ตัวแปรสุ่ม

🎯 **แปลงเหตุการณ์เป็นตัวเลขก่อนเสมอ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ทอยเหรียญ 3 ครั้ง แล้วนับจำนวนหัว
- วัดส่วนสูงนักเรียนทั้งห้อง

✅ วิธีคิด

1. ถ้าเป็นการนับ ใช้ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง
2. ถ้าเป็นการวัด ใช้ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง
3. ตารางแจกแจงต้องมีผลรวมความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่า x เป็นแค่ตัวเลขธรรมดา
- ลืมเช็กว่า $\Sigma P(x) = 1$

🧠 เทคนิคจำ

"นับใช้ตาราง วัดใช้โค้ง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้แยกก่อนว่าเป็น discrete หรือ continuous แล้วค่อยเลือกวิธีทำ ถ้าเป็น discrete มักให้ตาราง $P(x)$ มาให้ครบ

☑ Before You Submit

☐ เป็นการนับหรือวัด
☐ ผลรวม $P(x)$ เท่ากับ 1
☐ เลือกตารางหรือกราฟให้ถูก

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ไม่ต่อเนื่อง

🎯 **นับได้เป็นชิ้น ใช้ตารางทันที**

🔵 👀 **เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- จำนวนคนที่ตอบถูก
- จำนวนหัวจากการโยนเหรียญ

🟢 ✅ **วิธีคิด**

1. ค่าที่เป็นไปได้ต้องเป็นจำนวนจำกัดหรือเป็นชุดนับได้
2. ใช้ตาราง x กับ $P(x)$
3. รวมความน่าจะเป็นทุกช่องให้ครบ

🔴 ❌ **จุดที่พลาดบ่อย**

- เอาค่าที่ต่อเนื่องมาใส่เป็นช่องตาราง
- ลืมใส่ค่าที่เป็นไปได้ทุกค่า

🟡 🧠 **เทคนิคจำ**

"นับเป็นชิ้น คือ discrete"

🟣 🎯 **ข้อสอบชอบออก**

ถ้าโจทย์ถามจำนวนครั้ง จำนวนคน จำนวนลูกเต๋า มักเป็น discrete เกือบทั้งหมด และโจทย์ชอบแอบถามผลรวม $P(x)$ ว่าต้องเป็น 1

⚫ ☑ **Before You Submit**

☐ เป็นการนับ
☐ มีตารางแจกแจง
☐ ผลรวมต้องได้ 1

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ต่อเนื่อง

🎯 **วัดได้ละเอียด ใช้พื้นที่ใต้โค้ง**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ส่วนสูงนักเรียน
- เวลาเดินทางจากบ้านถึงโรงเรียน

✅ วิธีคิด

1. ค่าที่เป็นไปได้เป็นช่วงต่อเนื่อง
2. อ่านจากกราฟหรือพื้นที่ใต้โค้ง
3. หาความน่าจะเป็นด้วยพื้นที่ ไม่ใช่การบวกช่อง

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ใช้ตารางแทนกราฟ
- คิดว่า $P(X = a)$ มีค่ามากแบบ discrete

🧠 เทคนิคจำ

"วัดละเอียด ใช้โค้ง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบมักให้กราฟโค้งและถามพื้นที่ระหว่างสองค่า ต้องมองเป็น area ไม่ใช่การนับช่องข้อมูล

☑ Before You Submit

☐ เป็นค่าที่วัดได้
☐ ใช้พื้นที่ใต้กราฟ
☐ ไม่ใช้ตาราง Σ

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 2 · EXPECTED VALUE · 🟢 FORMULA

ค่าคาดหมาย

🎯 **เอา x คูณ $P(x)$ แล้วบวก**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- หาค่าเฉลี่ยจากตารางแจกแจงความน่าจะเป็น
- ถามหา μ หรือ $E(X)$

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. คูณ x กับ $P(x)$ ทุกแถว
2. บวกทุกผลคูณเข้าด้วยกัน
3. ตีความเป็นค่าเฉลี่ยระยะยาว

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- ลืมคูณความน่าจะเป็น
- สลับ $E(X)$ กับ $E(X^2)$

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"คูณแล้วบวก คือค่าเฉลี่ย"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบชอบถาม $E(X)$ จากตารางตรงๆ และชอบโยงไปเรื่องเกมพนัน ถ้า $E(X) > 0$ แปลว่าได้เปรียบในระยะยาว

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ คูณครบทุกแถว
☐ บวกครบทุกค่า
☐ ตอบเป็น μ หรือ $E(X)$

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

เกมยุติธรรม

🎯 **ศูนย์คือแฟร์ บวกคือได้เปรียบ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- โจทย์ถามว่าเกมยุติธรรมหรือไม่
- ต้องตัดสินกำไรขาดทุนระยะยาว

