

Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Учебно-исследовательская работа №4 (УИР 4)
“Исследование сетевых моделей массового обслуживания”
по дисциплине “Моделирование”

Выполнили:
Студенты группы Р3334
Баянов Р. Д.
Кузнецов Д. А.
Вариант:4/4

Преподаватель:
Авксентьева Е. Ю.

Санкт-Петербург
2024 г.

Содержание

Цель работы	3
Постановка задачи	4
Результаты варьирования параметров	5
Результаты исследований ЗСеМО	7
Граф ЗСеМО	7
Имитационная модель ЗСеМО	9
Результаты	11
Анализ результатов	12
Результаты исследований РСеМО	13
Граф РСеМО	13
Имитационная модель РСеМО	14
Результаты	16
Анализ результатов	17
Результаты сравнительного анализа	18
Вывод	19

Цель работы

Исследовать свойства системы, моделируемой в виде замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок с применением имитационного моделирования при различных предположениях о параметрах структурно-функциональной организации и нагрузки.

Постановка задачи

Вариант 4/4 (A/B):

Структурные параметры ЗСеМО

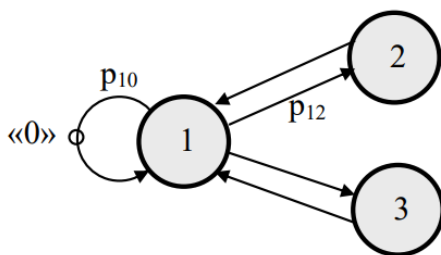
Вариант (A)	К-во заявок n	Количество приборов в узлах				Номер узла	Тип модели
		У1	У2	У3	У4		
4	3	1	2	3	-	1	M1

Параметры узлов СеМО

Вариант (B)	Вероятности передач			Средние длительности обслуживания, с			
	p_{10}	p_{12}	p_{13}	b_1	b_2	b_3	b_4
4	0,5	0,25	0,1	5	8,5	5	-

Модель M1:

Модель M1



В последующих разделах будет более детальное описание данной модели. Проанализируем как ведёт себя наша модель, определим критическое число заявок M^* , устраним “узкое место”, преобразуем нашу замкнутую сеть в разомкнутую и снова проведём моделирование. В конце сравним полученные результаты. А также получим зависимости характеристик сети от параметров сети.

Также допустим изменения во варианте в силу того, что в данном варианте не в каждом узле сумма вероятности передач равна 1. В узле 1 сумма не равна 1. Изменим вероятность p_{13} с 0,1 до 0,25, чтобы сеть соответствовала линейной сети массового обслуживания.

Также обозначим допущение, что во всех узлах расположена очередь с неограниченной ёмкостью, чтобы исключить потерю заявок.

Результаты варьирования параметров

Характеристики СеМО	(Критич. Число = 6) Число заявок в СеМО			(Предельная инт. = 9 с) Инт-ть потока в РСеМО		
	3	5	6	0,1	2	10
Длина очереди	1,373	3,326	4,324	486056,2 9	19837,60 9	58,348
Число заявок	97129 0	99949 1	100050 2	10000	10000	10000
Время ожидания	14,12 9	33,26 3	43,398	96096,87 4	65487,21	590,396
Время пребывания	30,88 7	50,02 5	59,970	97312,20 4	68822,54 3	60000,57 4
Производительность	0,097	0,099	0,1	0,102	0,98	0,1

Запишем формулы для нахождения характеристик сети, зная характеристики отдельно узлов сети.

$$L = \sum_{j=1}^n l_j - \text{средняя длина очереди, где } l_j$$

— средняя длина очереди в каждом узле отдельно

$$M = \sum_{j=1}^n m_j - \text{число заявок, где } m_j - \text{число заявок в каждом узле}$$

$$W = \sum_{j=1}^n a_j w_j - \text{среднее время ожидания заявок в сети, где } w_j$$

— среднее время ожидания заявок в узле и a_j

— коэффициент передачи узла

$$U = \sum_{j=1}^n a_j u_j - \text{среднее время пребывания заявки в сети, где } u_j$$

