

1-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Gruppning to'plamga ta'siri.

A1. Z_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibin toping

A2. Halqaning barcha teskarilanuvchi elementlarin toping: Z_{15}

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarin toping: Z_{12} , Z_{15} , Z_{24}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. Noldan pariqli haqiqiy sonlar multiplikativ gruppasi $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ning o'ng haqiqiy sonlar qism gruppasi R_+ boyisha faktor gruppasin toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ grupp va $a, b \in G$ bo'lsin . Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. $[-1; 1]$ kesmasinda uzliksiz bo'lgan funksiyalarning halqasinda nolning bo'luvchilariga misollar keltiring.

C3. Bir o'zgariwshili ko'phadlar to'plami $f(x)$ ko'phadlardi qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

2-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Z_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin . Unda $(a + b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: Z_6 , Z_{27}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarin toping: S_3 ,

B3. $\frac{3\mathbb{Z}}{15\mathbb{Z}}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin . $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan grupp tashkil etishin isbotlang.

C2. Aytaylik $f : G \rightarrow G_1$ akslantirishshi epimorfizm bo'lsin . Agar H G ning normal qism gruppasi bolsa, unda $f(H)$ ta G_1 ning normal qism gruppasi bolishin isbotlang.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining barcha endomorfizmlarin toping.

3-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin . Unda $(a+b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{22}$

B1. $\{Z, +, \cdot\}$ to'plami butun sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|^2$;

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ aljabralik sistema \otimes amalga nisbatan gruppaga tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n$ ($a \neq 0, \pm 1 \in R, n \in \mathbb{Z}$) gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Kolsoning Ixtiyoriy sondagi ideallarining keshishmasi da uchbu halqaning ideali bo'lishin isbotlang.

4-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 3) \circ (4 \ 5) \in S_5$

A2. \mathbb{Z}_5 maydoninda quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarining barcha nilpotent elementlarin toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{16}$

B1. Juft sonlar to'plami $2\mathbb{Z}$ qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppaga ekenin isbotlang.

B3. $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 2$.

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppaga bolishin isbotlang.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Aytaylik $R = \left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ va $R' = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ halqalar berilgan bo'lsin . $\varphi: R \rightarrow R'$ akslantirish izomorfizm bo'lishini isbotlang.

5-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisini toping.

B3. Faktor gruppasini toping. $\frac{5\mathbb{Z}}{25\mathbb{Z}}$

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin. Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

6-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{18} , \mathbb{Z}_{30}

B1. $\{(a * b) = a + b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sonlar to'plami kommutativ gruppasi bolishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqasining qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. Quyidagi G gruppasining H qism gruppasi bo'yicha o'ng qo'shni sinflarini toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$

C1. S_3 simmetrik gruppasi. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarini tuzing.

C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$, berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarini toping.

C3. Aytaylik K halqasining K' halqasiga $f: K \rightarrow K'$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. $\text{Ker } f$ qism halqasi K halqasining ideali bo'lishini va $K/\text{Ker } f$ faktor halqasining $f(K)$ halqasiga izomorf bo'lishini ko'rsating.

7-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. (Z_9, \cdot) grupp elementlarining tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}, \quad x * y = x - y$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8.$

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'risidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$

B3. $< \mathbb{Z}, + >$ gruppasining $n\mathbb{Z}$ qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ grupp va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishini isbotlang.

C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(\mathbb{R}), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang.

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$$

C3. Har qanday siklli grupp abellik(kommutativ) grupp bo'lishini isbotlang.

8-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. Z_3 maydoninda quyidagi sistemani yeshing
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarining barcha idempotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_5, \quad \mathbb{Z}_{14}$

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Z_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. Tartibi n ga teng bo'lgan $< a >$ sikl gruppasining o'z-o'ziga gomomorfizm bo'lishini ko'rsating.

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

9-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. α va β orin almashtirishlar ushuni $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 1$;

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik gruppaga emasligini isbotlang.

C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. \mathbb{Z} Butun sonlar to'plamida $x \oplus y = x + y - 1$ ko'rinishida aniqlangan. (\mathbb{Z}, \oplus) - gruppaga tashkil qiluvchi va uning $(\mathbb{Z}, +)$ gruppasiga izomorf bo'lishini isbotlang.

10-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{36}

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_6 gruppasining barcha qism gruppalarini toping.

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni gruppalarini toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan gruppaga tashkil etishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. $M_2(R)$ halqa regulyar halqa bo'lishini ko'rsating.

11-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. M^2 to'plamida \circ amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgrupp bo'ladimi?

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15}

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ grupp bo'lishini isbotlang:

B2. \mathbb{Z}_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. Faktor gruppasin toping. $\frac{3\mathbb{Z}}{9\mathbb{Z}}$,

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ti $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishin isbotlang va uning yadrosin toping.

C2. \mathbb{Z} butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari $x \oplus y = x + y - 1$ va $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ - halqa bo'lishini va uning $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ halqasina izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Aytaylik R va C xos haqiqiy va kompleks sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

12-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \in S_7$.

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ ($a, b \in R$) qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|$;

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementleri uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. Tartibi 24 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 4 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}, +)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = 2^a$.

13-variant

- T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.
- T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.
- A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$
- A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$
- A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}
- B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppada d'zbeytuginin ko'rsating.
- B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.
- B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining nZ ($n \in \mathbb{N}$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.
- C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.
- C2. G gruppasi va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppasi elementlarin toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle \bar{4} \rangle$
- C3. C kompleks sonlarning additiv gruppasining R haqiqiy sonlarning qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

14-variant

- T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.
- T2. Bull va regulyar halqalar.
- A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \in S_7$
- A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$
- A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{16}
- B1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?
- B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 | x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppasi bo'ladimi bo'ladimi?
- B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} | a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?
- C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarinen tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(x), \Delta)$ gruppasi bolishin isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.
- C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklii qism gruppasining barcha elementlarin toping.
- C3. Aytaylik gruppalarining $f : G_1 \rightarrow G_2$ epimorfizmi berilgan bo'lsin. $G_1 / \text{Ker } f \simeq G_2$ bo'lishini isbotlang.

15-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Z_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{14}

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$

B2. Z_6 gruppasining barcha qism gruppalarini toping.

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining n natural soniga karrali qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam $+$ amalga nisbatan kommutativ gruppaga bo'lishini ko'rsating.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. $f(n) = n^2$ akslantirishi Z gruppasining endomorfizmlarini bo'ladimi?

16-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppaning elementlar tartibini toping.

