



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА ИУ7 «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

Методы решения задачи многокритериальной оптимизации

Студент ИУ7-55Б

Ф.Х. Равашдех

Руководитель

А.С. Кострицкий

РЕФЕРАТ

Расчетно-пояснительная записка 14 с., 0 рис., 1 таблиц, 7 источников, 1 приложение.

ОПТИМИЗАЦИЯ, МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ, МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Цель работы — сравнение методов решения задачи многокритериальной оптимизации.

В данной работе были выделены классы методов решения задачи многокритериальной оптимизации и проведено сравнение классов методов по взаимодействию с лицом, принимающим решение (ЛПР), наличию информации о предпочтениях, количеству взаимодействий с ЛПР, количеству предоставляемых решений. По результатам сравнения был сделан вывод, что каждый класс метод решения задачи многокритериальной оптимизации имеет свои особенности и предназначен для решения определенных задач при определенных условиях.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 Анализ предметной области	6
1.1 Основные определения	6
1.2 Формализация задачи	6
2 Методы решения	8
2.1 Основные методы и их классификация	8
2.1.1 Методы, не использующие предпочтения	8
2.1.2 Априорные методы	8
2.1.3 Апостериорные методы	9
2.1.4 Интерактивные методы	9
3 Сравнение методов	11
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	12
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	13
Приложение А	14

ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация представляет собой широко используемый метод исследования, который применяется в различных областях, таких как математика, инженерия, автомобилестроение и другие. Цель оптимизации заключается в максимизации или минимизации функции с учетом ряда ограничений. Однако во многих ситуациях лица, принимающие решения, сталкиваются с необходимостью оптимизации нескольких целевых функций одновременно, что приводит к многокритериальной оптимизации. Если несколько целей не совпадают, эта задача значительно усложняется.

Теория многокритериальной оптимизации является основой для разработки методов поддержки принятия решений, когда выбор решения осуществляется на основе нескольких критериев [3].

Целью данной научно-исследовательской работы является сравнение методов решения задачи многокритериальной оптимизации.

В рамках работы были поставлены следующие задачи:

- 1) провести анализ предметной области;
- 2) формализовать задачу многокритериальной оптимизации;
- 3) перечислить существующие методы решения задачи;
- 4) сформулированы критерии сравнения методов решения;
- 5) провести сравнительный анализ методов решения на основе сформулированных критериев.

1 Анализ предметной области

1.1 Основные определения

Многокритериальная оптимизация (МКО) — это одновременная оптимизация минимум двух (и более) конфликтующих между собой целевых функций в заданной области определения [1].

При этом осуществление данного процесса невозможно без лица, которое принимает конечное решение, им может являться человек или целый коллектив. Данного человека называют лицом, принимающим решение (ЛПР). Ответственность за выбор того или иного решения и его последствия несет ЛПР [2].

1.2 Формализация задачи

Задачу многокритериальной оптимизации рассматривают в виде выражения 1.1.

$$\min_{X \in D_X} \Phi(X) = \Phi(X^*), \quad (1.1)$$

где $X \in \mathbb{R}^n$ — вектор варьируемых параметров; D_X — ограниченное и замкнутое множество допустимых значений этого вектора; $\Phi(X) = (\phi_1(X), \dots, \phi_m(X))$ — векторный критерий оптимальности. ЛПР стремится найти такой вектор X^* — искомое решение МКО-задачи, который минимизирует на множестве D_X каждый из частных критериев оптимальности.

Множество, в которое векторный критерий оптимальности $\Phi(X)$ отображает множество D_X , обозначается D_Φ и называется критериальным множеством (множеством достижимости) [4].