— среднее время пребывания заявки в узле и a_j

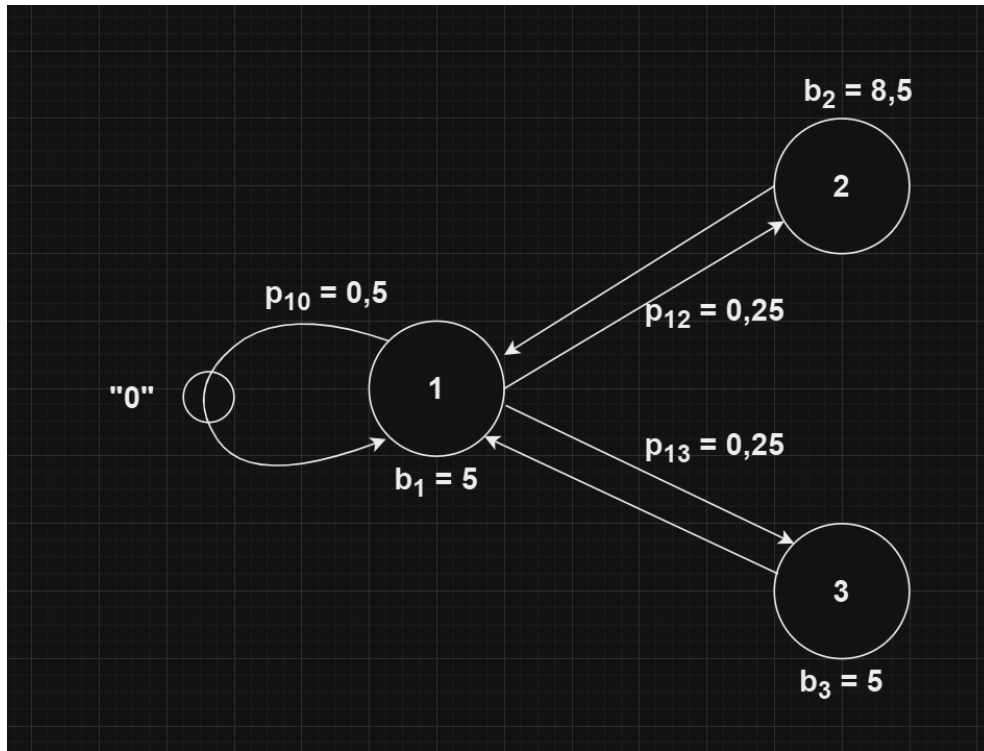
— коэффициент передачи узла

$\lambda = \frac{N_0}{T}$ – производительность, где N_0 – кол
– во заявок, прошедших через узел "0" и T
– общее время моделирования

Результаты исследований ЗСеМО

Граф ЗСеМО

Граф с обозначенными вероятностями перехода и средним временем обслуживания каждого из узлов:



Теперь посчитаем коэффициенты передач для узлов сети с помощью системы:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_0 = p_{10}a_1 \\ a_1 = p_{01}a_0 + p_{21}a_2 + p_{31}a_3 - \text{подставим } a_0 = 1. \\ a_2 = p_{12}a_1 \\ a_3 = p_{13}a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = p_{10}a_1 \\ a_1 = p_{01}1 + p_{21}a_2 + p_{31}a_3 - \text{подставим вероятности перехода в систему.} \\ a_2 = p_{12}a_1 \\ a_3 = p_{13}a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = 0,5a_1 \\ a_1 = 1 + a_2 + a_3 \\ a_2 = 0,25a_1 \\ a_3 = 0,25a_1 \end{cases}$$