A2. M^2 to'plamida \circ amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgruppaga bo'ladimi?

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{36}

B1. n -tartibli orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 boyisha o'ng qo'shni sinflarini toping.

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik gruppaga emasligini isbotlang.

C2. Tartibi $n \geq 2$ bo'lgan haqiqiy elementli diagonal matrisalar, matrisalarni qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan kommutativ halqa bolishini isbotlang va uchbu halqadagi

nolning bo'luvchilarini toping:
$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

C3. Siklli gruppaning qism gruppasi siklli bo'lishini isbotlang.

17-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibini toping

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Z_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisin toping.

B3. S_3 simmetriyalik gruppaga. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi bola'di.

S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ni $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishin isbotlang va uning yadrosin toping.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppasi G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(z) = |z|$.

18-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarining barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{16}

B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

B2. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppaga ekenin isbotlang.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. Tartibi 6 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning tartibi 18 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan ixtiyoriy siklli gruppaga $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ gruppaga, ixtiyoriy sheksiz siklli gruppaga $(\mathbb{Z}, +)$ gruppaga izomorf boladi.

19-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{16}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinishdagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. S_3 simmetrik grupp. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordaminda barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C2. Tartibi $n \geq 2$ bo'lgan haqiqiy elementli diagonal matrisalar, matrisalarni qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan kommutativ halqa bolishini isbotlang va uchbu halqadagi

nolning bo'luvchilarin toping: $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

C3. Aytaylik, R va C xos rasional va haqiqiy sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

20-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. Halqaning barcha teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{15}

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}$

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \in R)$ qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|^2$;

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam + amalga nisbatan kommutativ gruppaga bo'lishini ko'rsating.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. Aytaylik S_n - simmetrik gruppaga va $\varphi: S_n \rightarrow \mathbb{Z}_2$ akslantirish quyidagisha aniqlansa. $\varphi(\sigma) = \begin{cases} 0, & \text{eger } \sigma \text{ juft orniga qoyish bolsa,} \\ 1, & \text{eger } \sigma \text{ toq orniga qoyish bolsa} \end{cases}$ unda φ akslantirish gomomorfizm bo'lishini isbotlang.

21-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 4 \ 3) \circ (5 \ 6) \in S_6$

A2. \mathbb{Z}_3 maydonida quyidagi sistemani yeshing $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{18}, \mathbb{Z}_{30}$

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|$;

C1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. $f: n\mathbb{Z} \rightarrow n\mathbb{Z}$ gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

22-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{27}

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi bo'yisha o'ng qo'shni sinflarin toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarinen tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(x), \Delta)$ gruppasi bolishin isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.

C2. Tartibi 6 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning tartibi 18 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppasi G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = a^2$.

23-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1\ 2\ 7) \circ (1\ 3\ 5) \in S_7$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1\ 2\ 5\ 7)$, $\beta = (2\ 4\ 6) \in S_7$.

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ gruppasi bo'lishini isbotlang.

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarin toping: S_3 ,

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining n natural soniga karrali qism gruppasi bo'yisha qo'shni sinflarin toping.

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppasi bolishin isbotlang.

C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(R), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang. $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$

C3. Butun sonlar gruppasi Z ning o'z-o'ziga izomorfizm bo'lishini ko'rsating.

24-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{14}

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinishidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. Faktor gruppasini toping. $\frac{3Z}{9Z}$,

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. G gruppasi va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppasi elementlarini toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle 4 \rangle$

C3. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plami maydon bo'lishini ko'rsating.

25-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlarni qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bo'lishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$

B3. $\langle Z, + \rangle$ gruppasining nZ qism gruppasi bo'yicha qo'shni sinflarini toping.

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ algabralik sistema \otimes amalga nisbatan gruppasi tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. Aytaylik $f: G \rightarrow G_1$ akslantirishshi epimorfizm bo'lsin. Agar H G ning normal qism gruppasi bolsa, unda $f(H)$ ta G_1 ning normal qism gruppasi bo'lishini isbotlang.

C3. S_3 gruppasining $H = \{e, (123), (132)\}$ qism gruppasi normal qism gruppasi bo'ladimi, Agar bolsa $\frac{S_3}{H}$ faktor gruppasini aniqlang.

26-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in Q\}$

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism grupyasi normal qism gruppa bo'ladimi.

B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} | a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppa va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. \mathbb{Z} butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari $x \oplus y = x + y - 1$ va $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ - halqa bo'lishini va uning $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ halqasina izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Agar $|G : H| = 2$ bolsa, Unda $H \trianglelefteq G$ bo'lishini isbotlang.

27-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. \mathbb{Z}_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x - y$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $\{ \mathbb{Z}, +, \cdot \}$ to'plami butun sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 | x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppa bo'ladimi bo'ladimi?

B3. $f : C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 1$;

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} | a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan gruppa tashkil etishin isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. $f(n) = n^2$ akslantirishi \mathbb{Z} gruppasining endomorfizmlarini bo'ladimi ?

28-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. (Z_9, \cdot) grupp elementlarining tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. α va β orin almashtirishlar ushuni $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Z_{12} gruppasining barcha qism gruppalarini toping.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. Aytaylik $(G, *)$ grupp va $a, b \in G$ bo'lsin. Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin. Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishin isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining barcha endomorfizmlarini toping.

29-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x - y$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{22}

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan grupp d'uzbeytuginini ko'rsating.

B2. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism grupp ekenini isbotlang.

B3. Faktor gruppasini toping. $\frac{5Z}{25Z}$

C1. Aytaylik $(G, *)$ grupp va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishin isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Siklli gruppaning qism gruppasi siklli bo'lishini isbotlang.

30-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Z_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{14}

B1. Juft sonlar to'plami $2\mathbb{Z}$ qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Z_6 gruppasining barcha qism gruppalarini toping.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 2$.

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan gruppaga tashkil etishini isbotlang.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n$ ($a \neq 0$, $\pm 1 \in R$, $n \in \mathbb{Z}$) gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. \mathbb{Z} Butun sonlar to'plamida $x \oplus y = x + y - 1$ ko'rinishida aniqlangan. (\mathbb{Z}, \oplus) – gruppaga tashkil qiluvchi va uning $(\mathbb{Z}, +)$ gruppasiga izomorf bo'lishini isbotlang.

31-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 3) \circ (4 \ 5) \in S_5$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{36}

B1. $\{(a * b) = a + b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sonlar to'plami kommutativ gruppaga bolishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. \mathbb{Z} Butun sonlarning additiv gruppasining $n\mathbb{Z}$ ($n \in \mathbb{N}$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. $[-1; 1]$ kesmasida uzliksiz bo'lgan funksiyalarning halqasida nolning bo'luvchilariga misollar keltiring.

