คูณเมทริกซ์

🎯 **หลักตัวหน้าเท่ากับแถวตัวหลังเสมอ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- คูณเมทริกซ์ 2×3 กับ 3×4
- หาผลลัพธ์ของ AB เมื่อ A มีขนาด $m \times n$ และ B มีขนาด $n \times p$

✅ วิธีคิด

1. เช็กมิติให้ผ่านก่อน
2. คูณแถวของตัวหน้า กับ หลักของตัวหลัง
3. บวกผลคูณทีละตำแหน่ง

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- มิติต่อกันไม่ถูกแต่ยังคูณต่อ
- ลืมว่า $AB \neq BA$

🧠 เทคนิคจำ

"แถวชนหลัก"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้มิติหลอกก่อนค่อยถามผลคูณ ถ้าเช็กขนาดไม่ผ่านให้หยุดทันที

☑ Before You Submit

☐ หลักตัวหน้าเท่ากับแถวตัวหลัง
☐ ตอบมิติผลลัพธ์ได้ถูก

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สลับที่ไม่ได้

🎯 $AB \neq BA$ **จำไว้ก่อนทำทุกข้อ**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์แล้วถามว่า AB เท่ากับ BA หรือไม่
- โจทย์ให้คำนวณทั้ง AB และ BA

🟢 ✅ วิธีคิด

1. คูณตามลำดับที่โจทย์ให้
2. ห้ามสลับตัวหน้า-ตัวหลัง
3. ถ้าต้องเทียบ ให้คำนวณแยกสองฝั่ง

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่าคูณเลขธรรมดาแล้วสลับได้
- ดูแต่ค่าตัวเลขไม่ดูตำแหน่ง

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"ลำดับเปลี่ยน คำตอบเปลี่ยน"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ชอบออกให้เห็นว่าเมทริกซ์คนละลำดับได้คำตอบไม่เหมือนกัน โดยเฉพาะข้อมีตัวแปร

⚫ ☑ Before You Submit

☐ ลำดับการคูณถูกไหม
☐ ตรวจแล้วหรือยังว่าอีกฝั่งให้คำตอบต่างกัน

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

เมทริกซ์เอกลักษณ์

🎯 **คูณกับ I ได้ตัวเดิมเหมือนคูณ 1**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- หา AI หรือ IA
- โจทย์บอกว่า A คูณกับเมทริกซ์เอกลักษณ์

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. จำว่า I ไม่เปลี่ยนค่าเมทริกซ์
2. คูณซ้ายหรือขวาก็ได้ผลเดิม
3. ตอบเป็น A ทันที

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- คิดว่า I ทำให้ค่าหายไป
- ลืมว่า I ต้องมีมิติตรงกับ A

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"เอกลักษณ์คือเลข 1 ของเมทริกซ์"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบมักเอา I ไปปนในสมการเพื่อหลอกเรื่องลำดับและมิติ

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ มิติของ I ตรงกับ A
☐ ผลคูณควรได้ A เดิม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 2 · TRANSPOSE · 🔵 CONCEPT

สลับแถวเป็นหลัก

🎯 **แถวกลายเป็นหลัก หลักกลายเป็นแถว**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา A^t ของเมทริกซ์ 2×3
- โจทย์ให้เขียนเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

🟢 ✅ วิธีคิด

1. เอาแถวที่ 1 ไปเป็นหลักที่ 1
2. เอาแถวที่ 2 ไปเป็นหลักที่ 2
3. ทำจนครบทุกแถว

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- สลับแค่บางตำแหน่ง
- ลืมว่าแถวกับหลักต้องสลับทั้งแผง

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"แถว-หลัก สลับที่กัน"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ออกบ่อยในข้อให้แปลงรูปเมทริกซ์ก่อนค่อยคำนวณต่อ ต้องมองมิติใหม่ให้ได้

⚫ ☑ Before You Submit

☐ แถวเดิมกลายเป็นหลักใหม่
☐ ขนาดเมทริกซ์สลับแล้วถูก

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

บวก ลบ แจกได้

🎯 **Transpose แจกเข้าเครื่องหมายบวก ลบได้**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา $(A+B)^t$
- หา $(A-B)^t$

