

1 Методы оптимизации первого порядка

1.1 Постановка задачи

Заданы множество X и функция $f(x)$, определенная на X . Требуется найти точки минимума или максимума. Описывается формулой 1.1.

$$\begin{aligned} f(x) \rightarrow \min & \quad x \in X, \quad \text{где } f(x) - \text{целевая функция;} \\ X & - \text{допустимое множество; } \forall x \in X - \text{допустимая точка задачи} \end{aligned} \tag{1.1}$$

В основном, в задачах допустимое множество X лежит в евклидовом пространстве R^n ($x \in R^n$). Точка $x^* \in X$, являющаяся решением, может быть точкой глобального или локального минимума [1].

1.2 Классификация методов первого порядка

К методам первого порядка относятся [2]:

1. метод градиентного спуска с постоянным шагом — принимается некоторая постоянная для всех итераций величина шага, которая и обеспечивает убывание функции $f(x)$ от итерации к итерации;
2. метод наискорейшего градиентного спуска — вычисление градиента на каждом шаге, позволяющее все время двигаться в направлении наивысшего убывания целевой функции, рисунок 1.1;
3. метод Флетчера - Ривса (метод сопряженных градиентов) — использует последовательность направлений поиска, каждое из которых является линейной комбинацией антиградиента в текущей точке и предыдущего направления;
4. метод покоординатного спуска — спуск по ломаной, состоящей из отрезков прямых, параллельных координатным осям;
5. методы переменной метрики (метод Дэвидона — Флетчера — Пауэлла (ДФП), метод Бройдена — Флетчера — Шэнно и др.) — аппроксимация матрицы Гессе или обратную к ней, но используют для этого только первые производные;
6. метод Гаусса - Зейделя и другие.

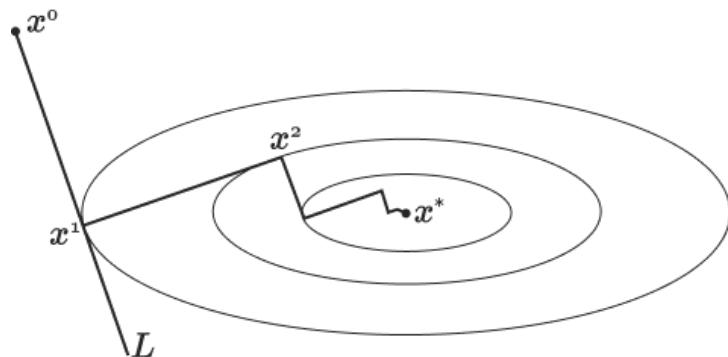


Рисунок 1.1 – Траектория приближения к минимуму целевой функции методом наискорейшего спуска

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Прокопенко Н. Ю. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ Учебное пособие. — ННГАСУ, 2018. — С. 121.
2. Федунец Н., Черников Ю. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ. — ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА, 2009. — С. 376.