C3. Aytaylik, R va C xos rasional va haqiqiy sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

32-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$

A2. Z_3 maydonida quyidagi sistemani yeshing
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1 \ 2 \ 5 \ 7), \beta = (2 \ 4 \ 6) \in S_7$.

B1. n -tártpi orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan grupp tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. A_3 juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping.

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ algabralik sistema \otimes amalga nisbatan grupp tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$, berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarin toping.

C3. C kompleks sonlarning additiv gruppasining R haqiqiy sonlarning qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

33-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Z_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibin toping.

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}$

B1. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in R\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $\frac{3\mathbb{Z}}{15\mathbb{Z}}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam $+$ amalga nisbatan kommutativ grupp bo'lishini ko'rsating.

C2. Tartibi 24 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 4 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan ixtiyoriy siklli grupp $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ gruppaga, ixtiyoriy sheksiz siklli grupp $(\mathbb{Z}, +)$ gruppaga izomorf boladi.

34-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppining elementlar tartibini toping.

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $\{Z, +, \cdot\}$ to'plami butun sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisin toping.

B3. S_3 simmetriyalik gruppasi. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi bola'di. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan gruppasi tashkil etishini isbotlang.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppining Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. S_3 gruppining $H = \{e, (123), (132)\}$ qism gruppasi normal qism gruppasi bo'ladimi, Agar bolsa $\frac{S_3}{H}$ faktor gruppasini aniqlang.

35-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. \mathbb{Z}_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan assosiativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{16}

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$

B3. Quyidagi G gruppining H qism gruppasi bo'yicha o'ng qo'shni gruppalarini toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (123), (132)\}$

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan gruppasi tashkil etishini isbotlang.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. Aytaylik K halqaning K' halqasiga $f: K \rightarrow K'$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. $\text{Ker } f$ qism halqasi K halqaning ideali bo'lishini va $K/\text{Ker } f$ faktor halqaning $f(K)$ halqasiga izomorf bo'lishini ko'rsating.

36-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Gruppalarning avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: $\mathbb{Z}_5, \mathbb{Z}_{14}$

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ gruppaga bo'lishini isbotlang:

B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 | x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppaga bo'ladimi bo'ladimi?

B3. Noldan pariqli haqiqiy sonlar multiplikativ gruppasi $R \setminus \{0\}$ ning o'ng haqiqiy sonlar qism gruppasi R_+ boyisha faktor gruppasin toping.

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ti $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishin isbotlang va uning yadrosin toping.

C2. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining o'z-o'ziga gomomorfizm bo'lishini ko'rsating.

C3. Aytaylik S_n - simmetrik gruppaga va $\varphi : S_n \rightarrow \mathbb{Z}_2$ akslantirish quyidagisha aniqlansa. $\varphi(\sigma) = \begin{cases} 0, & \text{eger } \sigma \text{ juft orniga qoyish bolsa,} \\ 1, & \text{eger } \sigma \text{ toq orniga qoyish bolsa} \end{cases}$ unda φ akslantirish gomomorfizm bo'lishini isbotlang.

37-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarin toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}, \mathbb{Z}_{24}$

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinishidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. Quyidagi gruppalarning barcha qism gruppalarin toping: S_3 ,

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

C1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in \mathbb{R}\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

38-variant

- T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.
- T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.
- A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$
- A2. Halqaning barcha teskarilantiruvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{15}
- A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{14}$
- B1. n -tartibli orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.
- B2. \mathbf{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.
- B3. Noldan pariqli haqiqiy sonlar multiplikativ gruppasi $R \setminus \{0\}$ ning o'ng haqiqiy sonlar qism gruppasi R_+ boyisha faktor gruppasin toping.
- C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin. Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishin isbotlang.
- C2. Tartibi 6 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning tartibi 18 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.
- C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}^+, \cdot), G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot), f(a) = a^2$.

39-variant

- T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.
- T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.
- A1. \mathbb{Z}_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping
- A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}, x * y = \sin x \cdot \sin y$
- A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_5, \mathbb{Z}_{24}$
- B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?
- B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$
- B3. $\langle Z, + \rangle$ gruppasining nZ qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.
- C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarinen tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(X), \Delta)$ gruppaga bolishin isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.
- C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(R), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang. $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$
- C3. Butun sonlar gruppasi Z ning o'z-o'ziga izomorfizm bo'lishini ko'rsating.

40-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibini toping

A2. M^2 to'plamida \circ amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgruppaga bo'ladimi?

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|$;

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppaga bolishin isbotlang.

C2. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining o'z-o'ziga gomomorfizm bo'lishini ko'rsating.

C3. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in Q\}$ to'plami maydon bo'lishin ko'rsating.

41-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{18}, \mathbb{Z}_{30}$

B1. $\{(a * b) = a + b \mid a, b \in Z\}$ sonlar to'plami kommutativ gruppaga bolishini ko'rsating.

B2. Z_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. S_3 simmetriyalik gruppaga. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi bola'di.

S_3 ning H qism gruppasi yordaminda barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishin isbotlang.

C2. G gruppaga va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppaga elementlarin toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle 4 \rangle$

C3. Har qanday siklli gruppaga abellik(kommutativ) gruppaga bo'lishini isbotlang.

42-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{22}$

B1. $M_n(R)$ —xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. Faktor gruppasin toping. $\frac{3\mathbb{Z}}{9\mathbb{Z}}$,

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik gruppaga emasligini isbotlang.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Aytaylik $R = \left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ va $R' = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ halqalar berilgan bo'lsin. $\varphi: R \rightarrow R'$ akslantirish izomorfizm bo'lishini isbotlang.

43-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}, x * y = x^2 + y^2$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 5 & 8 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $M_n(R)$ —xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot), G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot), f(z) = |z|$.

44-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Z_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibini toping.

A2. Halqaning barcha teskarilanuvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_{15}

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{16}

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \in R)$ qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 boyisha o'ng qo'shni sinflarini toping.

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. Agar $|G : H| = 2$ bolsa, Unda $H \trianglelefteq G$ bo'lishini isbotlang.

45-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppaning elementlar tartibini toping.

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{27}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinisidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. $\frac{3\mathbb{Z}}{15\mathbb{Z}}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. S_3 simmetrik gruppasi. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarini tuzing.

