ИТМО

Основы электротехники

Домашнее задание №2
Расчет переходных процессов в цепях
первого порядка

Группа P3334
Вариант 55

Выполнил: Баянов Равиль Динарович
Дата сдачи: 01.12.2024
Контрольный срок сдачи: 04.12.2024
Количество баллов:

СПб – 2024

Содержание

Задание 3
Дано 4
Найти 5
Решение 6
Схема электрической цепи 6
Расчёт классическим методом 7
Расчёт операторным методом 10
Графики 12
Ответ 13

Задание

Рассчитать значения тока и напряжения переходных процессов в цепи первого порядка с помощью классического метода или упрощённого классического метода и операторным методом.

Дано

$E = 170$ [В]

$R_1 = R_6 = R_7 = 165$ [Ом]

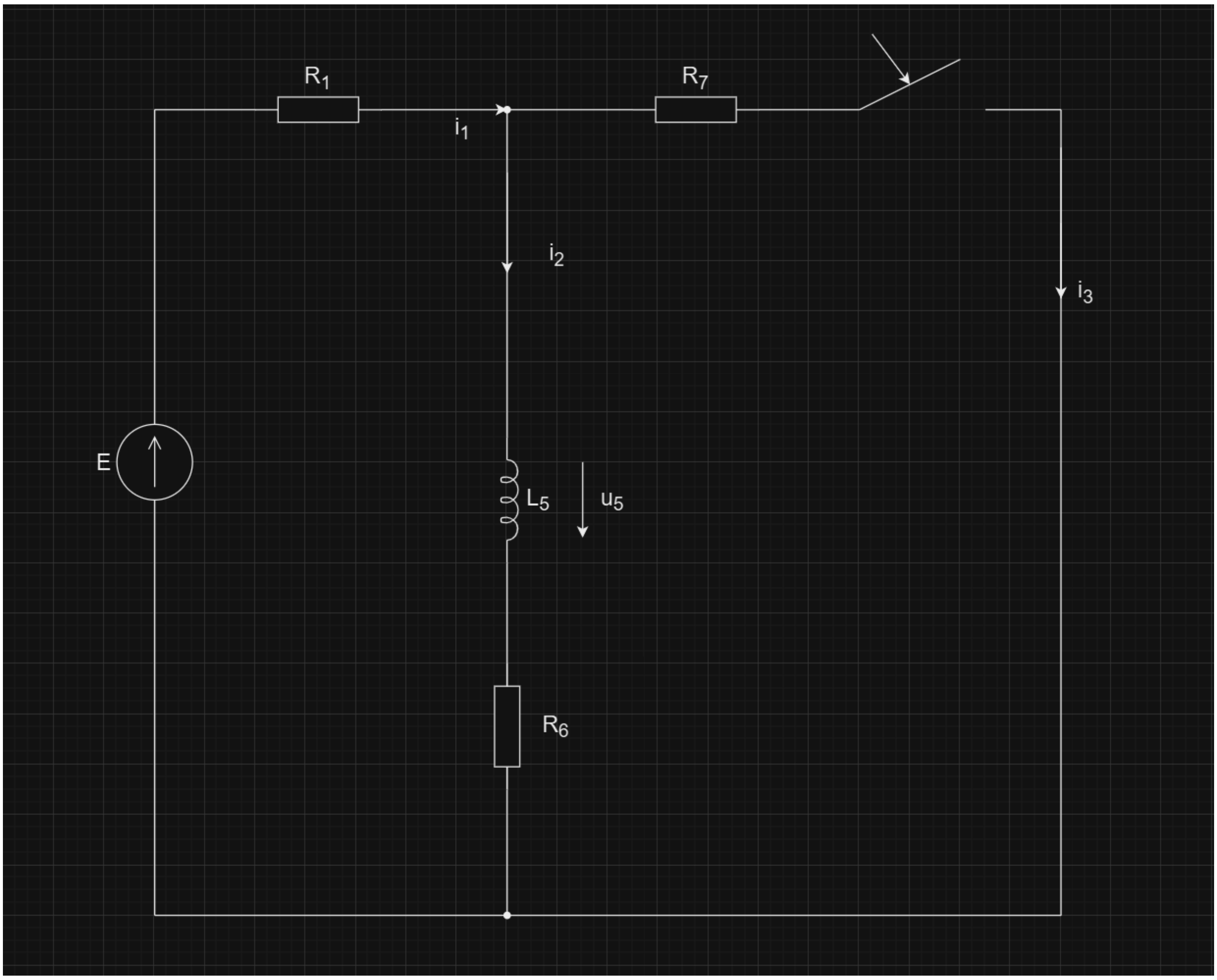
$L_5 = 0{,}023$ [Гн]

Найти

$i_3(t), u_5(t)$ классическим и операторным методами расчёта; построить найденные величины на интервале времени $[-\tau; 4\tau]$.

