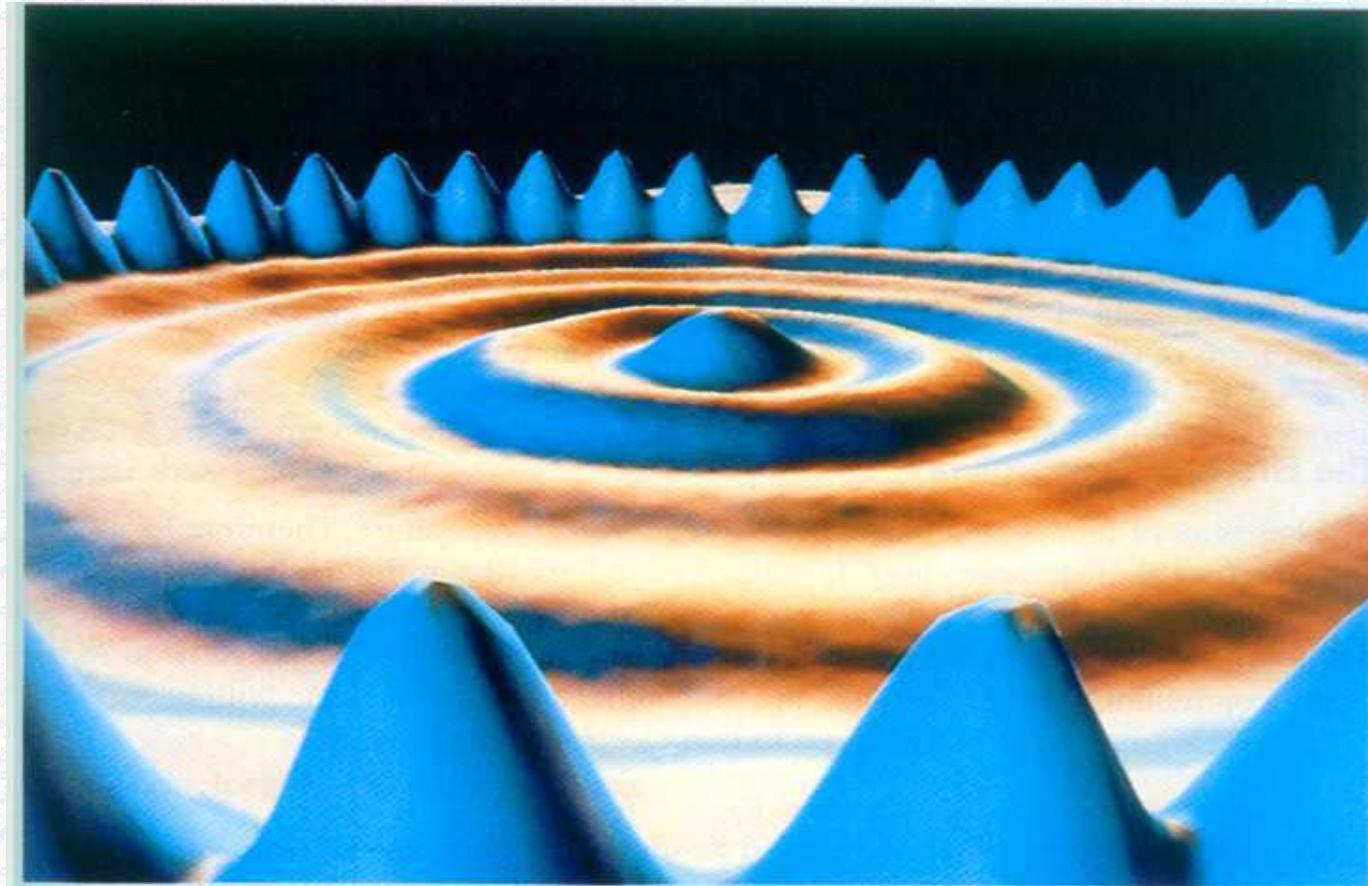


量子物理基础



目 录

第26章 波粒二象性

第27章 薛定谔方程及应用简例

第28章 原子中的电子

本课程的主要教学内容：

量子理论的基本理论框架

量子力学解决问题的基本思路和方法

量子力学的典型结论

量子物理的理论基础独立于经典力学，同我们的日常感受格格不入。对于生活在宏观世界又比较熟悉经典力学的人们来说，学习量子物理确有一定难度。初学者往往试图用经典的概念去理解量子物理，这将使学习陷入困境。

物理学是基于实验事实的信仰，对于量子物理来说尤其是这样。合理的假定总是有些道理可讲的，但它不能由更基本的假定或理论推导出来，其正确性只能用实验来检验。相信这些基本假定，并自觉应用它们去分析和解决问题，是学习和理解量子物理的第一步。

敲开量子物理大门的首要问题
是 关于光的本质的认识
光具有波动性 已被大量实验证明
但 与物质相互作用的一些实验
使经典的波动理论遇到无法克服的困难
论述由此展开

第26章 波粒二象性

§ 26.1 黑体辐射



△ § 26.2 光电效应



§ 26.3 光子、光的二象性



§ 26.4 康普顿效应



§ 26.5 实物粒子的波动性



§ 26.6 概率波与概率幅



§ 26.7 不确定关系



§ 26.1 黑体辐射

晴朗天空中的一朵乌云!

