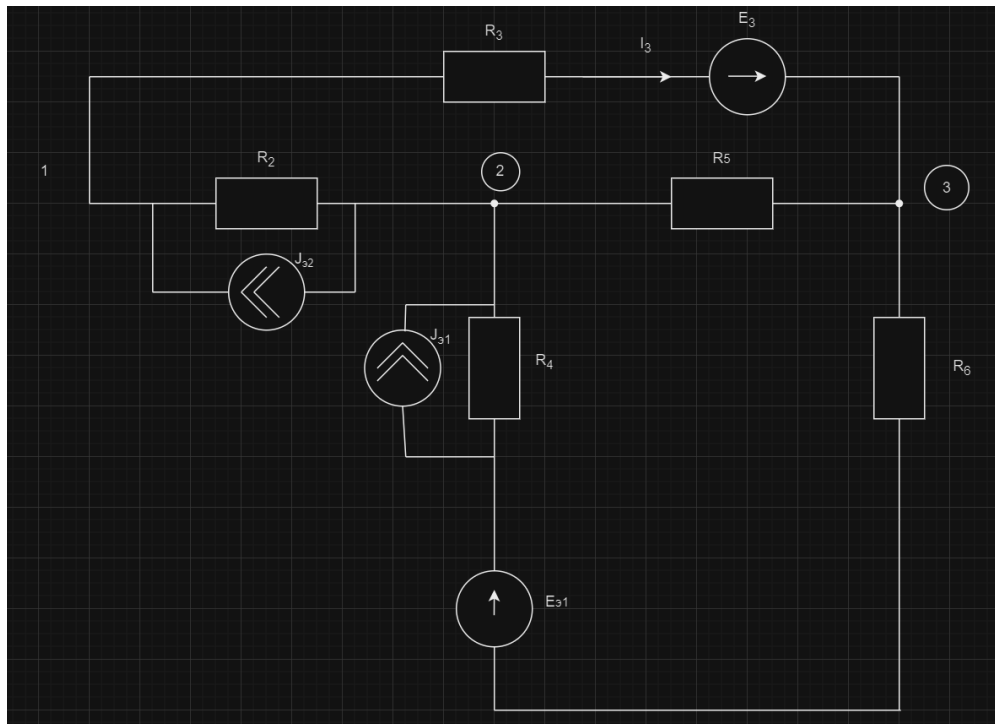
2. Преобразование последовательно соединённых элементов:

Исключим из ветви с источником тока J , источник ЭДС E_{32}



3. Расщепление идеального источника тока J :

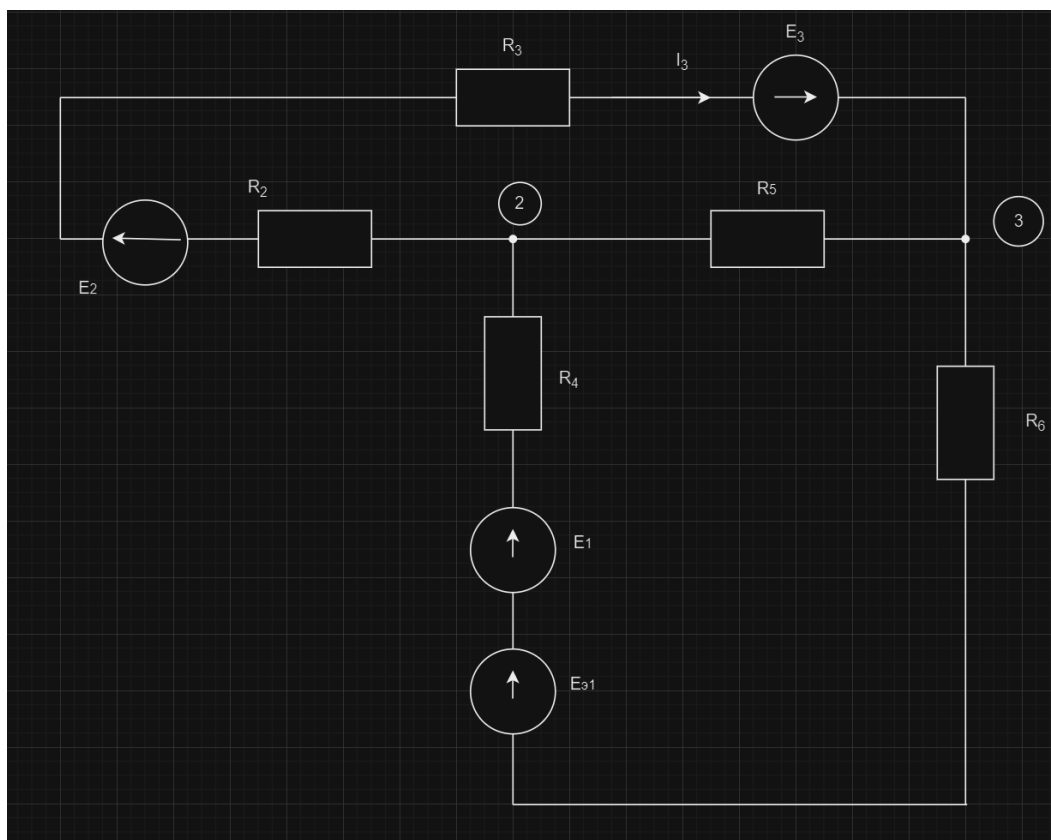
$$J \rightarrow J_{31}, J_{32}; J = J_{31} = J_{32}$$