✅ วิธีคิด

1. แจก t เข้าไปทีละตัว
2. คงเครื่องหมายเดิมไว้
3. เขียนเป็น $A^t \pm B^t$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เปลี่ยนเครื่องหมายตอนสลับ
- ลืม transpose ทั้งสองตัว

🧠 เทคนิคจำ

"บวกก็แจก ลบก็แจก"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้รวม transpose กับสมการหลายขั้น ต้องจำให้ได้ว่าเครื่องหมายบวกลบไม่เปลี่ยน

☑ Before You Submit

☐ เครื่องหมายเดิมอยู่ครบ
☐ transpose เข้าทุกพจน์แล้ว

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 2 · TRANSPOSE · 🔴 TRIGGER

คุณต้องสลับ

🎯 $(AB)^t = B^t A^t$ **จำว่าเปิดจากหลังมาก่อน**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา $(AB)^t$
- ขยาย transpose ของผลคูณสองเมทริกซ์

✅ วิธีคิด

1. แจก t เข้าไปที่ผลคูณ
2. สลับลำดับหน้า-หลัง
3. เขียนเป็น $B^t A^t$ เสมอ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เขียนเป็น $A^t B^t$ ตรงๆ
- ลืมว่าสลับลำดับตอน transpose

🧠 เทคนิคจำ

"Transpose ที คว่ำลำดับทันที"

🎯 ข้อสอบชอบออก

เป็นจุดหลอกอันดับหนึ่ง ข้อสอบชอบวางตัวแปรให้เด็กสลับผิดและได้คำตอบคนละเรื่อง

☑ Before You Submit

☐ ลำดับสลับแล้วหรือยัง
☐ เขียน $B^t A^t$ ไม่ใช่ $A^t B^t$

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 2 · TRANSPOSE · 🔵 CONCEPT

เมทริกซ์สมมาตร

🎯 **สมมาตรคือ $A = A^t$**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ตรวจว่าเมทริกซ์เป็นสมมาตรหรือไม่
- โจทย์ให้หาเงื่อนไขของสมาชิกในเมทริกซ์

✅ วิธีคิด

1. หา transpose ก่อน
2. เทียบกับเมทริกซ์เดิม
3. สมาชิกตำแหน่งสะท้อนต้องเท่ากัน

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่าแค่มุมซ้ายบนต้องเท่ากัน
- เทียบสมาชิกไม่ครบทุกตำแหน่ง

🧠 เทคนิคจำ

"สะท้อนแล้วต้องเหมือนเดิม"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ชอบออกหาค่าตัวแปรจากเงื่อนไข $a_{ij} = a_{ji}$ โดยเฉพาะเมทริกซ์ 3×3

☑ Before You Submit

☐ เทียบตำแหน่งสะท้อนครบ

☐ A เท่ากับ A^t จริงไหม

LINE: artrawat Facebook: Rawat Arthit

ดีเทอร์มิแนนต์ 2x2

🎯 **คูณลงเป็นบวก คูณขึ้นเป็นลบ**

🔵 👀 **เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- หา $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$
- คำนวณดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2

🟢 ✅ **วิธีคิด**

1. คูณแนวทแยงลง ad
2. คูณแนวทแยงขึ้น bc
3. นำมาลบกันเป็น $ad - bc$

🔴 ❌ **จุดที่พลาดบ่อย**

- บวกทั้งสองทแยง
- สลับเครื่องหมายผิดเป็น $bc - ad$

🟡 🧠 **เทคนิคจำ**

"ลงบวก ขึ้นลบ"

🟣 🎯 **ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบชอบให้ตัวเลขดูง่ายแต่หลอกเรื่องเครื่องหมาย ต้องจำโครง $ad - bc$ ให้ขึ้นใจ

⚫ ☑ **Before You Submit**

☐ ทแยงลงได้ ad
☐ ทแยงขึ้นถูกลบออก

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ดีเทอร์มิแนนต์ 3x3

🎯 **ต่อ 2 หลัก คูณลงสามเส้นแล้วคูณขึ้นสามเส้น**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา det ของเมทริกซ์ 3×3
- ใช้กฎ Sarrus กับเมทริกซ์ 3×3