一、热辐射及其特点

1. 热辐射

由于分子热运动导致物体辐射电磁波

这种与温度有关的辐射称为热辐射

热辐射 热能转化为电磁能的过程

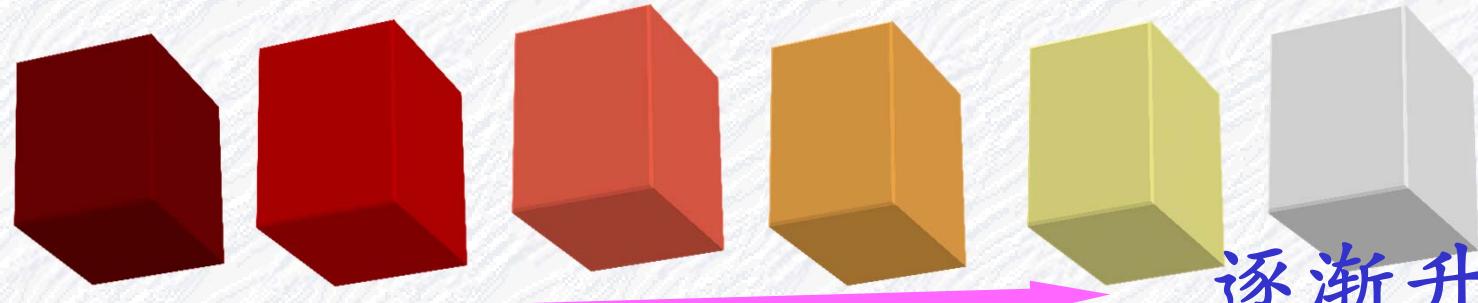
2. 对热辐射的初步认识

- 1) 任何物体任何温度均存在热辐射
- 2) 热辐射谱是连续谱
- 3) 热辐射谱与温度有关

直觉：低温物体发出的是红外光

炽热物体发出的是可见光

高温物体发出的是紫外光



温度↑ 发射的能量↑

电磁波的短波成分↑

如一个20瓦的白炽灯 一个200瓦的白炽灯

昏黄色

贼亮 刺眼

注意： 热辐射与温度有关

激光 日光灯发光不是热辐射

任何温度都有
热辐射的实例

红外夜视仪

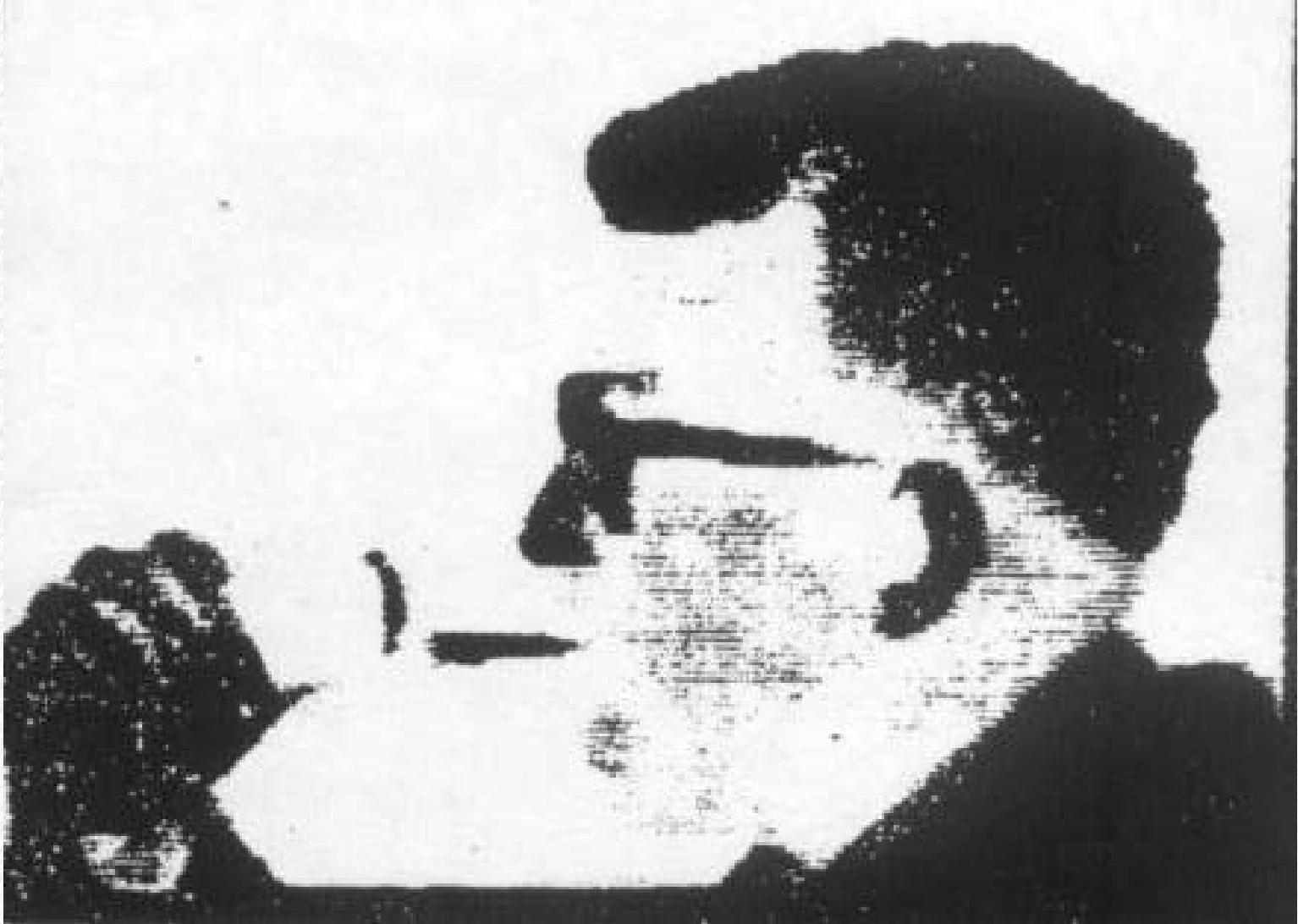


(a)