Решение

Схема электрической цепи



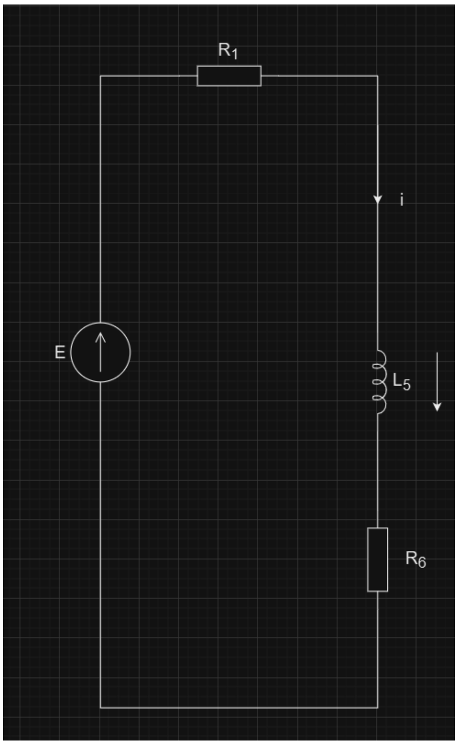
Расчёт классическим методом

1) Составление системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \text{ЗК}I.\text{А}: & i_1 = i_3 + i_2 \\ \text{ЗК}II.I: & u_5 + u_6 + u_1 = E \\ \text{ЗК}II.II: & u_7 = u_{5+}u_6 \end{cases}$$

2) Найдём начальные значения элементов цепи с помощью рассмотрения цепи ДО коммутации.

Схема:



$i_L(0_-) = i_L(0_+) = i_L(0)$ – по первому закону коммутации.
В установившемся режиме напряжение на катушке индуктивности равно 0, и катушка индуктивности превращается в провод с определённым постоянным током. Следовательно,

$$i_L(0_+) = \frac{E}{R_1 + R_6}$$

$$i_3(0_-) = \ 0$$

3) Теперь составим одно дифференциальное уравнение с одним током, с током i_1:

$$\begin{cases} \frac{Ldi_2}{dt} + Ri_2 + Ri_1 = E \\ \frac{Ldi_2}{dt} + Ri_2 = Ri_3 \\ i_1 = i_3 + i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{Ldi_2}{dt} + 2Ri_2 + Ri_3 = E \\ \frac{Ldi_2}{dt} + Ri_2 = Ri_3 \end{cases}$$

$$3Ri_2 + \frac{2Ldi_2}{dt} = E$$

Дифференциальное уравнение составлено. Теперь ищем решение, как:

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}}$$

Подставим $i_{\text{уст}}$:

$$3Ri_{\text{уст}} = E => i_{\text{уст}} = \frac{E}{3R} = \frac{170}{3 \cdot 165} = 0{,}343 \text{ [A]}$$

Подставим $i_{\text{св}}$:

$\frac{2Ldi_{\text{св}}}{dt} + 3Ri_{\text{св}} = E$ – однородное дифференциальное уравнение.

$2Lp + 3R = 0 => -\frac{3R}{2L} = p -$ корень характеристического уравнения

$$-\frac{3R}{2L} = -\frac{3 \cdot 165}{2 \cdot 0{,}023} = -10760{,}87 \left[\frac{1}{c}\right]$$

$$i_{\text{св}} = Ae^{pt} = Ae^{-10760{,}87t}$$

Найдём A через t=0:

$$i(0) = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} = \frac{E}{3R} + A => \frac{E}{2R} = \frac{E}{3R} + A => A = \frac{E}{2R} - \frac{E}{3R} = \frac{E}{6R} = \frac{170}{6 \cdot 165} = 0{,}172 \text{ [A]}$$