C2. $[-1; 1]$ kesmasida uzliksiz bo'lgan funksiyalarning halqasida nolning bo'luvchilariga misollar keltiring.

C3. Bir o'zgariwshili ko'phadlar to'plami $f(x)$ ko'phadlardi qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

46-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x - y$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{14}

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppada d'zbeytugini ko'rsating.

B2. Z_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisin toping.

B3. Faktor gruppasi toping. $\frac{5Z}{25Z}$

C1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) | a, b \in Z\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$, berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarini toping.

C3. Aytaylik gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ epimorfizmi berilgan bo'lsin. $G_1/Ker f \simeq G_2$ bo'lishini isbotlang.

47-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. (Z_9, \cdot) gruppasi elementlarining tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantuvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. Juft sonlar to'plami $2Z$ qo'shish amalga nisbatan gruppada tuzishini ko'rsating.

B2. Z_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining n natural soniga karrali qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarini tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(x), \Delta)$ gruppasi bolishini isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.

C2. Tartibi 24 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 4 ga teng bo'lgan barcha elementlarini ko'rsating.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosini toping. $G = (\mathbb{R}, +)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = 2^a$.

48-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 7) \circ (1 \ 3 \ 5) \in S_7$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in Q\}$

B2. Z_6 gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining nZ ($n \in N$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa,

Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan grupp bolishin isbotlang.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n$ ($a \neq 0$, $\pm 1 \in R$, $n \in Z$) gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Kolsoning Ixtiyoriy sondagi ideallarining keshishmasi da uchbu halqaning ideali bo'lishin isbotlang.

49-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in Q\}$

B2. Z_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|^2$;

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik grupp emasligini isbotlang.

C2. Tartibi $n \geq 2$ bo'lgan haqiqiy elementli diagonal matrisalar, matrisalarni qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan kommutativ halqa bolishini isbotlang va uchbu halqadaqi

nolning bo'luvchilarin toping: $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

C3. $f: nZ \rightarrow nZ$ gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

50-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{36}

B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarin toping: S_3 ,

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 2$.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin. Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishin isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

51-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{16}

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 \mid x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppasi bo'ladimi bo'ladimi?

B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan gruppasi tashkil etishin isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. Aytaylik R va C xos haqiqiy va kompleks sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

52-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 4 \ 3) \circ (5 \ 6) \in S_6$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan assosiativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1 \ 3) \circ (5 \ 8)$, $\beta = (2 \ 3 \ 6 \ 7) \in S_8$.

B1. $M_n(R)$ —xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppaga ekanini isbotlang.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 1$;

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. Aytaylik $f: G \rightarrow G_1$ akslantirishshi epimorfizm bo'lsin. Agar H G ning normal qism gruppasi bolsa, unda $f(H)$ ta G_1 ning normal qism gruppasi bolishini isbotlang.

C3. $M_2(R)$ halqa regulyar halqa bo'lishini ko'rsating.

53-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. Z_3 maydonida quyidagi sistemani yeshing
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{14}

B1. Juft sonlar to'plami $2\mathbb{Z}$ qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni gruppalarni toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ algabralik sistema \otimes amalga nisbatan gruppaga tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. \mathbb{Z} butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari $x \oplus y = x + y - 1$ va $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ — halqa bo'lishini va uning $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ halqasina izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. $f(n) = n^2$ akslantirishi Z gruppasining endomorfizmlarini bo'ladimi?

54-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Z_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibini toping.

A2. M^2 to'plamida \circ amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgruppa bo'ladimi?

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \in S_7$.

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinisidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam $+$ amalga nisbatan kommutativ gruppa bo'lishini ko'rsating.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. Aytaylik gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ epimorfizmi berilgan bo'lsin. $G_1/\text{Ker} f \simeq G_2$ bo'lishini isbotlang.

55-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{22}

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppa tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{Q} \right\}$

B3. $\langle Z, + \rangle$ gruppasining nZ qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishta aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan gruppa tashkil etishini isbotlang.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining barcha endomorfizmlarini toping.

56-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibin toping

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarining teskarilantiruvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{18} , \mathbb{Z}_{30}

B1. $\{(a * b) = a + b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sonlar to'plami kommutativ gruppaga bolishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|$;

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishini isbotlang.

C2. Tartibi $n \geq 2$ bo'lgan haqiqiy elementli diagonal matrisalar, matrisalarni qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan kommutativ halqa bolishini isbotlang va uchbu halqadagi

nolning bo'luvchilarini toping: $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

C3. Aytaylik $R = \left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ va $R' = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ halqalar berilgan bo'lsin. $\varphi: R \rightarrow R'$ akslantirish izomorfizm bo'lishini isbotlang.

57-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Z_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. Quyidagi halqalarining barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{16}

B1. n -tartibli orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. A_3 juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppaga ekanini isbotlang.

B3. S_3 simmetriyalik gruppaga. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi bola'di. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarini tuzing.

C1. S_3 simmetrik gruppaga. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarini tuzing.

C2. Aytaylik $f: G \rightarrow G_1$ akslantirishshi epimorfizm bo'lsin. Agar H G ning normal qism gruppasi bolsa, unda $f(H)$ ta G_1 ning normal qism gruppasi bolishini isbotlang.

C3. Har qanday siklli gruppaga abellik(kommutativ) gruppaga bo'lishini isbotlang.

58-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_{27}$

B1. $\{Z, +, \cdot\}$ to'plami butun sonlarni qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarini toping: S_3 ,

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining n natural soniga karrali qism gruppasi bo'yisha qo'shni sinflarini toping.

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ni $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishini isbotlang va uning yadrosini toping.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosini toping. $G = (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(z) = |z|$.

59-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \in S_7$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}$

B1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in \mathbb{R}\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 bo'yisha o'ng qo'shni sinflarini toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. $M_2(R)$ halqa regulyar halqa bo'lishini ko'rsating.

60-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$

A2. Halqaning barcha teskarilantiruvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_{15}

A3. α va β orin almashtirishlar ushuni $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1 \ 3 \ 5 \ 7), \beta = (2 \ 4 \ 8) \circ (1 \ 3 \ 6) \in S_8$.

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ gruppaga bo'lishini isbotlang.

B2. Z_6 gruppasining barcha qism gruppalarini toping.

B3. Noldan pariqli haqiqiy sonlar multiplikativ gruppasi $R \setminus \{0\}$ ning o'ng haqiqiy sonlar qism gruppasi R_+ boyisha faktor gruppasini toping.