🟢 ✅ วิธีคิด

1. เขียนหลัก 1 และ 2 ต่อท้าย
2. รวมผลคูณแนวลง 3 เส้น
3. รวมผลคูณแนวขึ้น 3 เส้นแล้วลบออก

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ลืมต่อ 2 หลักท้าย
- นับเส้นทแยงผิดทิศ

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"ลงสามเส้น ลบขึ้นสามเส้น"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบมักให้เมทริกซ์เลขสวยแต่มีตัวแปรแอบซ่อน ต้องระวังตอนรวมพจน์สุดท้าย

⚫ ☑ Before You Submit

☐ ต่อ 2 หลักครบ
☐ รวมลงลบขึ้นถูกทิศ

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

Det มีเฉพาะเมทริกซ์จัตุรัส

🎯 **ไม่เป็นจัตุรัส ห้ามหา det**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- โจทย์ให้เมทริกซ์ 2×3 แล้วถามหา $\det$
- ตรวจว่าควรใช้ determinant หรือไม่

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. เช็กจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก
2. ถ้าไม่เท่ากันให้หยุด
3. อย่าฝืนหา det

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- คำนวณ det จากเมทริกซ์ไม่จัตุรัส
- มองข้ามมิติแล้วรีบทำ

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"ไม่จัตุรัส ไม่มี det"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ข้อสอบชอบแฝงเมทริกซ์ไม่จัตุรัสมาให้เลือกผิด ใครเช็กมิติก่อนจะรอดง่ายมาก

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ แถวเท่าหลักหรือยัง
☐ เมทริกซ์นี้หา det ได้จริงไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สมบัติการคูณ

🎯 **จำให้ขึ้นใจ: det(AB) แยกเป็น det(A)det(B)**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ $det(A) = 2, det(B) = 3$ จงหา $det(AB)$
- กำหนด $det(A) = -1, det(B) = 4$ จงหา $det(BA)$

✅ วิธีคิด

1. ใช้สมบัติ $det(AB) = det(A)det(B)$
2. คูณค่าที่ให้มาโดยตรง
3. สลับลำดับได้เพราะผลคูณ det เท่ากัน

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่า det บวกกันได้
- ลืมว่า AB กับ BA ได้ det เท่ากัน

🧠 เทคนิคจำ

"คูณ det ไม่บวก det"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้ det ของผลคูณหลายชั้น ให้แตกทีละก้อนแล้วคูณค่าที่เหลือเร็วๆ

☑ Before You Submit

☐ เห็น AB แล้วแยก det ได้ไหม
☐ คำนวณค่าตัวเลขครบหรือยัง

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ทรานสโพสไม่เปลี่ยน

🎯 **สลับแถวกับหลัก det เท่าเดิม**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ $det(A) = 5$ จงหา $det(A^t)$
- ถ้า $det(3A^t)$ ของเมทริกซ์ 3×3

✅ วิธีคิด

1. จำว่า $det(A^t) = det(A)$
2. ถ้ามีตัวคูณหน้ามิได้ติดกับทรานสโพสให้ดึงออกก่อน
3. ใช้มิติช่วยยกกำลังเมื่อดึงสเกลาร์ออก

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่า transpose ทำให้ค่า det เปลี่ยน
- ลืมยกกำลังมิติเมื่อดึงเลขออก

🧠 เทคนิคจำ

"Transpose ไม่แตะค่า det"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ชอบออกคู่กับสมบัติการคูณหรือ inverse เพื่อหลอกให้สับสนเรื่องลำดับ

☑ Before You Submit

☐ เห็น t แล้วจำได้ไหมว่า det เท่าเดิม
☐ มีสเกลาร์หน้าก่อนคำนวณหรือไม่

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

อินเวอร์สของ det

🎯 **det ของอินเวอร์ส คือส่วนกลับ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ $det(A) = 4$ จงหา $det(A^{-1})$
- ถ้า $det(A) = -2$ แล้ว $det((A^{-1})^2)$

✅ วิธีคิด

1. ใช้ $det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}$
2. ถ้ามียกกำลัง ใช้ $det((A^{-1})^2) = (det(A^{-1}))^2$
3. แทนค่าตรงและระวังเครื่องหมายลบ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- กลับเศษส่วนผิด
- ลืมยกกำลังหลังหา det ของ inverse