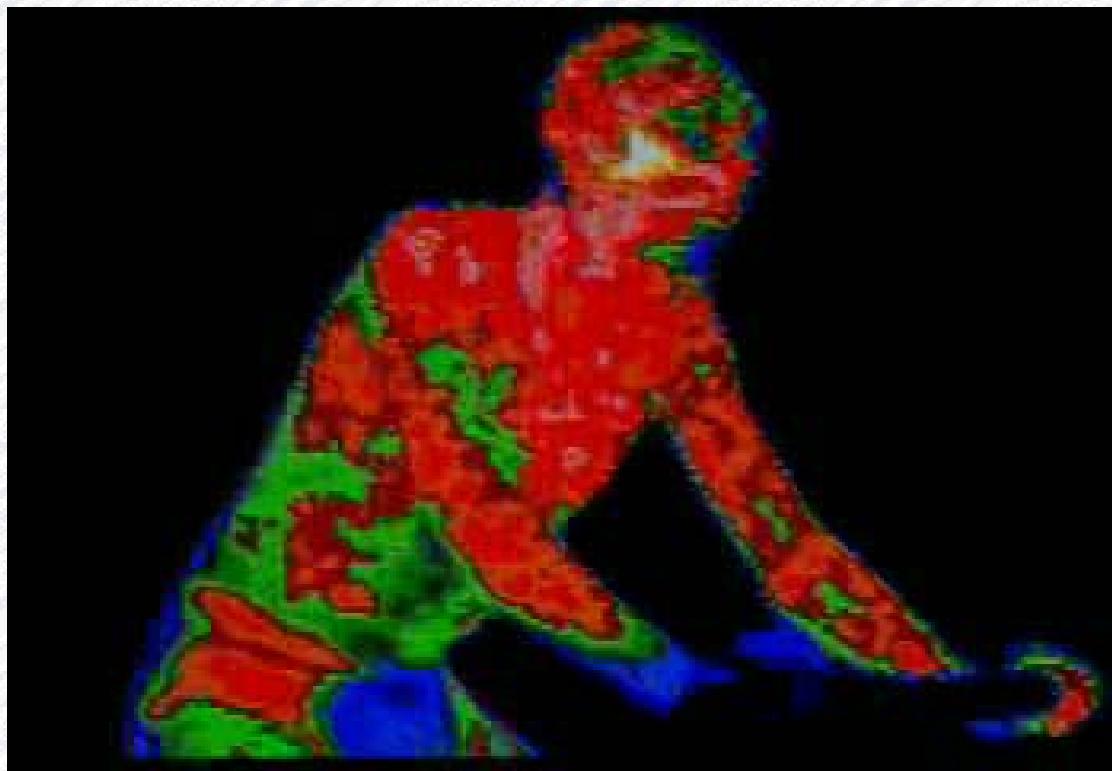


(b)

FIGURE 41AB-1 (a) A hand-held night vision device.
(b) a view at night using this device.



红外照相机拍摄的人的头部的热图
热的地方显白色 冷的地方显黑色



运动时各部分温度的分布



红外夜视图

FIGURE 21–16 In a thermogram, film sensitive to infrared radiation reveals the location of regions of significant thermal energy transport. The white areas are the regions of greatest heat loss to cold ambient air.

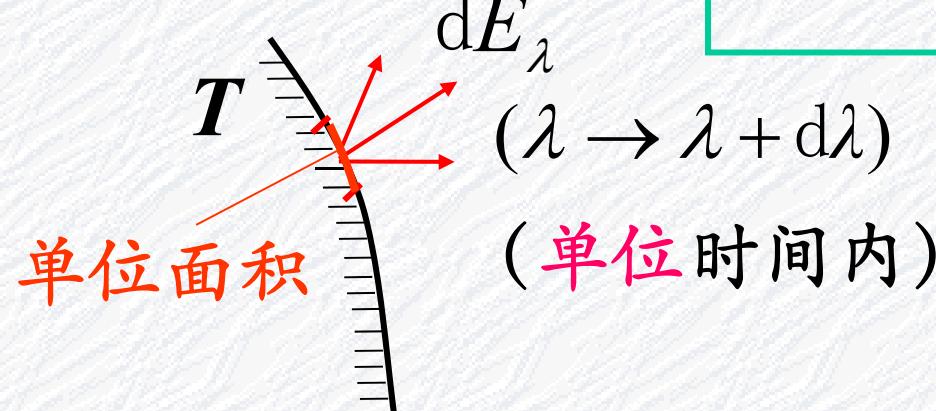
夜视仪（2岁小孩“小偷”）.mp4

3. 描述热辐射的基本物理量

1) 光谱辐射出射度(也称单色辐射本领)