Решив данную систему, получим значения коэффициентов передач:

$$a_1 = 2; \ a_2 = 0,5; a_3 = 0,5; a_0 = 1$$

Имитационная модель ЗСеМО

```
*****
*****
*
      МОДЕЛЬ ЗСеМО M1
*****
*****
*
      ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
*****
*****
RN_bEQU 553 ; ГЕНЕРАТОР ДЛЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
t_b1 EQU 5 ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПЕРВОГО УЗЛА
t_b2 EQU 8.5 ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ВТОРОГО УЗЛА
t_b3 EQU 5 ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕТЬЕГО
УЗЛА
num_requests EQU 3;
* Параметры гипоекспоненциального распределения (Эрланга):
k_erl EQU 2 ; порядок распределения Эрланга
RN_erl1 EQU 31 ; номер первого генератора для распределения
Эрланга 2-го порядка
RN_erl2 EQU 125 ; номер второго генератора для распределения
Эрланга 2-го порядка
Erl_2 VARIABLE
      (Exponential(RN_erl1,0,t_a/2))+(Exponential(RN_erl2,0,t_a/2));
сл.величина по закону Эрланга 2-го порядка
*****
*****
uzel2 STORAGE 2 ; КО-ВО ПРИБОРОВ ВО ВТОРОМ УЗЛЕ
uzel3 STORAGE 3 ; КОЛ-ВО ПРИБОРОВ В ТРЕТЬЕМ УЗЛЕ
Tw_1 QTABLE 1,0,0.5,30 ; время ожидания в узле 1
Tw_2 QTABLE 2,10,10,30 ; время ожидания в узле 2
Tw_3 QTABLE 3,0,0.5,30 ; время ожидания в узле 3
T_U TABLE M1,40,40,30 ; время пребывания в сети
*****
*****
*
      МОДЕЛЬ
*****
*****
GENERATE ,,num_requests ; формирование в нулевой ометн
времени M заявок
Met_1 MARK ; отметка момента поступления заявки в сеть
Met QUEUE 1;
SEIZE 1;
DEPART 1;
```

```

        ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b1));
*ADVANCE      V$Er1_2;
    RELEASE  1;
    TRANSFER      .25,,Met_2;
    TRANSFER      .333,,Met_3;
    TABULATE      T_U;
    TRANSFER      ,Met_1
*****
*****
Met_2      QUEUE      2;
    ENTER      uzel2;
    DEPART      2;
    ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b2));
    LEAVE      uzel2;
    TRANSFER      ,Met;
*****
*****
Met_3      QUEUE      3;
    ENTER      uzel3;
    DEPART      3;
    ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b3));
    LEAVE      uzel3;
    TRANSFER      ,Met;

GENERATE 10000000;
TERMINATE 1;
*****
*****

```

Результаты

Мы нашли критическое кол-во заявок $M = 6$, при котором производительность сети не изменяется с заданной точностью. Попробуем теперь оставить это же кол-во заявок в сети, но при этом исправим “узкое место”. Очевидно, что для нашей системы это 1 узел. Так как в этом узле меньше всего приборов и не очень быстрое время обслуживания. Также все узлы приходящие из узлов 2 и 3 перманентно переходят в узел 1. Поэтому попробуем увеличить кол-во приборов в 1 узле на 2. Теперь в 1 узле будет 3 прибора. Промоделируем и посмотрим, что поменялось и сравним ЗСеМО с экспоненциальным распределением и ЗСеМО с распределением Эрланга 2-го порядка в узле номер 1.

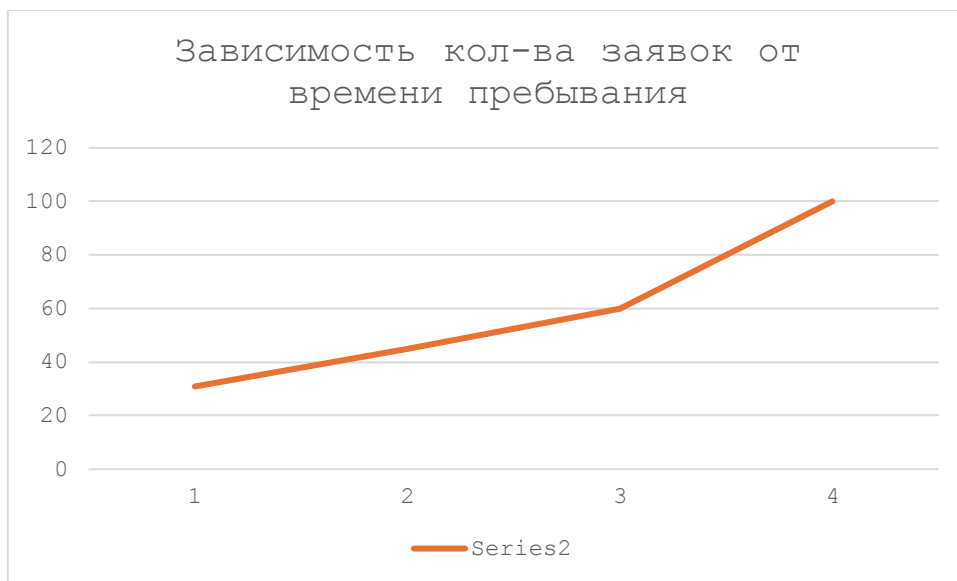
Длительность моделирования 10000000 Количество заявок 6