Окончательно:

$$i_2 = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} = \frac{E}{3R} + \frac{E}{6R} e^{-\frac{3R}{2L}t} = 0{,}343 + 0{,}172 \cdot e^{-10760{,}87t}$$

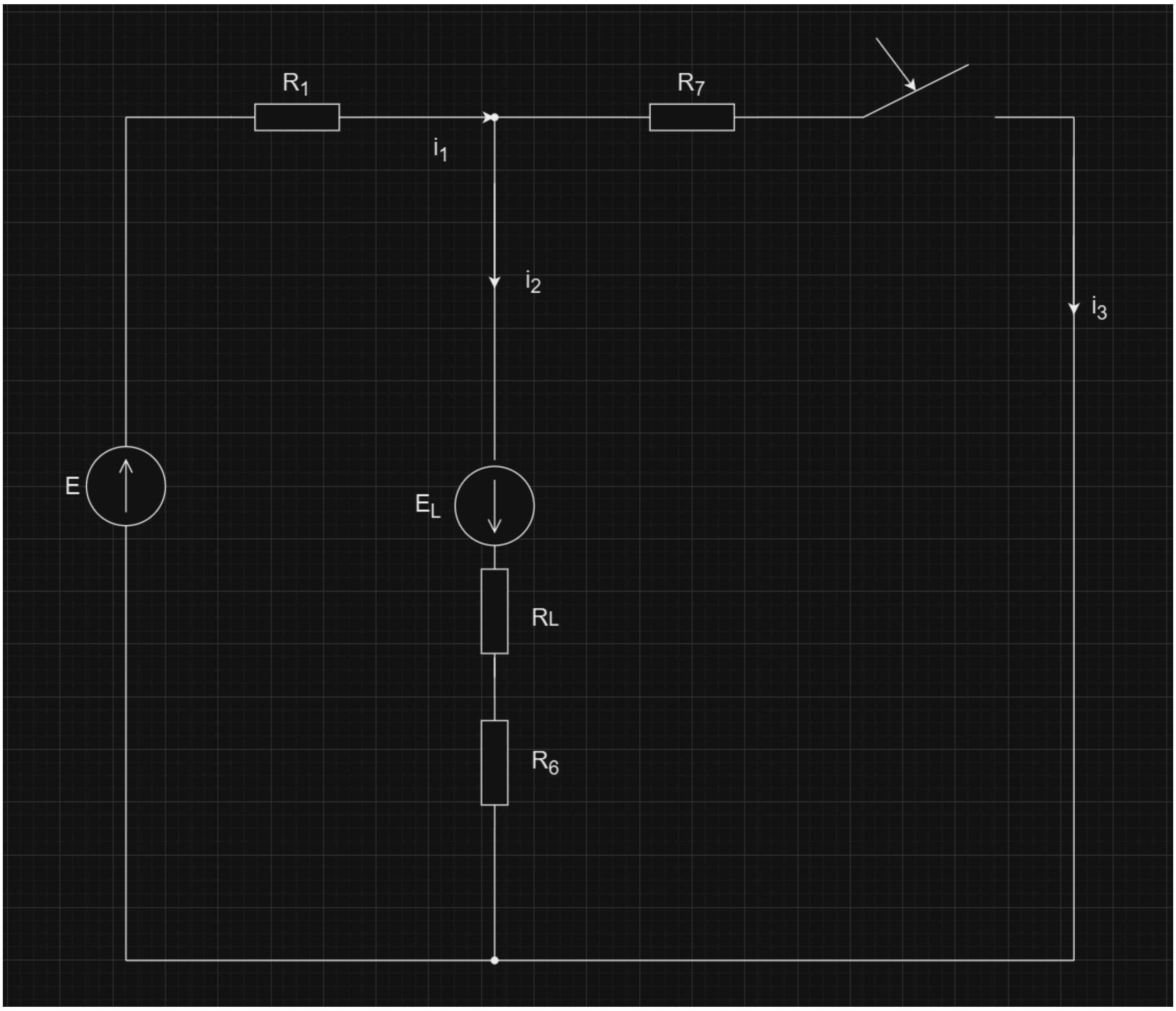
Теперь определим u через готовое уравнение выше:

$$u_5 = L\left(\frac{di}{dt}\right) = -\frac{LE}{6R} e^{-10760{,}87t} \cdot \frac{3R}{2L} = -42{,}5e^{-10760{,}87t} \text{ [B]}$$

$$i_3 = i_2 + \frac{Ldi_2}{Rdt} =$$
$$= 0{,}343 + 0{,}172e^{-10768{,}87t} - \frac{0{,}023}{165}(0{,}172 \cdot 10760{,}87e^{-10768{,}87t})$$
$$= 0{,}343 - 0{,}086e^{-10768{,}87t}$$