✅ วิธีคิด

1. หา $E(X)$ ก่อน
2. ถ้า $E(X) > 0$ คือกำไร
3. ถ้า $E(X) < 0$ คือขาดทุน

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ดูแค่ผลลัพธ์ครั้งเดียวแล้วสรุป
- ลืมตีความเครื่องหมายบวกหรือลบ

🧠 เทคนิคจำ

"ศูนย์แฟร์ บวกกำไร ลบขาดทุน"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้ตั้งตัวแปรกำไรจากเงินรางวัลแล้วถาม fairness ตรงๆ ต้องอ่านหน่วยให้ดีว่า X คือเงินหรือคะแนน

☑ Before You Submit

☐ คำนวณ $E(X)$ ได้
☐ ตีความเครื่องหมายถูก
☐ สรุปแฟร์หรือไม่แฟร์

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ความแปรปรวน

🎯 **จำสูตรลัด $E(X^2) - \mu^2$**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หาค่า $V(X)$ หรือ σ^2
- โจทย์ให้ตารางแจกแจงแล้วถามความกระจาย

✅ วิธีคิด

1. หา $E(X)$ ก่อน
2. หา $E(X^2)$ โดยยก x กำลังสองก่อน
3. ใช้สูตร $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เอา $E(X)$ ไปยกกำลังสองก่อนหาค่า $E(X^2)$
- ลืมลบ $[E(X)]^2$

🧠 เทคนิคจำ

"สองค่า ลบกำลังสอง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบหลอกตอนหาค่า $E(X^2)$ โดยทำเหมือนหาค่าเฉลี่ยธรรมดา ต้องจำว่าต้องยกกำลังสองที่ x ก่อนเสมอ

☑ Before You Submit

☐ หา $E(X)$ แล้ว
☐ หา $E(X^2)$ แล้ว
☐ ลบ $[E(X)]^2$ แล้ว

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

🎯 **ถอดรากจากความแปรปรวน**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- โจทย์ถาม σ
- ต้องการหน่วยเดิมของข้อมูล

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. หา $V(X)$ ก่อน
2. ถอดรากเป็น $\sigma = \sqrt{V(X)}$
3. ตอบเป็นค่าบวก

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- เอา $V(X)$ ไปตอบแทน σ
- ลืมถอดรูท

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"variance ก่อน SD ตามหลัง"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ถ้าโจทย์ถาม SD ให้ดูว่าต้องถอดรากจาก variance ทุกครั้ง เพราะค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานใช้หน่วยเดียวกับข้อมูลจริง

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ มี $V(X)$ แล้ว
☐ ถอดรากถูก
☐ หน่วยคำตอบตรงโจทย์

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ห้ามติดลบ

🎯 **Variance ติดลบ แปลว่าคิดผิด**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- ได้คำตอบ $V(X) < 0$
- ผลลัพธ์ดูแปลกกว่าปกติ

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. ย้อนเช็กการยกกำลังสอง
2. ตรวจการคูณ $xP(x)$ ทุกแถว
3. ดูว่าลบ $[E(X)]^2$ ถูกหรือไม่

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- บวกและลบผิดตอนรวม
- ยกกำลังสองผิดตำแหน่ง

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"ติดลบ แปลว่าหลุด"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบแทบไม่ให้ variance ติดลบ ถ้าเจอค่านี้ให้เช็กขั้นตอนก่อนส่งทันที โดยเฉพาะขั้น $E(X^2)$ และการลบ μ^2

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ คำตอบไม่ติดลบ
☐ คูณและบวกรวมครบ
☐ ตรวจสูตรลัดแล้ว

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

จุดสังเกตทวินาม

🎯 **เห็นทำซ้ำ n ครั้ง และมีแค่สำเร็จ-ไม่สำเร็จ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- โยนเหรียญ n ครั้ง ได้หัวกี่ครั้ง
- สุ่มตรวจของ n ชิ้น พบชิ้นเสียกี่ชิ้น

✅ วิธีคิด

1. นับจำนวนครั้งแน่นอน n
2. แต่ละครั้งอิสระกัน และ p คงที่
3. มีผลลัพธ์แค่ สำเร็จ กับ ไม่สำเร็จ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่า p เปลี่ยนทุกครั้ง
- โจทย์ไม่ใช่ 2 ผลลัพธ์แต่ฝืนใช้ทวินาม

🧠 เทคนิคจำ

"2 ผลลัพธ์ 1 ความน่าจะเป็น"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้พจน์คำอธิบายยาว แต่แก่นคือทำซ้ำแน่นอน อิสระ และมี 2 ผลลัพธ์ ถ้าไม่ครบ 3 ข้อนี้อย่ารีบใช้สูตรทวินาม

☑ Before You Submit

☐ รู้ n ชัดไหม
☐ มีแค่ 2 ผลลัพธ์ไหม
☐ p คงที่ทุกครั้งไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สูตรทวินาม