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. C kompleks sonlarning additiv gruppasining R haqiqiy sonlarning qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

61-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasini yeshing.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_{27}$

B1. $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlarni qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. S_3 gruppasining $T = \{x \in S_3 \mid x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppaga bo'ladi bo'ladi?

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizmi bo'ladi: $f(z) = |z|^2$;

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Siklli gruppasining qism gruppasi siklli bo'lishini isbotlang.

62-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppada dúzbeytuğinin ko'rsating.

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik gruppaga emasligini isbotlang.

C2. Tartibi 6 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning tartibi 18 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Butun sonlar gruppasi Z ning o'z-o'ziga izomorfizm bo'lishini ko'rsating.

63-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Z_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarining teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in R \right\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 2$.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. Aytaylik S_n - simmetrik gruppaga va $\varphi: S_n \rightarrow \mathbb{Z}_2$ akslantirish quyidagisha aniqlansa. $\varphi(\sigma) = \begin{cases} 0, & \text{eger } \sigma \text{ juft orniga qoyish bolsa,} \\ 1, & \text{eger } \sigma \text{ toq orniga qoyish bolsa} \end{cases}$ unda φ akslantirish gomomorfizm bo'lishini isbotlang.

64-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin . Unda $(a+b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{22}

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \in R)$ qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin . Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin . Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishin isbotlang.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n \quad (a \neq 0, \pm 1 \in R, n \in \mathbb{Z})$ gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Kolsoning Ixtiyoriy sondagi ideallarining keshishmasi da uchbu halqaning ideali bo'lishin isbotlang.

65-variant

T1. Akslantirishlar.Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin . Unda $(a+b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \in S_7$.

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \in R)$ qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. \mathbb{Z}_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. $\frac{3\mathbb{Z}}{15\mathbb{Z}}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppasi bolishin isbotlang.

C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(R), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang.

$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

66-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppaning elementlar tartibini toping.

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{14}

B1. $M_n(R)$ -xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A =$

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$$

B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?

C1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining o'z-o'ziga gomomorfizm bo'lishini ko'rsating.

C3. \mathbb{Z} Butun sonlar to'plamida $x \oplus y = x + y - 1$ ko'rinishida aniqlangan. (\mathbb{Z}, \oplus) - gruppaga tashkil qiluvchi va uning $(\mathbb{Z}, +)$ gruppasiga izomorf bo'lishini isbotlang.

67-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. (\mathbb{Z}_9, \cdot) gruppaga elementlarining tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarini toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. n -tartibli orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A =$

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarini tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(x), \Delta)$ gruppaga bolishini isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.

C2. $[-1; 1]$ kesmasida uzliksiz bo'lgan funksiyalarning halqasida nolning bo'luvchilariga misollar keltiring.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan ixtiyoriy siklli gruppaga $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ gruppaga, ixtiyoriy sheksiz siklli gruppaga $(\mathbb{Z}, +)$ gruppaga izomorf boladi.

68-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 3) \circ (4 \ 5) \in S_5$

A2. Z_3 maydonida quyidagi sistemani yeshing
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_{16}$

B1. $M_n(R)$ –xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Z_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining nZ ($n \in \mathbb{N}$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam + amalga nisbatan kommutativ gruppaga bo'lishini ko'rsating.

C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. Aytaylik, R va C xos rasional va haqiqiy sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

69-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$

A2. M^2 to'plamida o'amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgruppaga bo'ladimi?

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarini toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{18}, \mathbb{Z}_{30}$

B1. $\{(a * b) = a + b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sonlar to'plami kommutativ gruppaga bolishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni gruppalarini toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ni $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}, \quad \forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishini isbotlang va uning yadrosini toping.

C2. G gruppaga va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppaga elementlarini toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle 4 \rangle$

C3. Aytaylik K halqaning K' halqasiga $f : K \rightarrow K'$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. $\text{Ker } f$ qism halqasi K halqaning ideali bo'lishini va $K/\text{Ker } f$ faktor halqaning $f(K)$ halqasiga izomorf bo'lishini ko'rsating.

70-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. (\mathbb{Z}_9, \cdot) grupp elementlarining tartibin toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x - y$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{16}

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. \mathbb{Z}_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisin toping.

B3. Faktor gruppasin toping. $\frac{3\mathbb{Z}}{9\mathbb{Z}}$,

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan grupp tashkil etishin isbotlang.

C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$, berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarin toping.

C3. $f: n\mathbb{Z} \rightarrow n\mathbb{Z}$ gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

71-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{14}

B1. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in R\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. Faktor gruppasin toping. $\frac{5\mathbb{Z}}{25\mathbb{Z}}$

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan grupp tashkil etishin isbotlang.

C2. \mathbb{Z} butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari $x \oplus y = x + y - 1$ va $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ - halqa bo'lishini va uning $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ halqasina izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Bir o'zgariwshili ko'phadlar to'plami $f(x)$ ko'phadlardi qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

72-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15}

B1. $\{Z, +, \cdot\}$ to'plami butun sonlarni qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matritsalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 1$;

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bo'lishini isbotlang.

C2. Tartibi 24 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 4 ga teng bo'lgan barcha elementlarini ko'rsating.

C3. Agar $|G : H| = 2$ bolsa, Unda $H \trianglelefteq G$ bo'lishini isbotlang.

73-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppasi dúbeytuğunini ko'rsating.

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarini toping: S_3 ,

B3. Faktor gruppasini toping. $\frac{3Z}{9Z}$,

C1. S_3 simmetrik gruppasi. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarini tuzing.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppasini G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosini toping. $G = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = a^2$.

74-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$

A2. Halqaning barcha teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{15}

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{36}$

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$

B2. \mathbb{Z}_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} | a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. G gruppasi va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppasi elementlarin toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle \bar{4} \rangle$

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

75-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. \mathbb{Z}_3 maydonida quyidagi sistemani yeshing $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ gruppasi bo'lishini isbotlang.

B2. A_3 juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppasi ekanini isbotlang.

B3. $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|^2$;

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ algabralik sistema \otimes amalga nisbatan gruppasi tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. S_3 gruppaning $H = \{e, (123), (132)\}$ qism gruppasi normal qism gruppasi bo'ladimi, Agar bolsa $\frac{S_3}{H}$ faktor gruppasi aniqlang.

76-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $\frac{3Z}{15Z}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda

$GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan grupp tashkil etishini isbotlang.

C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(R), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang.

$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$

C3. Aytaylik R va C xos haqiqiy va kompleks sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

77-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Gruppalarning avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a + b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_{27}$

B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. S_3 simmetriyalik grupp. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi bola'di.