Расчёт операторным методом

Схема замещения:



1) Определим начальные значения, как из прошлого метода:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = i(0) = \frac{E}{2R} = 0{,}515\ [\text{А}]$$

2) Найдём значения E_L и R_L:

$$E_L = L \cdot i_L(0) = \frac{EL}{2R} = 0{,}118\ [\text{В}]$$

$$R_L = L \cdot p$$

3) $$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ Lpi_2 + Ri_2 + Ri_1 = E_L + \frac{E}{p} \\ Lpi_2 + Ri_2 - Ri_3 = E_L \end{cases}$$

$$\begin{cases} Lpi_2 + 2Ri_2 + Ri_3 = E_L + \dfrac{E}{p} \\ Ri_3 = Lpi_2 + Ri_2 - E_L \end{cases}$$

$$2Lpi_2 + 3Ri_2 = \frac{EL}{R} + \frac{E}{p}$$

$$i_2 = \frac{ELp + ER}{Rp(2Lp + 3R)}$$

По обобщённому закону Ома:

$$u_5 = \ Lpi_2 + \frac{E}{p} = \frac{L(ELp + ER)}{R(2Lp + 3R)}$$

Перейдём к мгновенным значениям величин:

$$u(t) = \frac{L(ELp_1 + ER)}{R(2Lp + 3R)}\left(p + \frac{3R}{2L}\right)e^{p_1 t}|_{p_1 = -\frac{3R}{2L}}$$

$$= \ \frac{-\frac{3EL}{2} + EL}{p + \frac{3R}{2L}} \cdot \frac{1}{2L}\left(p + \frac{3R}{2L}\right)e^{-\frac{3R}{2L}t} = \left(-\frac{3}{4}E + \frac{E}{2}\right)e^{-\frac{3R}{2L}t}$$

$$= -\frac{E}{4}\, e^{-\frac{3R}{2L}t} \ = \ -42{,}5e^{-\frac{3R}{2L}t} \ = \ -42{,}5e^{-10760{,}87t}$$

$$i_3 = \frac{ELp + 2ER}{2pR(2Lp + 3R)}$$

Найдём теперь i_3:

$$i(t) = \ \frac{ELp_1 + 2ER}{2pR(2Lp_1 + 3R)}(p - 0)e^{p_1 t}|_{p_1 = 0} \ +$$

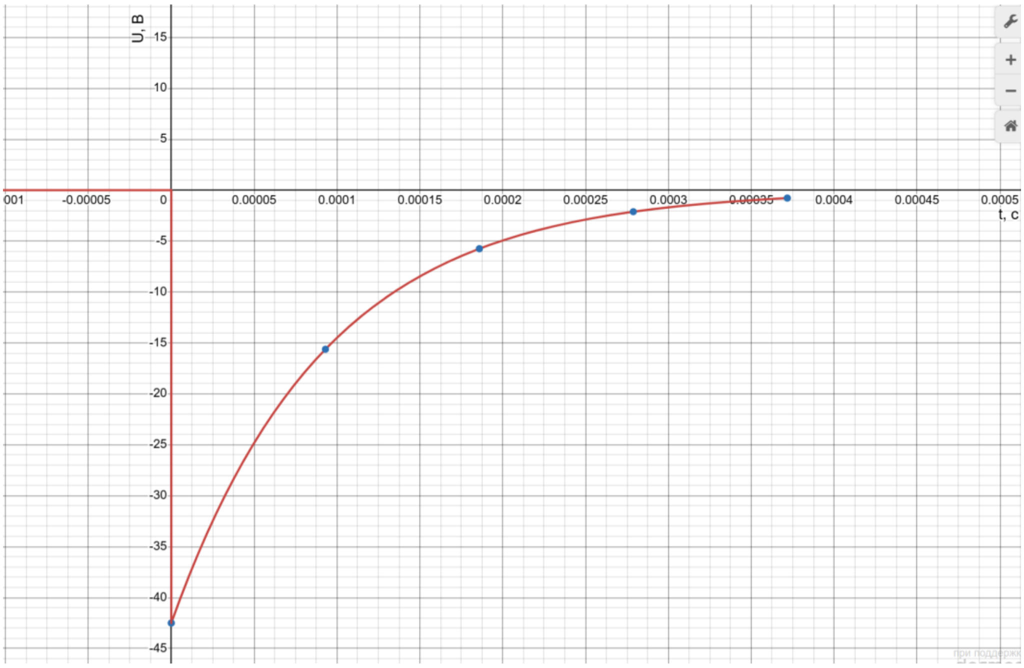
$$+ \ \frac{ELp_2 + 2ER}{2p_2R(2Lp + 3R)}\left(p + \frac{3R}{2L}\right)e^{p_2 t}|_{p_2 = -\frac{3R}{2L}} =$$