单位时间内从物体单位表面向前方半球发出的波长在 λ 附近单位波长间隔内的电磁波的能量

$$M_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} \quad \text{W/m}^3$$

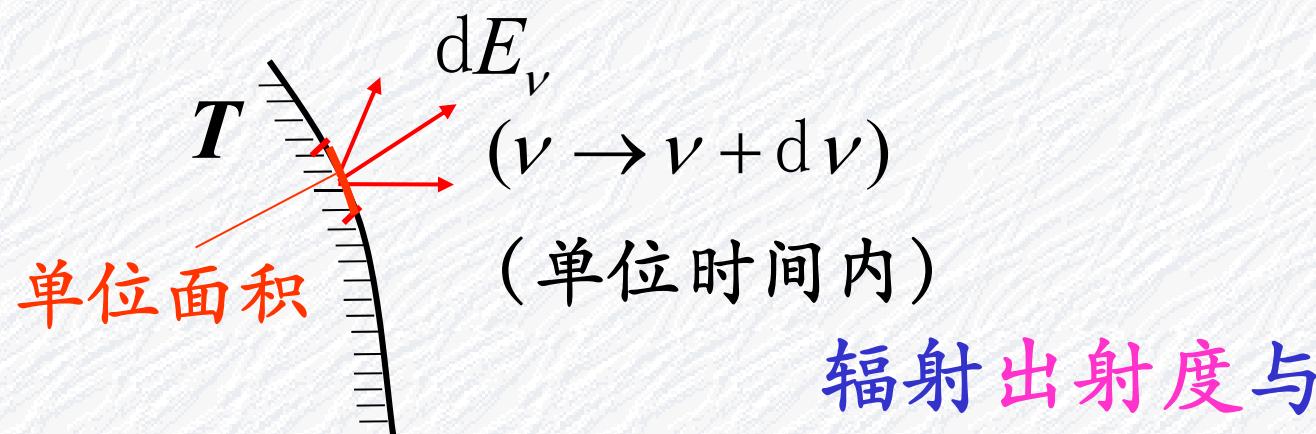


光谱辐射出射度

或按频率定义

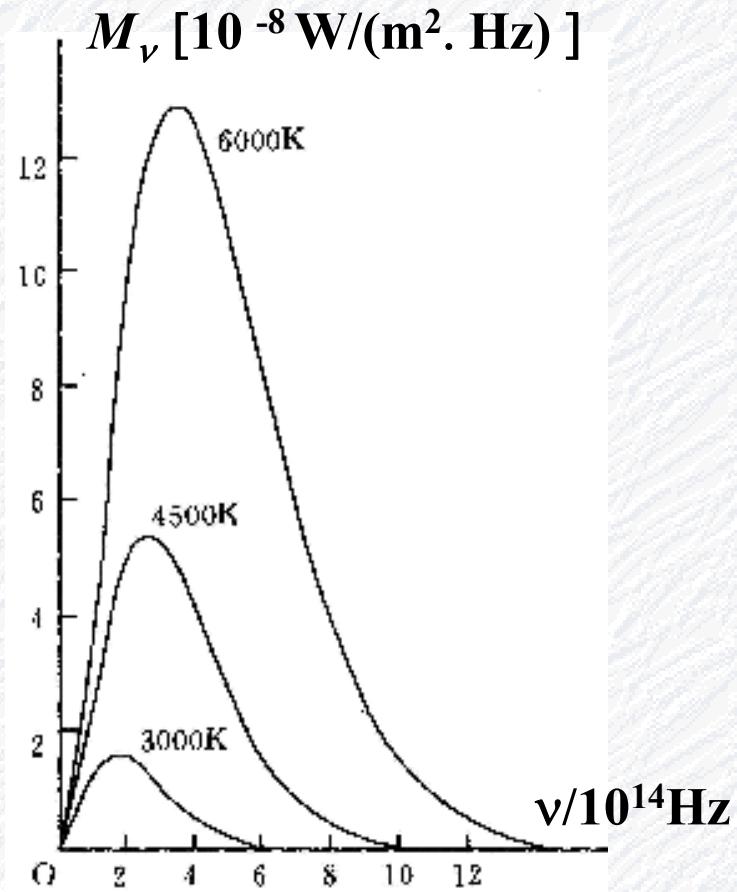
单位时间内从物体单位表面面向前方半球发出的频率在 ν 附近单位频率间隔内的电磁波的能量