🧠 เทคนิคจำ

"Inverse det = ส่วนกลับ"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบมักซ้อน inverse กับ power เพื่อเช็กว่าจำสมบัติเป็นชั้นๆ ได้ไหม

☑ Before You Submit

☐ หา det ก่อนกลับเศษส่วน
☐ ยกกำลังของ det ครบหรือยัง

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ยกกำลังเมทริกซ์

🎯 **det ยกกำลังข้างใน ดึงออกมาข้างนอกได้**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ $det(A) = 2$ จงหา $det(A^3)$
- ถ้า $det(A) = -3$ จงหา $det(A^2)$

✅ วิธีคิด

1. ใช้ $det(A^n) = (det(A))^n$
2. แทนค่าจาก det ของ A โดยตรง
3. คำนวณกำลังให้ครบ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เอา n ไปคูณ det แทนการยกกำลัง
- ลืมว่า det ของค่าลบยกกำลังอาจเปลี่ยนเครื่องหมาย

🧠 เทคนิคจำ

"Power ออกนอก det เป็น power ของ det"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ชอบออกให้รวมกับ transpose หรือ inverse เพื่อวัดการเรียงสมบัติ

☑ Before You Submit

☐ เห็น A^n แล้วแปลงเป็น $(detA)^n$ ได้ไหม
☐ เช็กเครื่องหมายของคำตอบ

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ห้ามแจกบวก

🎯 **det(A+B) ไม่เท่ากับ det(A)+det(B)**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ถ้า $det(A) = 1$ และ $det(B) = 2$ จงหา $det(A + B)$
- มีคนบอกว่า $det(2A + 3B) = 2det(A) + 3det(B)$

🟢 ✅ วิธีคิด

1. จำว่า det แจกได้เฉพาะการคูณ
2. อย่ากระจาย det เข้าเครื่องหมายบวกหรือ ลบ
3. ถ้าเป็นผลรวม ต้องหาวิธีอื่น ไม่ใช้สมบัติตรง

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- แจก det เข้าบวกแบบระบบจำนวนจริง
- คิดว่า $det(A - B)$ แยกได้เหมือนพจน์พีชคณิต

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"บวก ลบ det แจกไม่ได้"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบใส่ตัวหลอกในรูปผลรวมเพื่อเช็กว่ารู้ขอบเขตสมบัติหรือไม่

⚫ ☑ Before You Submit

☐ มีเครื่องหมาย + หรือ - อยู่ข้างในไหม
☐ ถ้ามี หยุดใช้สมบัติแจกทันที

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ไมเนอร์ตัดแถวหลัก

🎯 **Minor คือเหลือส่วนย่อยหลังตัดแถวตัดหลัก**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา M_{23} ของเมทริกซ์ 3×3
- หา M_{11} จากเมทริกซ์ 4×4

✅ วิธีคิด

1. ตัดแถว i ออก 1 แถว
2. ตัดหลัก j ออก 1 หลัก
3. หา det ของเมทริกซ์ที่เหลือ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ตัดผิดแถวหรือผิดหลัก
- ลืมว่าต้องหา det ของส่วนที่เหลือ ไม่ใช่แค่คัดตัวเลข

🧠 เทคนิคจำ

"Minor = ตัดแล้วหา det"

🎯 ข้อสอบชอบออก

มักออกคู่กับ cofactor และ expansion det ให้ทำให้ไวด้วยการตัดตำแหน่งที่มีศูนย์เยอะ

☑ Before You Submit

☐ ตัดแถว i ถูกไหม
☐ ตัดหลัก j ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 5 · MINORCOFACTOR · 🟢 FORMULA

โคแฟกเตอร์ใส่เครื่องหมาย

🎯 **Cofactor คือ Minor คูณเครื่องหมายตามตารางหมากรุก**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา C_{12} ของเมทริกซ์
- หา C_{33} แล้วเปรียบกับ M_{33}

🟢 ✅ วิธีคิด

1. หา M_{ij} ก่อน
2. ดูเครื่องหมายจากตำแหน่ง $i+j$
3. ถ้า $i+j$ คี่ให้ลบ ถ้า คู่ให้บวก

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ใส่เครื่องหมายผิดตำแหน่ง
- สับสนระหว่าง minor กับ cofactor