🎯 **เลือกสำเร็จ x ครั้ง จาก n ครั้ง**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หาโอกาสได้สำเร็จ exactly x ครั้ง
- โจทย์ถาม $P(X = x)$ ของการเดาสุ่ม

✅ วิธีคิด

1. ใช้ $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$
2. แทน $q = 1 - p$ เสมอ
3. เช็กว่า x ต้องไม่เกิน n

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ลืมสลับเป็น $q = 1 - p$
- ใส่ x เกินจำนวนครั้ง n

🧠 เทคนิคจำ

"เลือก x สำเร็จ ที่เหลือคือ q"

🎯 ข้อสอบชอบออก

โจทย์ชอบถาม exact จำนวนครั้ง เช่น exactly 3 ครั้ง หรือ at least 2 ครั้ง ถ้าเป็นทวินามต้องมองเป็นการเลือกตำแหน่งสำเร็จด้วย $\binom{n}{x}$

☑ Before You Submit

☐ มี $\binom{n}{x}$ หรือยัง
☐ เขียน p^x ถูกไหม
☐ เขียน q^{n-x} ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ค่าเฉลี่ยทวินาม

🎯 **ทวินามไม่ต้องตีตาราง ใช้ np**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา $E(X)$ จากการโยนเหรียญ 100 ครั้ง
- หา expected number of successes

✅ วิธีคิด

1. ใช้ $E(X) = np$
2. แทนจำนวนครั้ง n กับโอกาสสำเร็จ p
3. ตอบเป็นจำนวนครั้งคาดหมาย

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ไปนับทีละกรณีทั้งที่โจทย์เป็นทวินาม
- ลืมว่า $E(X)$ คือค่าเฉลี่ย ไม่ใช่ความน่าจะเป็น

🧠 เทคนิคจำ

"ค่าเฉลี่ย = n คูณ p"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ถ้าโจทย์บอกชัดว่าเป็น Binomial แล้วถามหา mean ให้คิดสูตรนี้ทันที ข้อสอบชอบวางกับดักให้ถ่วงเวลาไปเปิดตารางโดยไม่จำเป็น

☑ Before You Submit

☐ โจทย์ยืนยันว่าเป็น binomial ไหม
☐ ใช้ np แทนการไล่หาไหม
☐ คำตอบเป็นจำนวนครั้งหรือไม่

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ความแปรปรวนทวินาม

🎯 **Variance ของทวินาม คือ npq**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา $V(X)$ ของจำนวนสำเร็จ
- ต้องการ SD จากแจกแจงทวินาม

✅ วิธีคิด

1. ใช้ $V(X) = npq$
2. หา $q = 1 - p$ ก่อน
3. ถ้าต้องการ SD ให้ถอดรูทจาก V

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ใช้ p ซ้ำโดยไม่หา q
- ลืมถอดรูทเมื่อโจทย์ถามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

🧠 เทคนิคจำ

"แปรปรวน = n p q"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบถาม variance คู่กับ mean ในข้อเดียว อย่าคิดยาวจากตารางถ้าเป็นทวินาม เพราะสูตรลัดเร็วและแม่นกว่า

☑ Before You Submit

☐ มี $q = 1 - p$ แล้วหรือยัง
☐ ถาม V หรือ SD กันแน่
☐ ค่าที่ได้ไม่ควรติดลบ

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

จุดสังเกตพัวซง

🎯 **เห็นอัตราเกิดต่อหน่วย ให้คิดพัวซง**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- จำนวนคนเข้าเซเว่นใน 1 ชั่วโมง
- จำนวนอุบัติเหตุใน 1 วัน

✅ วิธีคิด

1. มองเป็นอัตราเกิดใน 1 หน่วยเวลา หรือพื้นที่
2. ตัวแปรหลักคือ λ
3. ใช้เมื่อเหตุการณ์เกิดแบบนับจำนวน

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เอาไปใช้กับข้อมูลที่ไม่ใช่อัตราเฉลี่ย
- สับสนกับทวินามที่มีจำนวนครั้งแน่นอน

🧠 เทคนิคจำ

"อัตราเกิด ใช้ λ"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ถ้าโจทย์มีคำว่า per hour, per day, per area หรือเฉลี่ยต่อหน่วย ให้สแกนพัวซงก่อน ข้อสอบชอบซ่อนคำใบ้ไว้ในบริบท

☑ Before You Submit

☐ มีอัตราต่อหน่วยไหม
☐ นับเหตุการณ์เกิดกี่ครั้งใช่ไหม
☐ ตัวแปรคือจำนวนครั้งไม่ใช่ค่าเฉลี่ย

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สูตรและสมบัติ

🎯 **พัวซงจำ 2 อย่าง: สูตรกับ lambda**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- หา $P(X = x)$ เมื่อรู้ λ
- หา mean หรือ variance ของพัวซง