$$M_\nu = \frac{dE_\nu(T)}{d\nu}$$

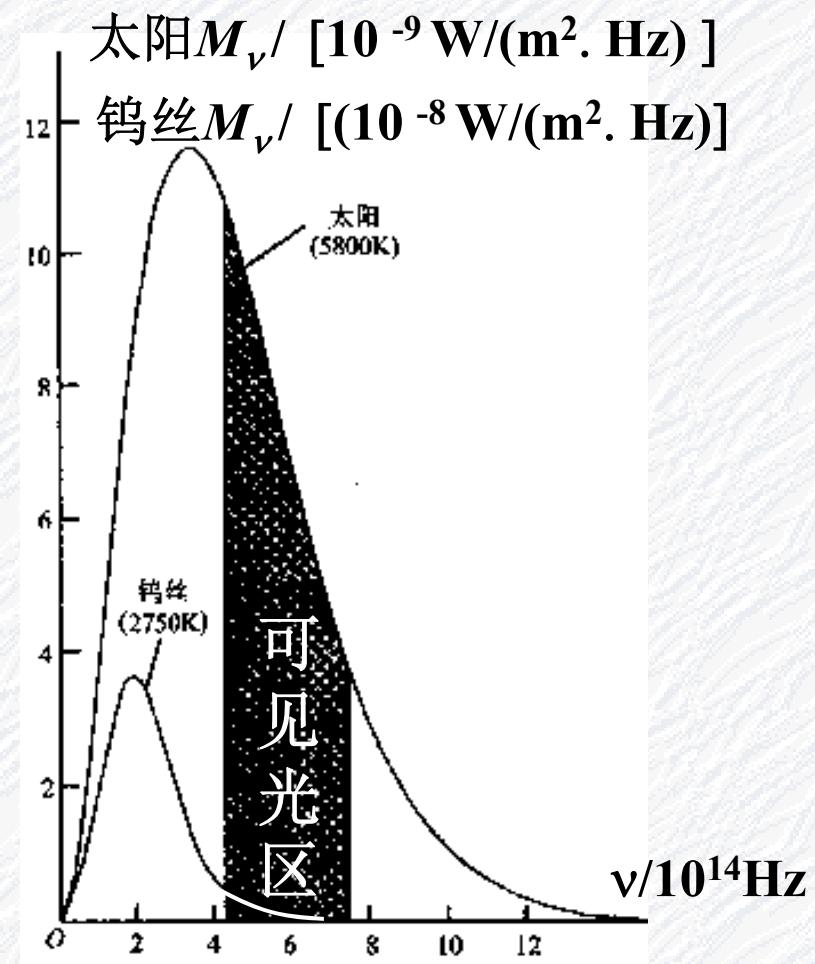


辐射出射度与

T
 $\lambda(\nu)$
物质种类
表面情况



不同温度下的黑体辐射曲线



钨丝和太阳的热辐射曲线

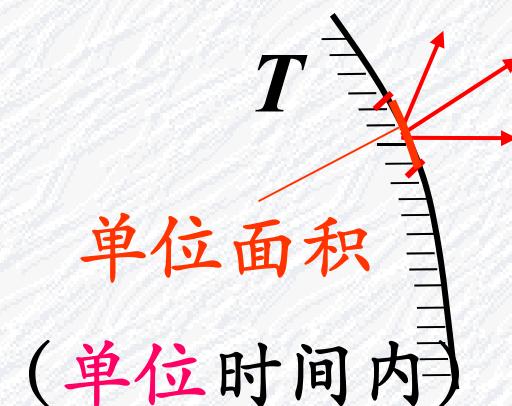
辐射出射度与 $\left\{ \begin{array}{l} T \\ \lambda(\nu) \\ \text{物质种类} \\ \text{表面情况} \end{array} \right\}$ 有关

2) (总)辐射出射度 (总辐射本领)

或

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T) d\lambda$$

单位: W/m^2



4. 单色吸收比和反射比

物体具有发射电磁波的本领外，还具有吸收和反射电磁波的本领。

$$\alpha_\nu(T) = \frac{dE_{\nu(\text{吸收})}}{dE_{\nu(\text{入射})}}$$

$$\rho_\nu(T) = \frac{dE_{\nu(\text{反射})}}{dE_{\nu(\text{入射})}}$$

不透明的物体

$$\rho_\nu(T) + \alpha_\nu(T) = 1$$

5. 平衡热辐射

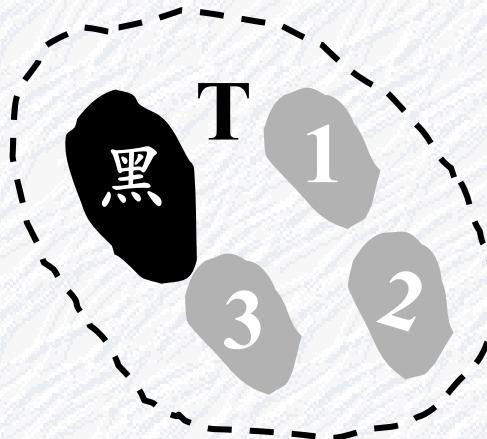
物体所吸收的电磁波能量等于在同一时间内辐射的电磁波能量，则物体具有固定的温度。

这时得到的辐射称为平衡热辐射

讨论 平衡热辐射的规律

6. 基尔霍夫 (Kirchhoff) 辐射定律

出射度 M_ν
(辐射本领)