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"คู่บวก คี่ลบ"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้คำนวณ cofactor หนึ่งช่องเพื่อเอาไปขยาย det หรือหาผกผัน

⚫ ☑ Before You Submit

☐ หา minor แล้วหรือยัง
☐ เช็กว่า $i+j$ คู่หรือคี่

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ตารางหมากรุกจำเร็ว

🎯 **เครื่องหมายคอฟแฟกเตอร์เดินเหมือนกระดานหมากรุก**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- จำรูปเครื่องหมายของ 3×3
- ใช้ตอนขยาย det ตามแถวหรือหลัก

✅ วิธีคิด

1. เริ่มที่ $+$ มุมซ้ายบน
2. สลับลบ บวก เป็นตาราง
3. ใช้ตำแหน่งช่วยไม่ต้องท่องยาว

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เริ่มเครื่องหมายผิดตั้งแต่มุมซ้ายบน
- จำแพตเทิร์นขาดแถวกลาง

🧠 เทคนิคจำ

"ซ้ายบนบวก แล้วสลับไป"

🎯 ข้อสอบชอบออก

เหมาะมากเวลาโจทย์ให้ขยาย det จากแถวที่มีศูนย์หลายตัว

☑ Before You Submit

☐ มุมซ้ายบนเป็นบวกไหม
☐ สลับเครื่องหมายครบทุกช่องไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

จำจากผลบวกตำแหน่ง

🎯 **i+j คู่ใช้เครื่องหมายเดิม คี่ใช้กลับเครื่องหมาย**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ถ้า $i + j = 4$ เครื่องหมายของ C_{ij} เป็นอะไร
- ถ้า $i + j = 5$ เครื่องหมายของ C_{ij} เป็นอะไร

✅ วิธีคิด

1. คำนวณ $i + j$
2. ถ้าผลรวมคู่ ใช้เครื่องหมายบวก
3. ถ้าผลรวมคี่ ใช้เครื่องหมายลบ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ดูแค่แถวหรือหลักอย่างเดียว
- ลืมบวก i กับ j ก่อนตัดสิน

🧠 เทคนิคจำ

"คู่เดิม คี่กลับ"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ทริกนี้ช่วยลดเวลาท่องตารางหมากรุก ให้ตอบได้ทันทีในห้องสอบ

☑ Before You Submit

☐ ได้ค่า $i + j$ แล้วหรือยัง
☐ ตัดสินคู่คี่ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

PART 6 · INVERSE · CONCEPT

นิยามอินเวอร์ส

🎯 **คูณกันแล้วต้องได้ I**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ตรวจว่า A^{-1} ถูกต้องหรือไม่
- ถ้า $A \cdot X = I$ จงหา X

✅ วิธีคิด

1. จำว่า $A \cdot A^{-1} = I$
2. ถ้าหาค่า X ให้ดูว่าเป็นตัวกลับของ A หรือไม่
3. เช็กผลคูณแล้วต้องเป็นเอกลักษณ์

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่าอินเวอร์สคือหารธรรมดา
- ลืมตรวจผลคูณกลับเป็น I

🧠 เทคนิคจำ

"Inverse ต้องคืน I"

🎯 ข้อสอบชอบออก

โจทย์ชอบถามทั้งหาและตรวจคำตอบ ให้ใช้ I เป็นตัวเช็กเร็วที่สุด

☑ Before You Submit

☐ คูณกลับได้ I หรือยัง
☐ มิติของเมทริกซ์เข้ากันไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สูตร 2x2 ลัด

🎯 **สลับทแยงหลัก เปลี่ยนเครื่องหมายทแยงรอง แล้วหาร det**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หาอินเวอร์สของ $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$
- ถ้า $det(A) \neq 0$ ให้หา A^{-1} แบบเร็ว

✅ วิธีคิด

1. สลับตำแหน่ง a กับ d
2. เปลี่ยนเครื่องหมายของ b และ c
3. คูณด้วย $\frac{1}{det(A)}$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- สลับผิดตัวหรือเปลี่ยนเครื่องหมายผิดช่อง
- ลืมหารด้วย det