S_3 ning H qism gruppasi yordamida barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C1. Aytaylik $(G, *)$ grupp va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2, a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2),$ berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarini toping.

C3. $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plami maydon bo'lishini ko'rsating.

78-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 4 \ 3) \circ (5 \ 6) \in S_6$

A2. M^2 to'plamida \circ amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgrupp bo'ladimi?

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{14}$

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinishdagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. \mathbb{Z}_6 gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 1$;

C1. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ to'plam $+$ amalga nisbatan kommutativ grupp bo'lishini ko'rsating.

C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}, +), G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot), f(a) = 2^a$.

79-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 7) \circ (1 \ 3 \ 5) \in S_7$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}, x * y = 2xy$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1 \ 2 \ 5 \ 7), \beta = (2 \ 4 \ 6) \in S_7$.

B1. Juft sonlar to'plami $2\mathbb{Z}$ qo'shish amalga nisbatan grupp tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni gruppalarini toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$

C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarinen tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin. Unda $(P(x), \Delta)$ grupp bolishin isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. \mathbb{Z} Butun sonlar to'plamida $x \oplus y = x + y - 1$ ko'rinishida aniqlangan. (\mathbb{Z}, \oplus) grupp tashkil qiluvchi va uning $(\mathbb{Z}, +)$ gruppasina izomorf bo'lishinii isbotlang.

80-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Z_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibin toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinishidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. Z_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. Faktor gruppasin toping. $\frac{5Z}{25Z}$

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. Unda $a * b = b * a^{-1}$ va $b * a = a * b^{-1}$ bo'lsin. Unda $a^4 = b^4 = e$ bolishini isbotlang.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.

C3. Kolsoning Ixtiyoriy sondagi ideallarining keshishmasi da uchbu halqaning ideali bo'lishini isbotlang.

81-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsikli gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15}

B1. $M_n(R)$ —xosmas matrisalar to'plami matrisalarni ko'paytirish amalga nisbatan gruppasi tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|$;

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppasi bolishini isbotlang.

C2. Aytaylik $f: G \rightarrow G_1$ akslantirishshi epimorfizm bo'lsin. Agar H G ning normal qism gruppasi bolsa, unda $f(H)$ ta G_1 ning normal qism gruppasi bolishini isbotlang.

C3. Har qanday siklli gruppasi abellik(kommutativ) gruppasi bo'lishini isbotlang.

82-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppaning elementlar tartibini toping.

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarini toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{18}, \mathbb{Z}_{30}$

B1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?

B2. Z_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta umumiy bo'liwshisini toping.

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining nZ ($n \in N$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ni $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishini isbotlang va uning yadrosini toping.

C2. Tartibi 6 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning tartibi 18 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. Bir o'zgariwshili ko'phadlar to'plami $f(x)$ ko'phadlardi qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

83-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. Z_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}, x * y = x - y$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarini toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}, \mathbb{Z}_{24}$

B1. Quyidagi to'plam halqa tuzadimi. $G = \{a + b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in Q\}$

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 2$.

C1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. C kompleks sonlarning additiv gruppasining R haqiqiy sonlarning qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

84-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 3) \circ (4 \ 5) \in S_5$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*$, $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{22}

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinisidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 | x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppaga bo'ladimi bo'ladimi?

B3. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping.

C1. Aytaylik $G = \{a \in \mathbb{R} | -1 < a < 1\}$ bo'lsin. G dagi $*$ binar amal quyidagi ko'rinishta aniqlangan bo'lsin $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$. unda $(G, *)$ amalga nisbatan gruppaga tashkil etishin isbotlang.

C2. Tartibi 24 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 4 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.

C3. $f(n) = n^2$ akslantirishi Z gruppasining endomorfizmlarini bo'ladimi ?

85-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Z_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping

A2. Z_3 maydoninda quyidagi sistemani yeshing
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{14}

B1. $\{Z, +, \cdot\}$ to'plami butun sonlardagi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating.

B2. Z_6 gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. Noldan pariqli haqiqiy sonlar multiplikativ grupпаси $R \setminus \{0\}$ ning o'ng haqiqiy sonlar qism grupпаси R_+ boyisha faktor grupпасin toping.

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism grupпаси bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ grupпасining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism grupпасining barcha elementlarin toping.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}, +)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = 2^a$.

86-variant

T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.

T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.

A1. Z_7 halqaning multivlikativ gruppasidagi 5 elementning tartibin toping

A2. M^2 to'plamida o amali $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ qoidasi bilan aniqlangan. M^2 to'plam uchbu amalga nisbatan yarimgrupp bo'ladimi?

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{36}

B1. $\{(a * b) = a + b / a, b \in \mathbb{Z}\}$ sonlar to'plami kommutativ grupp bo'lishini ko'rsating.

B2. \mathbb{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

C1. $(\mathbb{Q}, +)$ ni siklik grupp emasligini isbotlang.

C2. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining o'z-o'ziga gomomorfizm bo'lishini ko'rsating.

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(a) = a^2$.

87-variant

T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklii gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantiruvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ ($a, b \in R$) qo'shish va ko'paytirishga nisbatan matritsa halqa bo'lishini aniqlang.

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. S_3 simmetrik grupp. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordaminda barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n$ ($a \neq 0, \pm 1 \in R, n \in \mathbb{Z}$) gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining barcha endomorfizmlarin toping.

88-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \in \mathbb{C}^*$

A2. Z_5 maydonida quyidagi sistemani yeshing.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{16}$

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppada d'zbeutuginin ko'rsating.

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarini toping: S_3 ,

B3. Z Butun sonlarning additiv gruppasining n natural soniga karrali qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.

C2. \mathbb{Z} butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari $x \oplus y = x + y - 1$ va $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ - halqa bo'lishini va uning $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ halqasina izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. S_3 gruppaning $H = \{e, (123), (132)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi, Agar bolsa $\frac{S_3}{H}$ faktor gruppasini aniqlang.

89-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Bull va regulyar halqalar.

A1. Z_5 halqaning additiv gruppasidagi 3 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}^*, x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. n -tártilpli orniga qoyishlar to'plami ko'paytirishga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$

B3. $\langle Z, + \rangle$ gruppasining nZ qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarin toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishini isbotlang.

C2. Tartibi $n \geq 2$ bo'lgan haqiqiy elementli diagonal matrisalar, matrisalarni qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan kommutativ halqa bolishini isbotlang va uchbu halqadagi

nolning bo'luvchilarini toping:
$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

90-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^6$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{16}

B1. Ixtiyoriy $a \in G$ uchun $a^2 = e$ sharti orinli bolsa, Unda G gruppasining kommutativ gruppaga bo'lishini isbotlang.