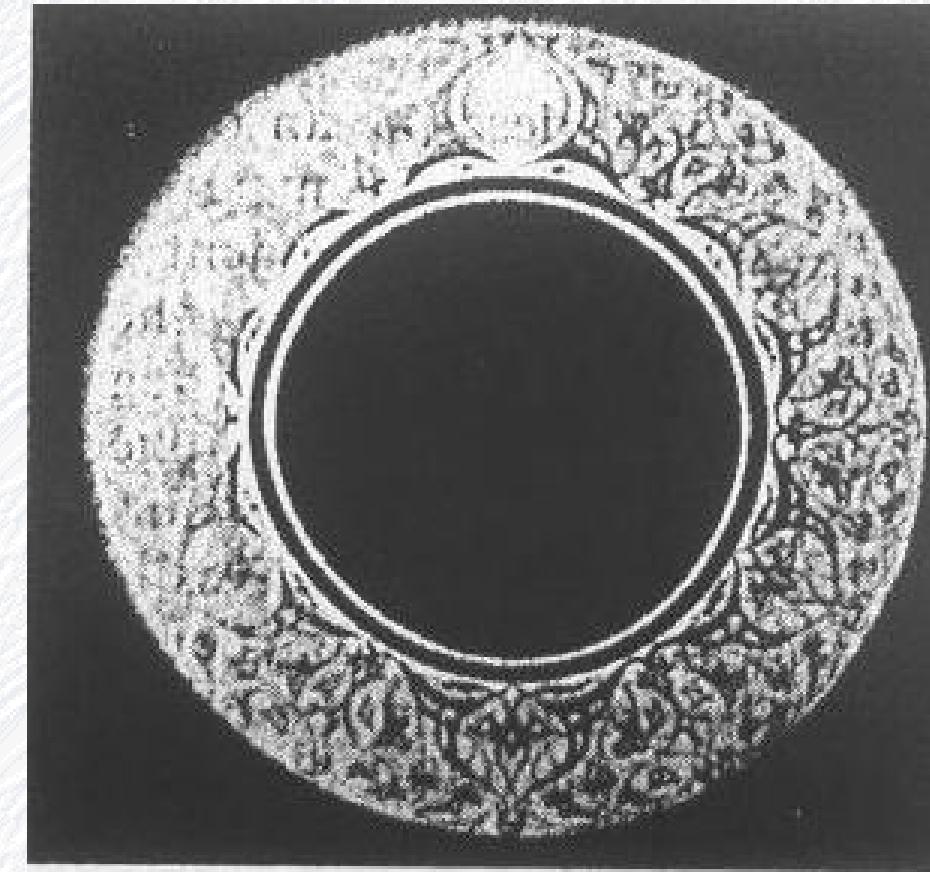
在平衡热辐射时

吸收比 α_ν
(吸收本领)

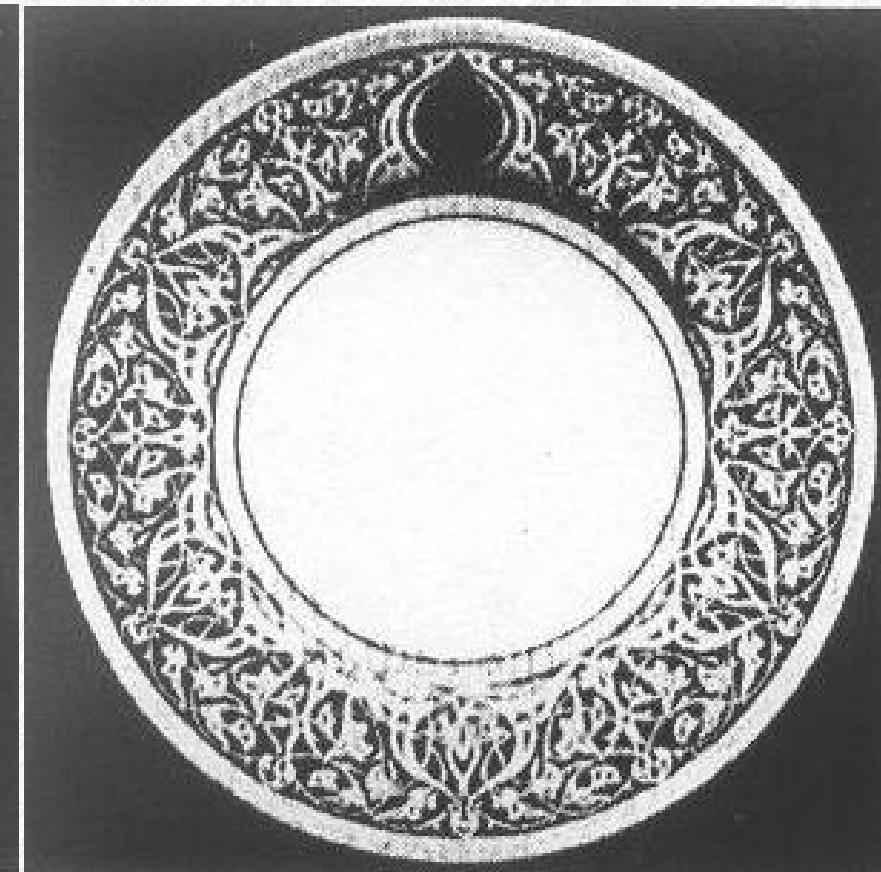
$$\frac{M_{\nu 1}}{\alpha_{\nu 1}} = \frac{M_{\nu 2}}{\alpha_{\nu 2}} = \dots = I(T, \nu)$$