🧠 เทคนิคจำ

"สลับ-เปลี่ยน-หาร"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบระดับพื้นฐานชอบให้หา inverse 2x2 แบบเร็วมากกว่าทำวิธีเต็ม

☑ Before You Submit

☐ det ไม่เป็นศูนย์ใช่ไหม
☐ สลับแถวทแยงถูกหรือไม่

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

3x3 ใช้ adj

🎯 **อินเวอร์ส 3x3 ใช้ adjoint แล้วหาร det**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา A^{-1} ของเมทริกซ์ 3×3
- ตรวจสูตร $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} adj(A)$

✅ วิธีคิด

1. หา cofactor matrix
2. ทรานสโพสเป็น adjoint
3. หารด้วย $det(A)$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- พยายามจำสูตรยาวแล้วใส่ผิด
- ลืมว่า det ต้องไม่เป็นศูนย์

🧠 เทคนิคจำ

"3x3 ใช้ adj แล้วหาร"

🎯 ข้อสอบชอบออก

มักไม่ให้ทำตรงๆ ถ้าโจทย์ยาว ให้มองหาสมบัติหรือการแยกเป็นตัวประกอบก่อน

☑ Before You Submit

☐ det(A) เป็นศูนย์ไหม

☐ มี cofactor ครบก่อน transpose หรือยัง

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

Singular ห้ามหา

🎯 **det เท่ากับศูนย์ = ไม่มี inverse**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ให้ $det(A) = 0$ จงสรุปเกี่ยวกับ A^{-1}
- ตรวจว่าเมทริกซ์เป็น singular หรือไม่

🟢 ✅ วิธีคิด

1. เช็ก det ก่อนทุกครั้ง
2. ถ้า det = 0 ให้ตอบว่าไม่มีอินเวอร์ส
3. อย่าฝืนใช้สูตร inverse

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คำนวณ inverse ต่อทั้งที่ det เป็นศูนย์
- ลืมสรุปว่า singular

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"det ศูนย์ = ไม่มีผกผัน"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบหลอกด้วยเมทริกซ์ที่ดูซับซ้อนแต่ det เป็นศูนย์ตั้งแต่ต้น

⚫ ☑ Before You Submit

☐ เช็ก det ก่อนหา inverse
☐ ถ้า det=0 หยุดทันที

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

แจกแจงอินเวอร์ส

🎯 **กลับลำดับเสมอ เหมือน transpose**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- หา $(AB)^{-1}$ เมื่อรู้ A^{-1} และ B^{-1}
- มีหลายเมทริกซ์คูณติดกัน แล้วต้องหาอินเวอร์ส

✅ วิธีคิด

1. เขียนกลับลำดับเป็น $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
2. ถ้ามีหลายตัว ให้ย้อนจากขวาไปซ้าย
3. เช็กว่าทุกตัวต้องเป็นอินเวอร์สได้

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- เขียน $A^{-1}B^{-1}$ ตรงลำดับเดิม
- ลืมว่าอินเวอร์สต้องกลับทั้งลำดับ

🧠 เทคนิคจำ

"กลับหลังมาไว้หน้า"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้พจน์ยาวหลายตัวแล้วหลอกลำดับ ใช้กฎกลับลำดับก่อนทุกครั้ง

☑ Before You Submit

☐ กลับลำดับแล้วหรือยัง
☐ ทุกเมทริกซ์มีอินเวอร์สหรือไม่

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

สมบัติ Adjoint

🎯 **คูณกับ adj ได้ det คูณ I**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ต้องหา $adj(A)$ หรือใช้สมบัติของมัน
- โจทย์ให้ $A \cdot adj(A)$ แล้วถามค่า

✅ วิธีคิด

1. จำว่า $A \cdot adj(A) = det(A) \cdot I$
2. ถ้า A เป็น $n \times n$ ใช้สูตรนี้ได้
3. แทนค่า $det(A)$ แล้วสรุปตาม I

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่า $adj(A)$ คือ A^{-1} ทันที
- ลืมว่าคูณแล้วได้สเกลาร์คูณ I ไม่ใช่ I ตรงๆ

🧠 เทคนิคจำ

"A คูณ adj เท่ากับ det คูณ I"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ออกบ่อยในข้อพิสูจน์สั้นๆ หรือให้ใช้ดึงค่า $det(A)$ แบบเร็ว