4. Преобразование реальных источников энергии друг в друга:

Преобразуем источники тока J_{31}, J_{32} в источники ЭДС E_1, E_2

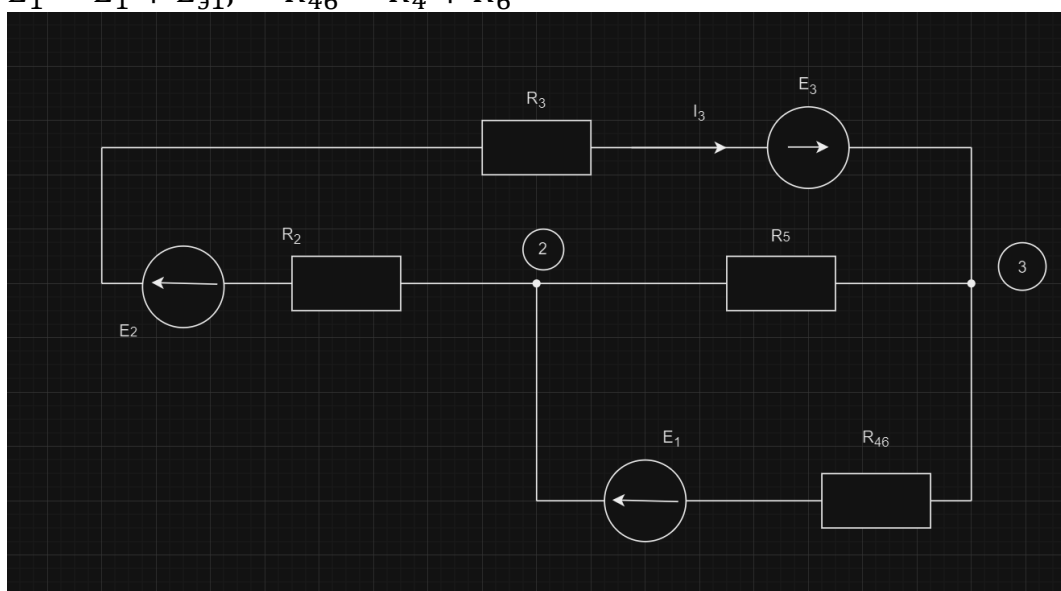
$$E_1 = J_{31}R_2, \quad E_2 = J_{32}R_4$$



5. Преобразование последовательно соединённых элементов:

E_1, E_{31} и R_4, R_6

$$E_1 = E_1 + E_{31}, \quad R_{46} = R_4 + R_6$$

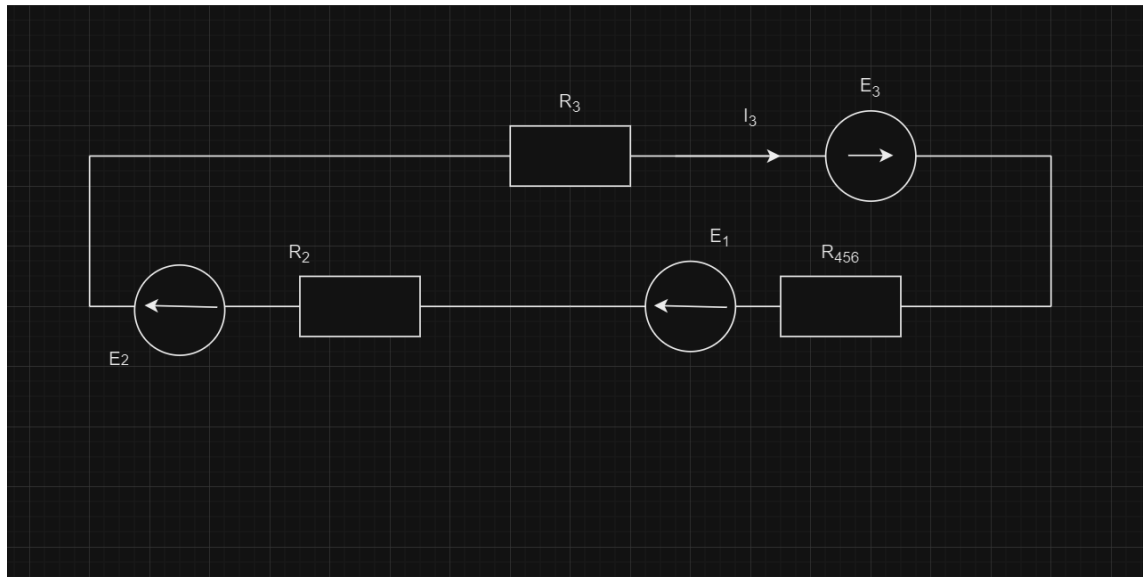


6. Преобразование параллельно соединённых элементов:

R_5, R_{46} в R_{456} и E_1 в E_1 , который будет равен следующей формуле

$$R_{456} = \frac{R_5 R_{46}}{R_5 + R_{46}}, \quad E_1 = \frac{R_{456}}{R_{46}} E_1 = \frac{R_5}{R_5 + R_{46}} E_1$$

A



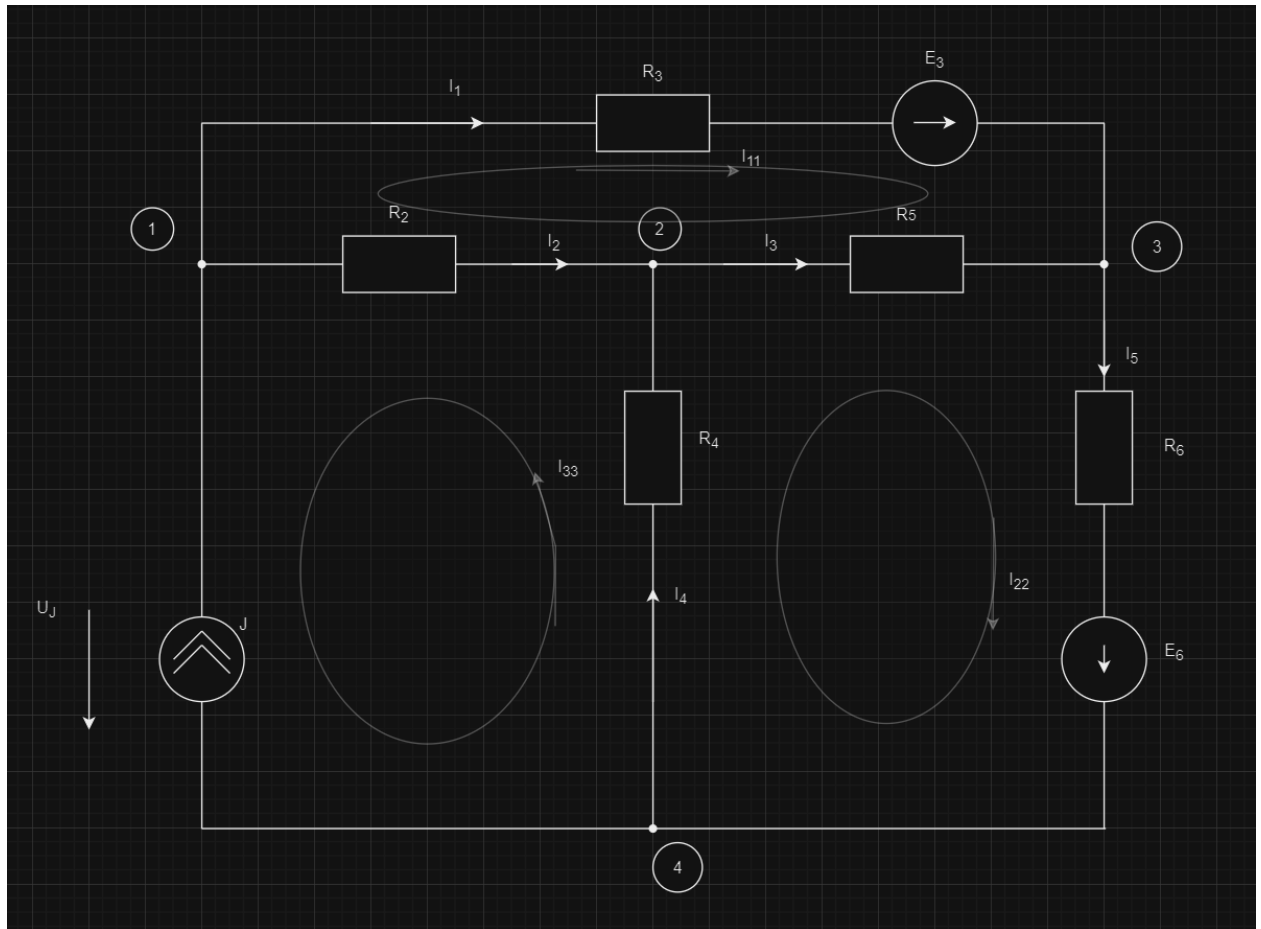
Таким образом, мы свели нашу цепь к одноконтурной относительно ветви с искомым током.