Характеристики СеМО	ЗСеМО-экспоненциальная					ЗСеМО-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сетевые	Узловые				Сетевые
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка	1	0,213	0,083	-	0,432	1	0,213	0,083	-	0,432
	0,909	0,579	0,227	-	0,572	0,915	0,583	0,228	-	0,575
Длина очереди	4,304	0,020	0	-	4,324	4,311	0,014	0	-	4,325
	2,726	1,158	0,68	-	4,564	1,086	0,314	0,005	-	1,405
Производительность	0,1	0,05	0,049	-	0,1	0,1	0,05	0,05	-	0,1
	0,273	0,136	0,136	-	0,273	0,274	0,137	0,137	-	0,274
Время ожидания	21,501	0,396	0,004	-	43,398	21,56	0,277	0,001	-	43,256
	2,027	2,391	0,040	-	5,27	1,978	2,286	0,033	-	5,116
Время пребывания	15,4	19,3	14,2	-	59,970	15	19,5	13,9	-	60,032
	6,8	10,3	7,5	-	21,997	6,7	10,2	7,5	-	21,855

Анализ результатов

Как мы можем заметить, при смене закона распределения времени обслуживания в узле номер 1 характеристики нашей сети меняются не сильно. Можно увидеть, что значения загрузки на узлах и значения средних длин очереди немного отличаются, но совсем не сильно. Так как распределение Эрланга 2-го порядка хоть и должно достаточно сильно разбросать распределение заявок, мы всё же учитываем, что система замкнута и она всегда работает в устоявшемся режиме. И за такое огромное время моделирования сети не расходятся в характеристиках. Ну и самое главное заметим, что значения производительности вообще почти не поменялось.