☑ Before You Submit

☐ จำรูป $A \cdot adj(A)$ ได้ไหม
☐ แยก det ออกจาก I ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ดีเทอร์มิแนนต์ของ adj

🎯 **det ของ adj ใช้กำลัง n-1**

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ถาม $det(adj(A))$ โดยรู้ $det(A)$
- โจทย์ให้เมทริกซ์ $n \times n$ แล้วให้ใช้สูตรลัด

🟢 ✅ วิธีคิด

1. จำสูตร $det(adj(A)) = (det(A))^{n-1}$
2. หา n จากมิติเมทริกซ์
3. แทนค่าแล้วคำนวณกำลัง $n-1$

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ลืมยกกำลัง $n-1$
- ใช้สูตรผิดกับ $det(A)$ ตรงๆ

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"adj ใช้ det ยกกำลัง n-1"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบถามตรงๆ เพื่อวัดว่าจำสมบัติชั้นสูงได้ไหม สูตรนี้ประหยัดเวลาได้มาก

⚫ ☑ Before You Submit

☐ รู้มิติ n หรือยัง
☐ ใช้ $(det(A))^{n-1}$ ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

กฎของคราเมอร์

แทนคอลัมน์แล้วหาร det

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- แก้ระบบสมการแล้วหา x, y
- โจทย์ให้ $det(A) \neq 0$ แล้วถามคำตอบ

✅ วิธีคิด

1. สร้างเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A
2. แทนคอลัมน์ของตัวแปรที่ต้องหาเป็น A_1, A_2
3. ใช้ $x = \frac{det(A_1)}{det(A)}, y = \frac{det(A_2)}{det(A)}$

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ลืมว่าใช้ได้เมื่อ $det(A) \neq 0$
- แทนผิดคอลัมน์ของตัวแปร

🧠 เทคนิคจำ

"แทนคอลัมน์ แล้วหาร det"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้ระบบ 2 ตัวแปรหรือ 3 ตัวแปร แล้วบังคับใช้คราเมอร์โดยตรง

☑ Before You Submit

☐ det ของเมทริกซ์หลักไม่เป็นศูนย์ใช่ไหม
☐ แทนคอลัมน์ถูกตัวแล้วหรือยัง

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

Row Operation

🎯 **ทำ $[A|B]$ ให้เป็น $[I|X]$**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- แก้ระบบสมการด้วยการแปลงแถว
- ต้องหาเมทริกซ์คำตอบจาก augmented matrix

✅ วิธีคิด

1. เริ่มจาก $[A|B]$
2. ทำแถวซ้ายให้เป็น I
3. แถวขวาจะกลายเป็นคำตอบ X

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ทำแถวไม่สมดุลทั้งสองฝั่ง
- ลืมผลของการสลับแถวหรือคูณแถวต่อ det

🧠 เทคนิคจำ

"ซ้ายเป็น I ขวาเป็นคำตอบ"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบให้ทำหลาย step แล้วถามผลสุดท้าย จัดแถวให้เป็น I เร็วที่สุด

☑ Before You Submit

☐ ซ้ายเป็น I แล้วหรือยัง

☐ ทุก operation กระทบ det ถูกไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

กฎแถวกับ det

🎯 สลับแถวเปลี่ยนเครื่องหมาย

🔵 👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- ทำ row operation แล้วต้องตาม det
- โจทย์ถามว่า det เปลี่ยนอย่างไร

🟢 ✅ วิธีคิด

1. สลับแถว → det เปลี่ยนเครื่องหมาย
2. คูณแถวด้วยค่าคงที่ → det คูณค่านั้น
3. เอาแถวบวก/ลบอีกแถว → det เท่าเดิม

🔴 ❌ จุดที่พลาดบ่อย

- คิดว่าทุก operation ทำ det เปลี่ยนเหมือนกัน
- ลืมคูณค่าคงที่กลับตอนย้อนขั้น

🟡 🧠 เทคนิคจำ

"สลับติดลบ คูณติดตัว บวกไม่เปลี่ยน"