$$= \frac{E}{3R} - \frac{E}{12R}e^{10760{,}87t} = 0{,}343 - 0{,}086e^{-10760{,}87t}$$

Графики

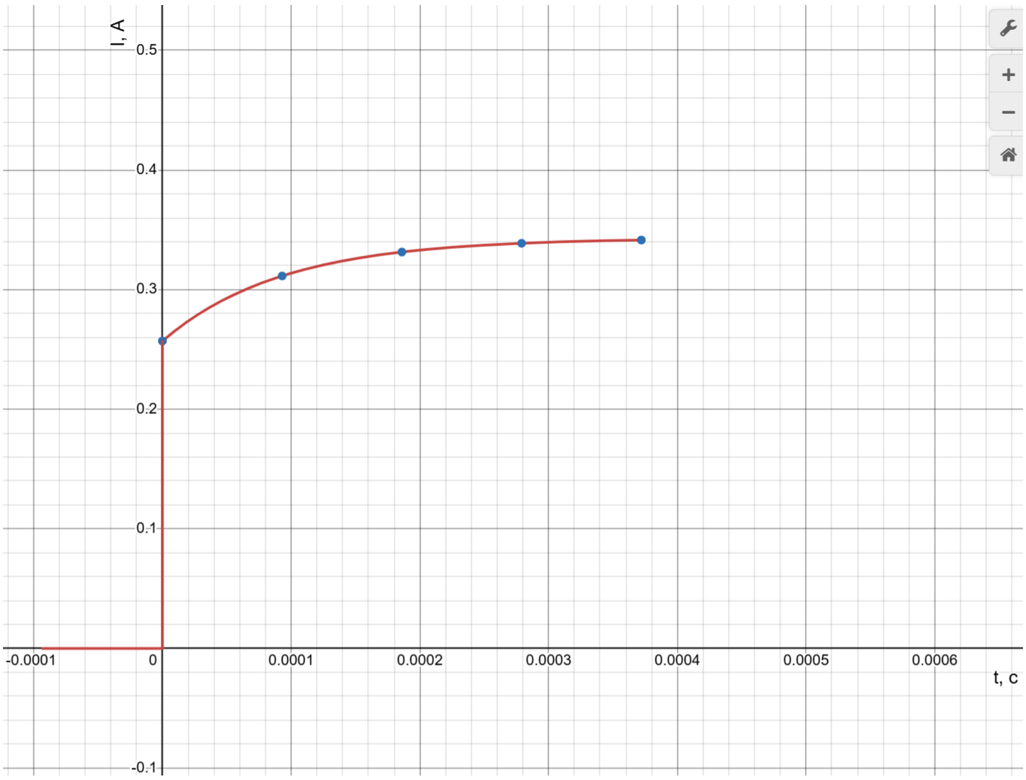
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = \frac{2L}{3R} = 0{,}000093\ [c]$$

u_5:



Синими точками обозначены целые значения τ в промежутке [-τ;4τ]

i_3:



Синими точками обозначены целые значения τ в промежутке [-τ;4τ]

Ответ

$$i_3(t)\begin{cases}0{,}257, & \text{если } t < 0\\ 0{,}343 - 0{,}086e^{-10760{,}87t}, & \text{если } t \geq 0\end{cases}, [\mathrm{A}]$$

$$u_3(t)\begin{cases}0, & \text{если } t < 0\\ -42{,}5e^{-10760{,}87t}, & \text{если } t \geq 0\end{cases}, [\mathrm{B}]$$