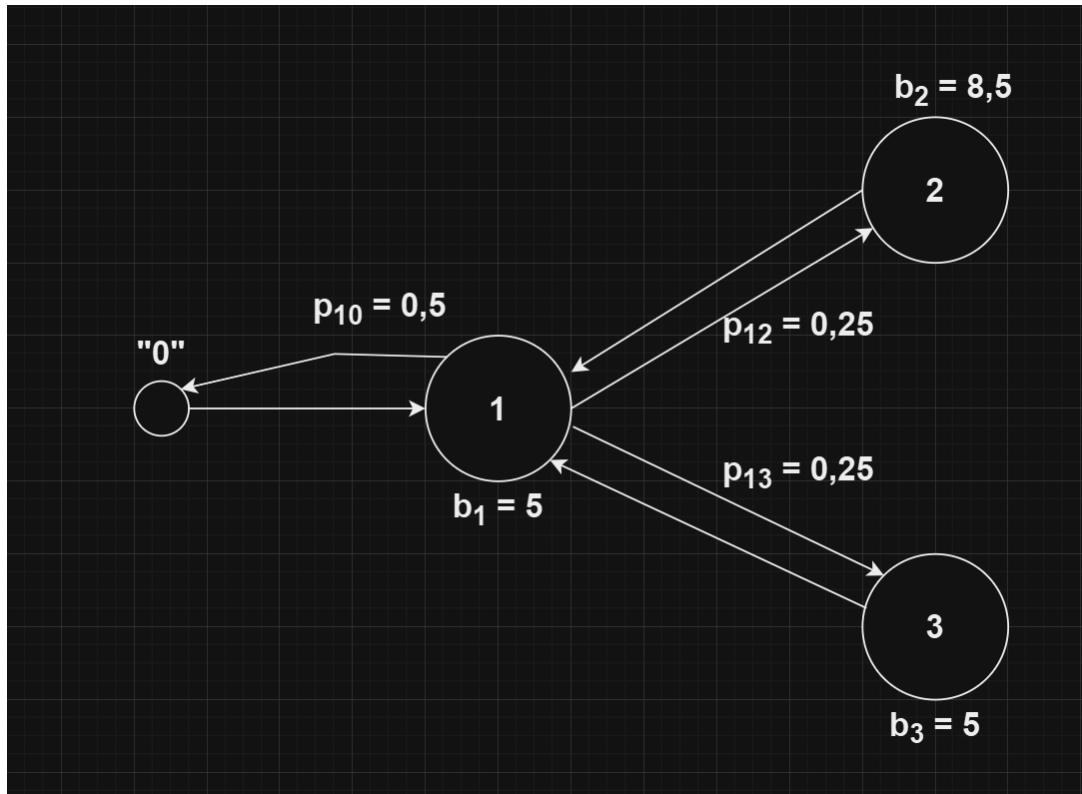
Но при увеличении кол-ва приборов в 1 узле (в “узком месте”) мы заметили прирост производительности в 2.7 раза. Что говорит, нам о том, что первый узел и вправду узкое место. И даже сейчас этот узел является самым загруженным, так как сеть устроена так, что заявки оказываются там чаще всего.



Результаты исследований РСемо

Граф РСемо

Граф с обозначенными вероятностями перехода и средним временем обслуживания каждого из узлов:



Так как сеть не поменялось существенно по сравнению с замкнутой сетью, а система уравнений для коэффициентов передач получается из деления точно такой же системы на начальную интенсивность прихода заявок, но с интенсивностями, то можем с уверенностью сказать, что система для интенсивностей остаётся такой же. Начальная интенсивность не равна начальному коэффициенту передач (1), начальная интенсивность равна $\lambda_0 = 0,1$

$$\begin{cases} \lambda_0 = 1 \\ \lambda_0 = p_{10}\lambda_1 \\ \lambda_1 = p_{01}\lambda_0 + p_{21}\lambda_2 + p_{31}\lambda_3 \\ \lambda_2 = p_{12}\lambda_1 \\ \lambda_3 = p_{13}\lambda_1 \end{cases}$$

Интенсивности равны:

$$\lambda_1 = 0,2; \lambda_2 = 0,05; \lambda_3 = 0,05; \lambda_0 = 0,1$$

Имитационная модель РСeМО

```
*****
*****
*
      МОДЕЛЬ 3CeMO M1
*****
*****
*
      ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
*****
*****
t_a  EQU 10    ; Интенсивность поступления заявок
RN_b EQU 553   ; ГЕНЕРАТОР ДЛЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
t_b1 EQU 5     ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПЕРВОГО УЗЛА
t_b2 EQU 8.5   ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ВТОРОГО УЗЛА
t_b3 EQU 5     ; СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕТЬЕГО
УЗЛА
num_requests EQU 3;
* Параметры гипoэкспоненциального распределения (Эрланга):
k_erl EQU 2    ; порядок распределения Эрланга
RN_erl1 EQU 31 ; номер первого генератора для распределения
Эрланга 2-го порядка
RN_erl2 EQU 125 ; номер второго генератора для распределения
Эрланга 2-го порядка
Erl_2 VARIABLE
      (Exponential(RN_erl1,0,t_a/2))+(Exponential(RN_erl2,0,t_a/2));
сл.величина по закону Эрланга 2-го порядка
*****
*****
uzel1 STORAGE 1 ; КОЛ-ВО ПРИБОРОВ В ПЕРВОМ УЗЛЕ
uzel2 STORAGE 2 ; КО-ВО ПРИБОРОВ ВО ВТОРОМ УЗЛЕ
uzel3 STORAGE 3 ; КОЛ-ВО ПРИБОРОВ В ТРЕТЬЕМ УЗЛЕ
Tw_1 QTABLE 1,0,0.5,30 ; время ожидания в узле 1
Tw_2 QTABLE 2,10,10,30 ; время ожидания в узле 2
Tw_3 QTABLE 3,0,0.5,30 ; время ожидания в узле 3
T_U TABLE M1,40,40,30 ; время пребывания в сети
*****
*****
*
      МОДЕЛЬ
*****
*****
      GENERATE      (Exponential(RN_b,0,t_a))
Met_1  QUEUE      1;
      ENTER      uzel1;
      DEPART      1;
```

```

ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b1));
*ADVANCE      V$Er1_2;
  LEAVE      uzel1;
  TRANSFER    .5,,Met_0;
  TRANSFER    .5,,Met_3;
  TABULATE    T_U;
*****
*****
Met_2      QUEUE    2;
  ENTER      uzel2;
  DEPART     2;
  ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b2));
  LEAVE      uzel2;
  TRANSFER    ,Met_1;
*****
*****
Met_3      QUEUE    3;
  ENTER      uzel3;
  DEPART     3;
  ADVANCE (Exponential(RN_b,0,t_b3));
  LEAVE      uzel3;
  TRANSFER    ,Met_1;
Met_0      TERMINATE 1;
*****
*****