Определение отношения доминирования \triangleright . $\Phi(X^j)$ обозначается как Z^j , $Z^j = (z_1^j, \dots, z_m^j)$, $X^j \in D_X$, и пишется $Z^1 \triangleright Z^2$, если $z_i^1 \neq z_i^2$ и среди равенств и неравенств $z_i^1 \leq z_i^2, i \in [1 : m]$ имеется хотя бы одно строгое. Вектор Z^1 из критериального множества доминирует по Парето вектор Z^2 из того же множества, если $Z^1 \triangleright Z^2$.

Не формально, множество Парето D_Φ^* поставленной задачи многокритериальной оптимизации определяют как совокупность векторов $Z \in D_\Phi$, среди которых нет доминируемых. Формально, множество Парето определяют выра-

жением 1.2 [4].

$$D_{\Phi}^* = \{\forall Z^* \in D_{\Phi} | \{Z' \in D_{\Phi} | Z' \succ Z^*\} = \emptyset\}. \quad (1.2)$$

Если $\Phi(X^*) \in D_{\Phi}^*$, то говорится, что X^* – эффективный по Парето вектор. Множество векторов, принадлежащих множеству Парето, обозначается D_X^* [4].

Интерактивные методы решения задачи многокритериальной оптимизации основаны на гипотезе существования единственной, неизвестной ЛПР скалярной функции его предпочтений $\Psi(X) \in R^1, X \in D_X$. При этом полагают, что большему значению функции $\Psi(X)$ соответствует более предпочтительное с точки зрения ЛПР решение X [4].

2 Методы решения

2.1 Основные методы и их классификация

Методы решения задачи многокритериальной оптимизации обычно классифицируются на следующие классы методов:

- 1) методы, не учитывающие предпочтения (no-preference);
- 2) априорные (a priori) методы;
- 3) апостериорные (a posteriori) методы;
- 4) интерактивные (interactive) методы.

2.1.1 Методы, не использующие предпочтения

Методам данного класса не требуется никакой информации о предпочтениях ЛПР, как только определены ограничения и цели задачи. Таким образом, такой подход требует, чтобы ЛПР могло принять решение, полученное с помощью метода. Преимущество этого пути заключается в том, что в процессе получения решения аналитик не будет беспокоить ЛПР, что предпочтительнее с точки зрения ЛПР. Но основным недостатком в этом случае является необходимость для аналитика делать множество предположений о предпочтениях ЛПР. Это трудно сделать даже самому лучшему и знающему аналитику [6].

Примером данного класса является метод глобального критерия [4, 6]. В этом методе расстояние между некоторой контрольной точкой и достижимой целевой областью минимизируется. Необходимо выбрать точку отсчета и метрику для измерения расстояний. Все целевые функции считаются одинаково важными [7].

2.1.2 Априорные методы

Априорные методы многокритериальной оптимизации представляют собой класс методов, которые используют предварительные знания о предпочтениях ЛПР для определения оптимальных решений. Эти методы основываются на формализации принципов оптимальности и позволяют интегрировать различные критерии в единое решение. Чаще всего предварительную информацию формализуют таким образом, чтобы свести многокритериальную задачу к однокритериальной [4].

Наиболее распространенным подходом к построению решающего правила на основе предпочтений ЛПР является построение функции полезности, полностью отражающей предпочтения ЛПР по отношению к величинам частных критериев. В таком случае поиск решения сводится к нахождению допустимого решения, которое максимизирует значение функции полезности [3].

Примеры методов данного класса:

- 1) метод полезной (утилитарной) функции;
- 2) лексикографический метод;
- 3) скаляризация (скалярная свертка);
- 4) метод целевого программирования.

2.1.3 Апостериорные методы

Апостериорные методы также называются методами генерации оптимальных по Парето решений. После того как набор оптимальных по Парето решений (или его часть) сформирован, он представляется ЛПР, которое выбирает наиболее предпочтительный из альтернатив [4, 7].