B2. \mathbb{Z}_{12} gruppasining barcha qism gruppalarin toping.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. $(\mathbb{Q} \setminus \{1\}, \otimes)$ aljabralik sistema \otimes amalga nisbatan gruppaga tashkil etadimi? Bunda $x \otimes y = x + y - xy$ ko'rinishida aniqlangan.

C2. $[-1; 1]$ kesmasida uzliksiz bo'lgan funksiyalarning halqasinda nolning bo'luvchilariga misollar keltiring.

C3. Aytaylik, R va C xos rasional va haqiqiy sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

91-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 7) \circ (1 \ 3 \ 5) \in S_7$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{R}$, $x * y = \sin x \cdot \sin y$

A3. Quyidagi halqalarning teskarilantuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_6 , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $M_n(R)$ —xosmas matrisalar to'plami matrisalarni qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppaning $T = \{x \in S_3 \mid x^2 = e\}$ qism to'plami qism gruppaga bo'ladimi bo'ladimi?

B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$

C1. $\{a + b\sqrt{7} \mid a, b \in R\}$ to'plami maydon bo'ladimi?

C2. G gruppaga va uning H normal qism gruppasi uchun faktor gruppaga elementlarin toping. $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$ ham $H = \langle \bar{4} \rangle$

C3. Berilgan f akslantirish G gruppani G_1 gruppaga o'tkazuvchi gomomorfizm bo'ladimi? Agar gomomorfizm bolsa, Unda uning yadrosin toping. $G = (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$, $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, $f(z) = |z|$.

92-variant

- T1. Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar. Qism gruppalar. Tsiklli gruppalar.
- T2. Chegirmalar sinflarining halqasi. Chekli maydonlar. Maydonning xarakteristikasi.
- A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 2 \ 4 \ 3) \circ (5 \ 6) \in S_6$
- A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.
- A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = (1 \ 3 \ 5 \ 7), \beta = (2 \ 4 \ 8) \circ (1 \ 3 \ 6) \in S_8$.
- B1. $\{a + b\sqrt{7} | a, b \in R\}$ to'plami halqa bo'ladimi?
- B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\sqrt{3} \\ -b\sqrt{3} & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{Q} \right\}$
- B3. Quyidagi G gruppaning H qism gruppasi bo'yisha o'ng qo'shni gruppalarni toping. $G = S_3$ va $H = \{e, (1 \ 2 \ 3), (1 \ 3 \ 2)\}$
- C1. G gruppasining ixtiyoriy a va b elementlari uchun $|ab| = |ba|$ bo'lishini ko'rsating.
- C2. Butun sonlar juftlarining to'plami $K = \{(a, b) | a, b \in \mathbb{Z}\}$ quyidagi $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$, berilgan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini ko'rsating va uchbu halqadagi barcha nolning bo'luvchilarin toping.
- C3. Agar $|G : H| = 2$ bolsa, Unda $H \trianglelefteq G$ bo'lishini isbotlang.

93-variant

- T1. Gruppalarining gomomorfizmlari va izomorfizmlari.
- T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.
- A1. \mathbb{Z}_{12} halqaning additiv gruppasidagi 8 elementning tartibin toping.
- A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan associativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}, x * y = x - y$
- A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: $\mathbb{Z}_{12}, \mathbb{Z}_{15}$
- B1. Tartibi 15 ga teng bo'lgan $\langle a \rangle$ sikl gruppasining tartibi 5 ga teng bo'lgan barcha elementlarin ko'rsating.
- B2. Quyidagi to'planning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}$
- B3. $f : C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = |z|^2$;
- C1. S_3 simmetrik gruppasi. $H = \left\{ e, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ S_3 ning qism gruppasi boladi. S_3 ning H qism gruppasi yordaminda barcha chap qo'shni sinflarin tuzing.
- C2. Tartibi n ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning o'z-o'ziga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarin toping.
- C3. Butun sonlar gruppasi \mathbb{Z} ning o'z-o'ziga izomorfizm bo'lishini ko'rsating.

94-variant

T1. O'ng va chap qo'shmalik sinflari. Lagranj teoremasi.

T2. Halqalarning gomomorfizmlari haqida teoremlar.

A1. Z_5 maydonning multiplikativ gruppasidagi 2 elementning tartibini toping

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{Z}$, $x * y = x^2 + y^2$

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{14}

B1. Juft sonlar to'plami $2\mathbb{Z}$ qo'shish amalga nisbatan gruppaga tuzishini ko'rsating.

B2. S_3 gruppasining $H = \{e, (12)\}$ qism gruppasi normal qism gruppaga bo'ladimi.

B3. $f: C^* \rightarrow R^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 3 + |z|$;

C1. $(\mathbb{Z}_8, +_8)$ chegirmalar sinfi bo'lsin. $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ normal qism gruppasi bolsa, Unda S_3/H ni toping.

C2. Tartibi 12 ga teng $\langle a \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaning Tartibi 15 ga teng $\langle b \rangle$ elementidan hosil bo'lgan siklli gruppaga bo'lgan barcha gomomorf akslantirishlarini toping.

C3. Aytaylik R va C xos haqiqiy va kompleks sonlar halqalari va $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ bo'lsin. $M \simeq C$ bo'lishini isbotlang.

95-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqalar, jismlar va maydonlar. Qism halqalar va qism maydonlar.

A1. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ gruppaning elementlar tartibini toping.

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = EKUB(x, y)$

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarini toping: \mathbb{Z}_8 , \mathbb{Z}_{22}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinishidagi sonlar to'plami sonlarni qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Z_{12} siklli gruppani o'zining qism gruppalarining tog'ri kopaytmaga yoying.

B3. Faktor gruppasini toping. $\frac{5\mathbb{Z}}{25\mathbb{Z}}$

C1. $(\mathbb{R}, *)$ —haqiqiy sonlar to'plamida binar amal $a * b = \frac{a+b}{2}$ ko'rinishida aniqlangan bolsa, Unda bul to'plam $*$ amalga nisbatan gruppaga bolishini isbotlang.

C2. Quyidagi matricalar to'plami $(GL_2(R), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang.
 $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0 \right\}$

C3. Aytaylik K halqaning K' halqasiga $f: K \rightarrow K'$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. $Ker f$ qism halqasi K halqaning ideali bo'lishini va $K/Ker f$ faktor halqaning $f(K)$ halqasiga izomorf bo'lishini ko'rsating.