```

Результаты

Проделаем всё ровно то же самое теперь уже для разомкнутой сети. Как и для замкнутой в нашей сети “узким местом” является 1 узел – увеличим кол-во его приборов до 3 с 1.

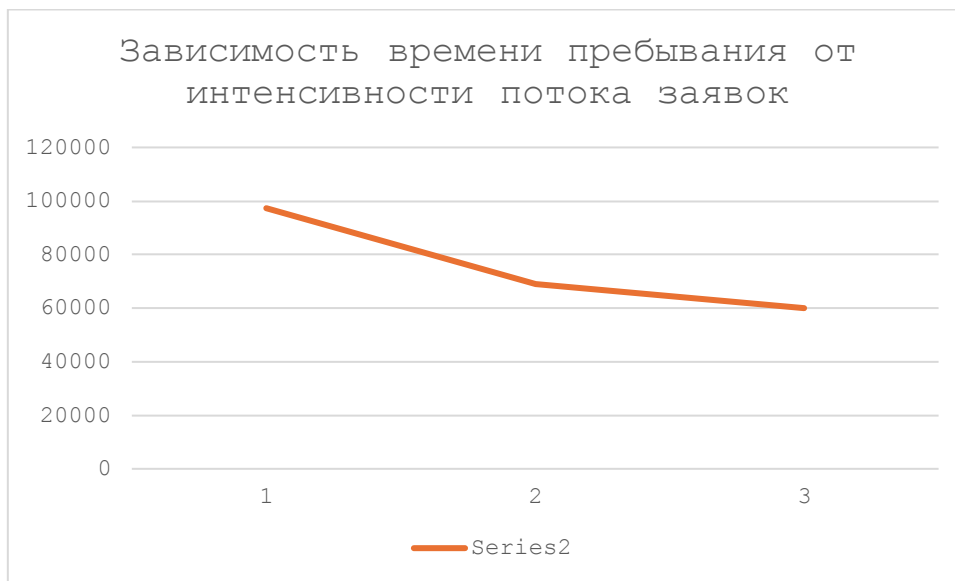
Количество заявок 10000 Интенсивность 0,1

Характеристики СеМО	РСеМО-экспоненциальная					РСеМО-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сетевые	Узловые				Сетевые
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка	1	0,207	0,083	-	0,43	1	0,207	0,081	-	0,429
	1	0,631	0,252	-	0,628	1	0,632	0,243	-	0,625
Длина очереди	489327	0,02	0	-	489327,02	493693,806	0,015	0	-	489327,035
	159901,232	0,864	0,015	-	159902,111	161445,488	0,749	0,013	-	161145,25
Число заявок	10000	10000	10000	-	10000	10000	10000	10000	-	10000
	10000	10000	10000	-	10000	10000	10000	10000	-	10000
Время ожидания	48276,551	0,415	0,005	-	96553,33	48687,448	0,299	0,001	-	97375,046
	15464,954	5,878	0,103	-	30932,899	15607,972	5,146	0,088	-	15508,328
Время пребывания	13546,456	17043,53	14987,678	-	47884,857	14534,332	16664,7879	13583,236	-	97435,797
	10453,12	10122,98	10215,67	-	30871,648	15462,383	10463,343	12483,238	-	30261,463