🟣 🎯 ข้อสอบชอบออก

มักออกคู่กับการทำให้เป็น I หรือหาค่า det แบบลัด ต้องจำผลของแต่ละแถวให้แม่น

⚫ ☑ Before You Submit

☐ สลับแถวไหม
☐ คูณแถวไหม
☐ แค่บวกแถวใช่ไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

กระจายกำลังสอง

🎯 **ต้องมี AB และ BA ด้วยเสมอ**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- เจอ $(A+B)^2$
- ต้องกระจายพจน์เมทริกซ์สองตัว

✅ วิธีคิด

1. เขียนเป็น $(A+B)(A+B)$
2. กระจายทุกพจน์ได้ $A^2 + AB + BA + B^2$
3. ห้ามรวม AB กับ BA เป็นตัวเดียว

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ยุบเป็น $A^2 + 2AB + B^2$
- คิดว่า $AB = BA$ เสมอ

🧠 เทคนิคจำ

"AB ไม่เท่ากับ BA"

🎯 ข้อสอบชอบออก

ข้อสอบชอบหลอกด้วยรูปทรงคล้ายกำลังสองสมบูรณ์ แต่เมทริกซ์ไม่สลับที่

☑ Before You Submit

☐ เขียนครบ 4 พจน์หรือยัง
☐ แยก AB กับ BA ได้ไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

ผลคูณต่างรูป

🎯 **ผลคูณนี้ไม่ใช่ผลต่างกำลังสอง**

👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้

- เจอ $(A-B)(A+B)$
- ต้องระวังการแจกแจงสองวงเล็บ

✅ วิธีคิด

1. กระจายทีละวงเล็บ
2. ได้ $A^2 + AB - BA - B^2$
3. อย่าดึงรูปจากจำนวนจริงมาใช้ตรงๆ

❌ จุดที่พลาดบ่อย

- ยุบเป็น $A^2 - B^2$
- ลืมเครื่องหมายลบหน้าวงเล็บหลัง

🧠 เทคนิคจำ

"ต่างบวก ไม่ใช่ต่างกำลังสอง"

🎯 ข้อสอบชอบออก

โจทย์ชอบใช้รูปนี้เพื่อเช็กว่าคิดแบบจำนวนจริงมาหรือไม่ ต้องแจกแจงเต็มก่อนเสมอ

☑ Before You Submit

☐ กระจายครบทุกพจน์หรือยัง
☐ มี $-BA$ กับ $-B^2$ ไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

AB = 0 ไม่แปลว่าเป็นศูนย์

🎯 **เมทริกซ์ไม่เหมือนจำนวนจริง**

🔵 **👀 เมื่อเจอโจทย์แบบนี้**

- โจทย์ให้ $AB = 0$ แล้วถามว่า A หรือ B เป็นศูนย์ไหม
- ต้องสรุปจากสมการเมทริกซ์

🟢 **✅ วิธีคิด**

1. จำว่า $AB = 0$ ไม่บังคับให้ $A = 0$ หรือ $B = 0$
2. ตรวจว่ามีเมทริกซ์ศูนย์หรือเมทริกซ์เอกฐานหรือไม่
3. อย่าคิดเหมือนการคูณจำนวนจริง

🔴 **❌ จุดที่พลาดบ่อย**

- สรุปเร็วเกินไปว่าอีกตัวต้องเป็นศูนย์
- ใช้สมบัติการยกเลิกแบบจำนวนจริง

🟡 **🧠 เทคนิคจำ**

"ศูนย์คูณเมทริกซ์หลอกได้"

🟣 **🎯 ข้อสอบชอบออก**

ชอบออกเป็นกับดักความคิดเรื่อง cancellation law ถ้าเห็น $AB = 0$ ให้หยุดก่อนตอบทันที

⚫ **☑ Before You Submit**

☐ คิดแบบจำนวนจริงอยู่หรือเปล่า
☐ มีเหตุผลสนับสนุนว่าอีกตัวเป็นศูนย์จริงไหม

LINE: artrawat
Facebook: Rawat Arthit

Math Rescue Kit

พร้อมเรียนรู้อย่างเต็มระบบ
หากต้องการเนื้อหาฉบับเต็มและแนวข้อสอบครบทุกบท
สามารถติดตามและสอบถามรายละเอียดได้ที่

LINE: artrawat

Facebook: Rawat Arthit