$I(T, \nu)$ — 与材料无关的普适函数

好的辐射体也是好的吸收体



1100K, 自身辐射光



室温, 反射光

一个黑白花盘子的两张照片

【演示】好的辐射体也是好的吸收体

二、黑体辐射的实验规律

1. 研究热辐射的理想模型 — 黑体

黑体：可吸收全部到达它表面的电磁辐射

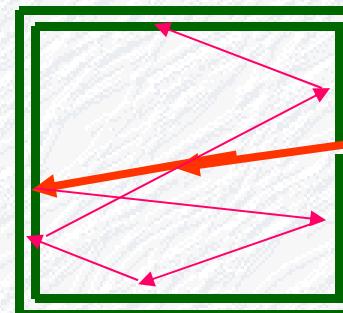
黑体是理想化模型，

即使是煤黑、黑珐琅对太阳光的 α 也小于 99%。

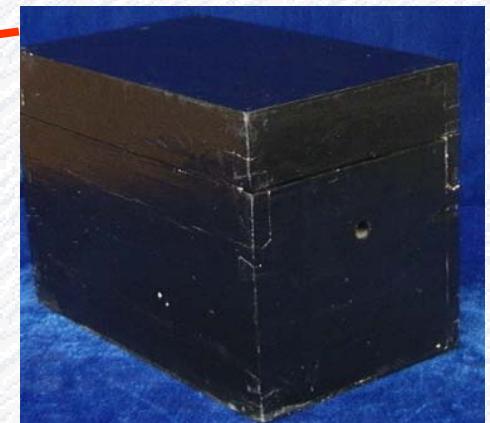
维恩设计的黑体

—— 小孔空腔

电磁波射入小孔后，
很难再从小孔中射出。



演示



出射度 M_ν
吸收比 α_ν

基尔霍夫辐射定律

在平衡热辐射时 $\frac{M_{\nu 1}}{\alpha_{\nu 1}} = \frac{M_{\nu 2}}{\alpha_{\nu 2}} = \dots = I(T, \nu)$

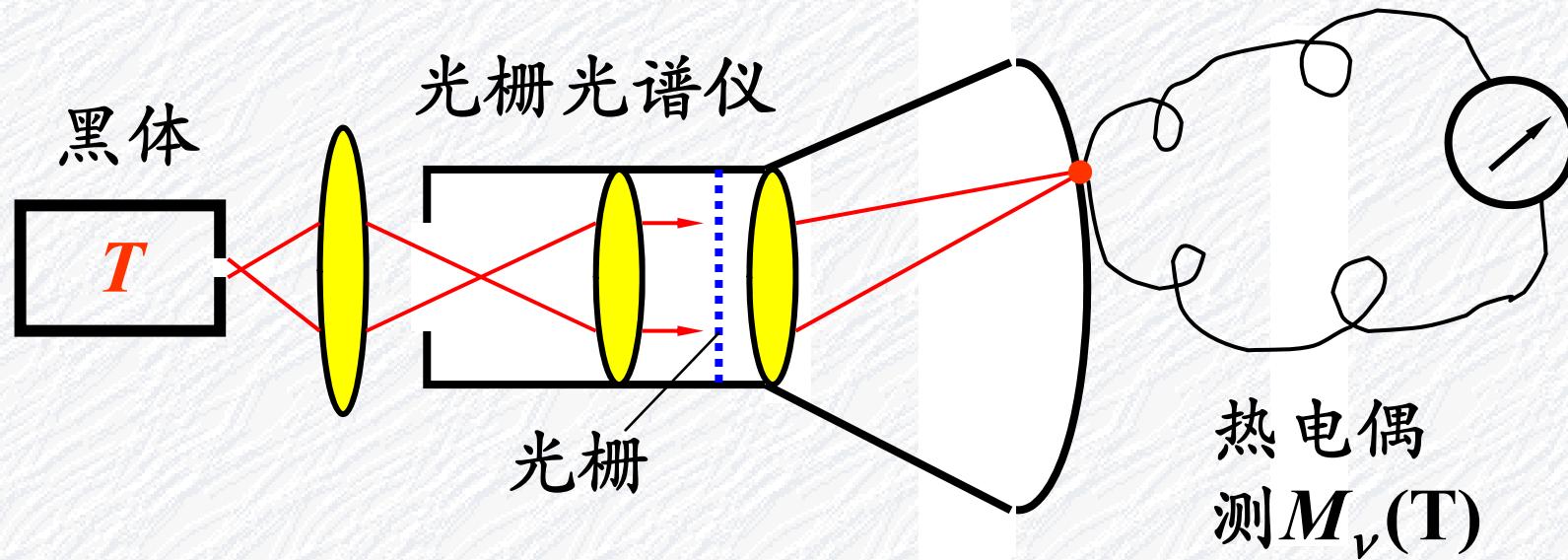
$\because \alpha_{\nu \text{黑体}} = 1 \quad \therefore \frac{M_{\nu 1}}{\alpha_{\nu 1}} = \frac{M_{\nu 2}}{\alpha_{\nu 2}} = \dots = M_{\nu \text{黑体}} = I(T, \nu)$