Анализ результатов

Как мы можем заметить, разница между двумя разными распределениями также не сильно отличается, как и в сравнении замкнутой сети. И что самое главное, производительность почти остаётся почти неизменной.

К сожалению, точно такая же попытка, как и в замкнутой сети увеличить количество приборов в первом узле для устранения перегруженности не увенчалась успехом, так как у нас сеть разомкнута и заявки в огромном количестве поступают на сеть и скапливаются. В данном случае нужно прийти к более действенным способам уменьшения вреда от “узкого места”.



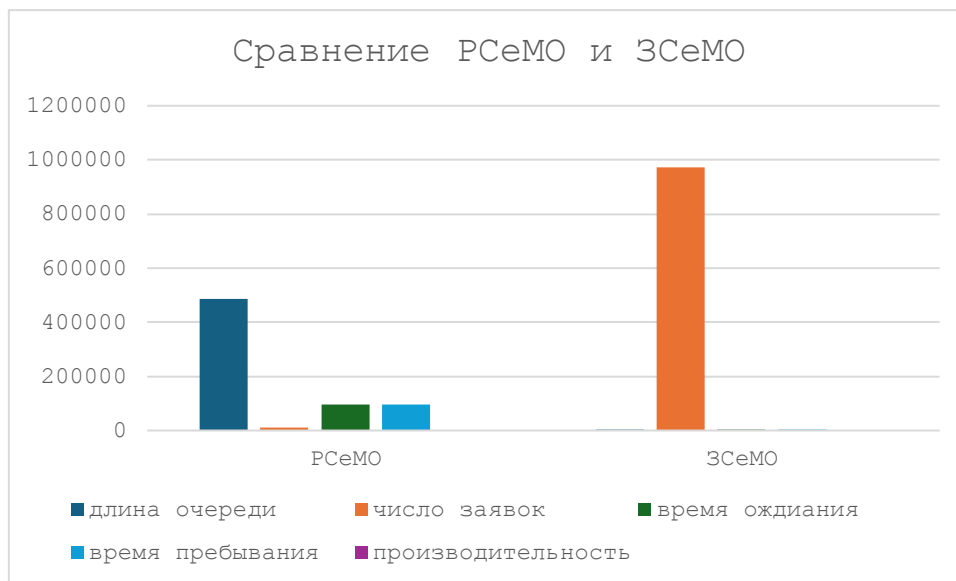
Результаты сравнительного анализа

Промоделировав нашу сеть в разомкнутом и в замкнутом вариантах, мы можем сделать такие выводы.

Мы определили критическое число заявок в ЗСеМО и оно равно 6. Нетрудно догадаться, что производительность СеМО при увеличении кол-ва заявок после критического уровня не изменяется, потому что сеть всегда работает в устоявшемся режиме, что не даёт никак циркулирующим заявкам в системе обрабатываться быстрее после какого-то определённого уровня. И одно и тоже кол-во заявок будет проходить через узел “0”.

Также с уверенностью можем сказать, что производительность определяется максимально возможным кол-вом заявок, которые система способна обработать за единицу времени при полной загрузке. Мы также можем определить производительность без подробного моделирования сети, рассмотрев индивидуальную производительность каждого узла по отдельности.

В РСеМО производительность ограничена потоком заявок.



Вывод

Выполнив данную лабораторную работу, мы научились пользоваться имитационным моделированием для анализа на этот раз не систем массового обслуживания, а сетей массового обслуживания. Мы рассмотрели разницу между разомкнутыми и замкнутыми сетями. И определили зависимости характеристик сетей от изменений характеристики узлов и параметров сети.