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. ใช้ $P(X = x) = frace^{-\lambda}\lambda^{x}x!$
2. จำว่า $E(X) = \lambda$
3. จำว่า $V(X) = \lambda$

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- ลืมแฟกทอเรียล $x!$
- จำผิดว่า mean กับ variance ไม่เท่ากัน

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"Mean = Variance = lambda"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบชอบถามตัวเลขจาก λ ตรงๆ และชอบหลอกด้วยการให้หาค่าเฉลี่ยกับความแปรปรวนแยกกัน แต่พัวซงตอบได้จากตัวเดียว

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ มี $e^{-\lambda}$ หรือยัง
☐ มี $x!$ ตอนท้ายไหม
☐ จำ $E = V = \lambda$ ได้ไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

โค้งปกติ

🎯 **โค้งระฆังคว่ำ สมมาตรกลางเดียว จัดการพื้นที่ให้เป็นก่อน**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- กราฟโค้งปกติแบบสมมาตร
- โจทย์ให้ค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ

✅ วิธีคิด

1. จำว่า $Mean = Median = Mode$
2. พื้นที่ใต้กราฟทั้งหมดเท่ากับ 1
3. แปลงเป็นค่า Z ด้วย $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่าโค้งปกติไม่ต้องแปลงเป็น Z
- ลืมว่าแต่ละฝั่งของโค้งแบ่งพื้นที่รวมกันเป็น 1

🧠 เทคนิคจำ

"กลางเดียว พื้นที่หนึ่ง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้หาความน่าจะเป็นจากพื้นที่ใต้โค้ง หรือให้แปลง x เป็น Z ก่อนค่อยเปิดตาราง

☑ Before You Submit

☐ โค้งสมมาตรหรือไม่
☐ รู้ μ และ σ แล้วหรือยัง

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 8 · Z TABLE READING · 🟠 TRIGGER

อ่านตาราง Z

🎯 **ดูหัวตารางก่อน วัดจากศูนย์หรือสะสมทั้งก้อน**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- โจทย์ให้พื้นที่จาก $Z = 0$ ถึง Z
- โจทย์ให้พื้นที่สะสมจาก $-\infty$ ถึง Z

✅ วิธีคิด

1. วาดโค้งก่อนทุกครั้ง
2. เช็กว่าตารางเป็นแบบพื้นที่จาก 0 หรือแบบสะสม
3. ถ้าหาพื้นที่ระหว่าง Z_1 ถึง Z_2 ให้แยกเทียบกับ 0 แล้วบวกหรือลบ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เปิดตารางผิดชนิด
- ลืมดูว่าพื้นที่ต้องอยู่ซ้ายหรือขวาของ Z

🧠 เทคนิคจำ

"เช็กหัวตารางก่อนเปิด"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบหลอกด้วยตารางคนละแบบ ถ้าไม่ดูคำอธิบายหัวตารางจะตอบผิดทั้งข้อ

☑ Before You Submit

☐ ตารางแบบไหน
☐ พื้นที่อยู่ฝั่งไหนของเส้น $Z = 0$

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

จุดตายสอบ

🎯 **เปอร์เซ็นไทล์ดูซ้ายก่อน เบ้กราฟดูหางก่อน**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- โจทย์ถามเปอร์เซ็นไทล์ เช่น P_{80}
- โจทย์ถามกราฟเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวา

✅ วิธีคิด

1. ถ้าเป็นเปอร์เซ็นไทล์ ให้พื้นที่ฝั่งซ้ายเป็นค่าที่กำหนด
2. เปิดตารางย้อนหาค่า Z แล้วค่อยแปลงกลับเป็น x
3. กราฟเบ้ขวาใช้ $Mean > Median > Mode$ และเบ้ซ้ายใช้ $Mean < Median < Mode$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดเปอร์เซ็นไทล์เป็นพื้นที่ฝั่งขวา
- สับสนทิศทางของ mean, median, mode ในกราฟเบ้

🧠 เทคนิคจำ

"ซ้ายก่อน เบ้ดูหาง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบถามกลับด้าน เช่น ให้พื้นที่ฝั่งซ้ายแล้วให้หา x หรือให้ดูรูปกราฟแล้วสรุปการเบ้

☑ Before You Submit

☐ พื้นที่รวมเท่ากับ 1 หรือไม่
☐ ถ้าถาม σ ต้องถอดรูทจาก $V(X)$

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

Math Rescue Kit

พร้อมเรียนรู้อย่างเต็มระบบ
หากต้องการเนื้อหาฉบับเต็มและแนวข้อสอบครบทุกบท
สามารถติดตามและสอบถามรายละเอียดได้ที่

LINE: artrawat

Facebook: Rawat Arthit