96-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 4 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin. Unda $(a+b)^4$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. α va β orin almashtirishlar ushun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ipodani toping: $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$.

B1. $\left\{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in R \right\}$ ko'rinishdagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 normal qism gruppaga ekenin isbotlang.

B3. $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ akslantirish gomomorfizm bo'ladimi: $f(z) = 5|z|$;

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppaga va $a, b \in G$ bo'lsin. $a^2 = e$ va $a * b^4 * a = b^7$ bo'lsin. Unda $b^{33} = e$ bolishini isbotlang.

C2. Aytaylik G_1 va G_2 gruppalarining $f: G_1 \rightarrow G_2$ gomomorfizmi berilgan bo'lsin. Agar $H \leq G_1$ bolsa, $f(H) = H \leq G_2$ bo'lishini isbotlang.

C3. $\frac{GL_n(\mathbb{C})}{SL_n(\mathbb{C})} \cong \mathbb{C}^*$ bo'lishini isbotlang.

97-variant

T1. Gomomorfizmlar haqida teoremlar.

T2. Gruppalarining avtomorfizmlari va ichki avtomorfizm.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL_4(\mathbb{R})$

A2. M to'plamida $*$ amalga nisbatan asociativ bo'ladimi: $M = \mathbb{N}$, $x * y = 2xy$

A3. Quyidagi halqalarning barcha nilpotent elementlarini toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{16}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in R \right\}$ ko'rinishdagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirish nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi to'plamning $M_2(\mathbb{R})$ matricalar halqaning qism halqasi bo'lishini isbotlang. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$

B3. \mathbb{Z} Butun sonlarning additiv gruppasining $n\mathbb{Z}$ ($n \in \mathbb{N}$) qism gruppasi boyisha qo'shni sinflarini toping.

C1. Aytaylik $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$ bo'lsin. $GL(2, \mathbb{R})$ dagi $*$

binar amal quyidagi ko'rinishda aniqlangan bo'lsin $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u & v \\ w & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} au + bw & av + bs \\ cu + dw & cv + ds \end{bmatrix}$. unda $GL(2, \mathbb{R})$ $*$ amalga nisbatan gruppaga tashkil etishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Tartibi n ga teng bo'lgan ixtiyoriy siklli gruppaga $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ gruppaga, ixtiyoriy sheksiz siklli gruppaga $(\mathbb{Z}, +)$ gruppaga izomorf boladi.

98-variant

T1. Gomomorfizm va izomorfizmlarning hossalari. Keli teoremasi.

T2. Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in C^*$

A2. Halqaning barcha teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{15}

A3. Quyidagi halqalarning teskarilanuvchi elementlarin toping: \mathbb{Z}_{12} , \mathbb{Z}_{15} , \mathbb{Z}_{24}

B1. $x + \sqrt[3]{2}y$ ko'rinisidagi haqiqiy sonlar to'plami, bunda $x, y \in \mathbb{Q}$ qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tuzishini isbotlang.

B2. \mathbb{Z}_3 maydonida $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 1$ va $g(x) = 5x^2 + 3x + 1$ ko'phadlarining eng katta uminiy bo'liwshisin toping.

B3. $M_2(\mathbb{Z})$ Halqada $I = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ideal bo'ladimi?

C1. $(\mathbb{Z}, +)$ ti $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ ga o'tkazuvchi $f(a) = \bar{a}$, $\forall a \in \mathbb{Z}$ akslantirish gomomorfizm bolishin isbotlang va uning yadrosin toping.

C2. $f: a^n \rightarrow a^n$ ($a \neq 0$, $\pm 1 \in R$, $n \in \mathbb{Z}$) gruppaning o'z-o'ziga izomorf bo'lishini isbotlang.

C3. $M_2(R)$ halqa regulyar halqa bo'lishini ko'rsating.

99-variant

T1. Normal bo'luvchilari. Faktor gruppalar.

T2. Halqalarning gomomorfizlari va izomorfizmlari.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$

A2. Aytaylik R xarakteristikasi 3 ga teng biri bor kommutativ halqa bo'lsin . Unda $(a + b)^9$ hisoblang va soddalashtiring.

A3. Quyidagi halqalarda nolning bo'luvchilarin toping: \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_{24}

B1. $\left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ ko'rinisidagi sonlar to'plami sonlardi qo'shish va ko'paytirishga nisbatan halqa bolishini ko'rsating

B2. Quyidagi gruppalarining barcha qism gruppalarin toping: S_3 ,

B3. $\frac{3\mathbb{Z}}{15\mathbb{Z}}$ boyisha faktor halqasin toping.

C1. Bo'sh bo'lmagan X to'plamining barcha qism to'plamlarinen tuzilgan $P(X)$ sistema berilgan bo'lsin . Unda $(P(x), \Delta)$ gruppasi bolishin isbotlang. Bunda Δ amal simmetrik ayirma amali.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarin toping.

C3. Siklli gruppaning qism gruppasi siklli bo'lishini isbotlang.

100-variant

T1. Akslantirishlar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.

T2. Gruppaning to'plamga ta'siri.

A1. Gruppaning elementlar tartibini toping: $(1 \ 7 \ 4 \ 3) \circ (2 \ 6 \ 5) \in S_7$

A2. $Q(\sqrt{13})$ maydonida $3x^2 - 5x + 7 = 0$ tenglamasin yeshing.

A3. Quyidagi halqalarning barcha idempotent elementlarini toping: $\mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_{14}$

B1. Butun sonlar to'plami Z ayirish amalga nisbatan gruppada d'zbeytuginin ko'rsating.

B2. \mathbf{Z}_5 maydonida $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 4$ ko'phadsin keltirilmas ko'phadlarga yoying.

B3. A_3 Juft orniga qoyishlar gruppasining S_3 boyisha o'ng qo'shni sinflarin toping.

C1. Aytaylik $(G, *)$ gruppasi va $a, b \in G$ bo'lsin. Agar $(a * b)^2 = a^2 * b^2$, $a, b \in G$ bolsa, Unda $(G, *)$ ning komutativ bo'lishini isbotlang.

C2. $GL(2, \mathbb{R})$ gruppasining $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ elementi bilan tuzilgan siklli qism gruppasining barcha elementlarini toping.

C3. Aytaylik $R = \left\{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Z \right\}$ va $R' = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in Z \right\}$ halqalar berilgan bo'lsin. $\varphi : R \rightarrow R'$ akslantirish izomorfizm bo'lishini isbotlang.