$$\begin{aligned}
 (R_2 + R_{456} + R_3)I_3 &= (E_1 + E_2 + E_3) \rightarrow I_3 = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{R_2 + R_3 + R_{456}} \\
 &= \frac{JR_2 + \frac{R_5}{R_5 + R_{46}}(JR_4 + E_6) + E_3}{R_2 + R_3 + \frac{R_5 R_{46}}{R_5 + R_{46}}} \\
 &= \frac{JR_2 + \frac{R_5}{R_5 + R_4 + R_6}(JR_4 + E_6) + E_3}{R_2 + R_3 + \frac{R_5(R_4 + R_6)}{R_5 + R_4 + R_6}} = 3.472 \text{ [A]}
 \end{aligned}$$

Ответ: $I_3 = 3.472 \text{ [A]}$

IV) Расчёт баланса мощностей

Решение:



По второму закону Кирхгофа найдём напряжение на источнике тока.

$$I_4 R_4 = I_2 R_2 + U_J \rightarrow U_J = I_4 R_4 - I_2 R_2 = 11.405 \text{ [В]}$$

Определим мощности всех элементов цепи:

$$P_J = -U_J J = -11.405 \cdot 0.65 = -7.413 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E6} = I_5 E_6 = 3.589 \cdot 32 = 114.848 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E3} = I_1 E_3 = 3.472 \cdot 22 = 76.384 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R2} = R_2 I_2^2 = 3 \cdot (-2.822)^2 = 23.891 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R3} = R_3 I_1^2 = 4 \cdot 3.472^2 = 48.219 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R4} = R_4 I_4^2 = 1 \cdot 2.939^2 = 8.638 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R5} = R_5 I_3^2 = 3 \cdot 0.117^2 = 0.041 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R6} = R_6 I_5^2 = 8 \cdot 3.589^2 = 103.047 \text{ [Вт]}$$

Посмотрим на баланс мощностей:

- Суммарная мощность источников:

$$P_{\text{и}} = P_J + P_{E6} + P_{E3} = -7.413 + 114.848 + 76.384 = 183.819 \text{ [Вт]}$$

- Суммарная мощность потребителей:

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} \\ &= 23.891 + 48.219 + 8.638 + 0.041 + 103.047 \\ &= 183.819 \text{ [Вт]} \end{aligned}$$

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 183.819 \text{ [Вт]} \text{ баланс мощностей сошёлся}$$

Ответ

$$I_1 = 3.472 \text{ [A]}, I_2 = -2.822 \text{ [A]}, I_3 = 0.117 \text{ [A]}, I_4 = 2.939 \text{ [A]}, I_5 = 3.589 \text{ [A]}.$$

$$\begin{aligned} P_J = -7.413 \text{ [Вт]}, P_{E6} = 114.848 \text{ [Вт]}, P_{E3} = 76.384 \text{ [Вт]}, P_{R2} = \\ = 23.891 \text{ [Вт]}, P_{R3} = 48.219 \text{ [Вт]}, P_{R4} = 8.638 \text{ [Вт]}, P_{R5} = \\ = 0.041 \text{ [Вт]}, P_{R6} = 103.047 \text{ [Вт]} \end{aligned}$$