Недостаток метода заключается в том, что равномерная аппроксимация множества и/или фронта Парето обычно требует больших вычислительных затрат. Другим недостатком, который серьезно ограничивает практическую применимость этих методов, является то, что они обычно генерируют большое количество недоминируемых решений, поэтому для ЛПР становится практически невозможным выбрать наиболее удовлетворительное из них [6, 7].

Наконец, возникает самостоятельная проблема визуализации фронта Парето для задач с числом критериев большим двух [4].

Примеры методов данного класса:

- 1) параметрический метод (метод взвешивания (weighting));
- 2) метод ε -ограничений.

2.1.4 Интерактивные методы

В интерактивных методах многокритериальной оптимизации процесс принятия решения является интерактивным, и ЛПР активно взаимодействует с методом на протяжении всего поиска наиболее предпочтительного решения [5].

В интерактивных методах обычно используются следующие шаги [5]:

- 1) инициализация (например, вычисление идеального и приближенного к минимуму (*nadir*) целевых векторов и представление их ЛПР);
- 2) генерация оптимальной отправной точки по Парето (например, используя какой-либо метод без предпочтений, предложенные ЛПР);
- 3) запрос у ЛПР информации о предпочтениях;
- 4) генерация новых оптимальных решений по Парето в соответствии с предпочтениями ЛПР и представление их ЛПР;
- 5) если было сгенерировано несколько решений, выбор лицом, принимающим решение, наилучшего на данный момент решения;
- 6) если ЛПР принимает решение остановиться, то остановка, иначе — переход в пункт (3).

3 Сравнение методов

Для сравнения методов были сформулированы следующие критерии:

- 1) взаимодействие с ЛПР;
- 2) информация о предпочтениях ЛПР;
- 3) количество взаимодействий с ЛПР;
- 4) количество решений, предоставляемых ЛПР.

В таблице 3.1 представлено сравнение перечисленных классов методов по сформулированным критериям.

Таблица 3.1 — Сравнение классов методов

Классы методов	Номер критерия			
	1	2	3	4
Методы, не учитывающие предпочтения	отсутствует	-	0	1
Априорные	до	+	1	1
Апостериорные	после	-	1	много
Интерактивные	в процессе	+	>0	много

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель работы достигнута: были сравнены методы решения задачи многокритериальной оптимизации. При выборе класса методов решения задачи многокритериальной оптимизации необходимо определить взаимодействие с ЛПР, наличие информации о предпочтениях ЛПР и допустимое количество решений.

В ходе выполнения работы все поставленные задачи были выполнены:

- 1) проведен анализ предметной области;
- 2) формализована задачу многокритериальной оптимизации;
- 3) перечислены существующие методы решения задачи;
- 4) сформулированы критерии сравнения методов решения;
- 5) проведен сравнительный анализ методов решения на основе сформулированных критериев.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Богданова П.А., Сахаров Д.М., Васильева Т.М. ОБЗОР МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ // Инновационные аспекты развития науки и техники. 2021. №6.
2. Гаипов К. Э., Крикунов И. Л., Демичева А. А. Модель многокритериальной оптимизации распределения информационных потоков в телекоммуникационных сетях // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. – 2022. – №12/2. – С. 67-74 DOI 10.37882/2223-2966.2022.12-2.12
3. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие // М.: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
4. Шварц Д. Т. Интерактивные методы решения задачи многокритериальной оптимизации. Обзор // Машиностроение и компьютерные технологии. 2013. №04.
5. Miettinen K.; Ruiz, F.; Wierzbicki, A. P. "Introduction to Multiobjective Optimization: Interactive Approaches". Multiobjective Optimization // Lecture Notes in Computer Science. Vol. 5252. pp. 27–57. 2008.
6. Ching-Lai Hwang, Abu Syed Md Masud Multiple objective decision making, methods and applications: a state-of-the-art survey // Springer-Verlag 1979.
7. Kaisa Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, Springer Science & Business Media, 1999.

Приложение А

Презентация к научно-исследовательской работе состоит из 3-х слайдов.