$$M_{\nu \text{黑体}} = I(T, \nu)$$

利用黑体可以普遍研究热辐射本身的规律

3. 黑体辐射测量的实验装置

$$M_{\nu \text{黑体}} = I(T, \nu)$$

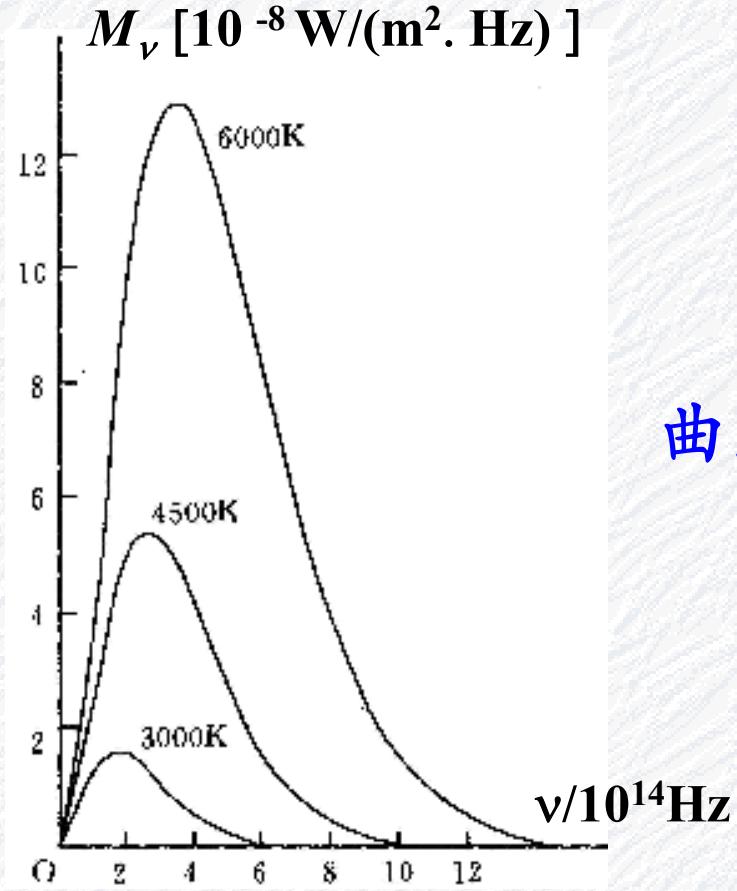


对黑体加热，会发生热辐射。

通过光栅可得到黑体辐射的频谱。

通过热电偶可得到黑体辐射的光谱辐出度。

4. 黑体辐射谱的实验规律



不同温度下的黑体辐射曲线

曲线与横轴围的面积就是 $M(T)$
(总)辐射出射度

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\nu}(T) d\nu$$

1) 维恩位移定律

$$\lambda_m \cdot T = b$$

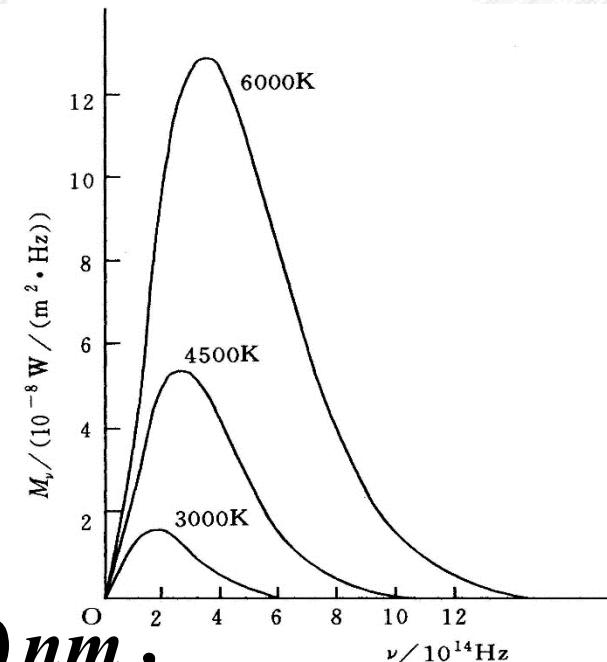
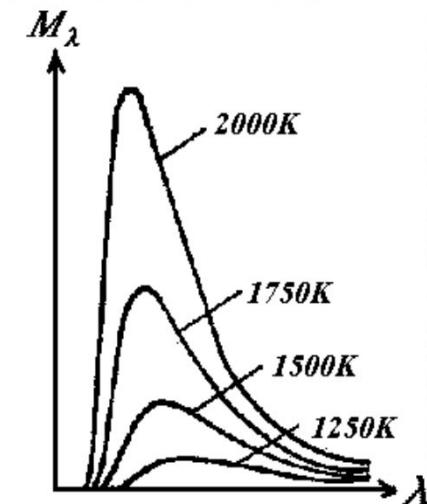
$$b = 2.897756 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

或

$$\nu_m = C_\nu T$$

$$C_\nu = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$$

若视太阳为黑体，测得 $\lambda_m \approx 550 \text{ nm}$ ，
估算出太阳表面温度约 $T_{\text{表面}} \approx 5000 \text{ K}$



2) 斯特藩(Stefan)-玻耳兹曼定律

(总)辐射出射度

$$M(T) = \sigma T^4$$

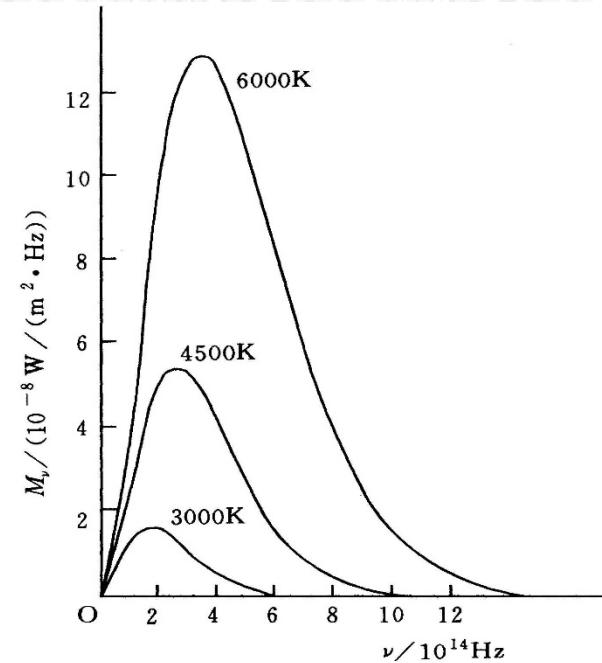
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

——斯特藩-玻耳兹曼常量

1879年斯特藩从实验上总结而得，

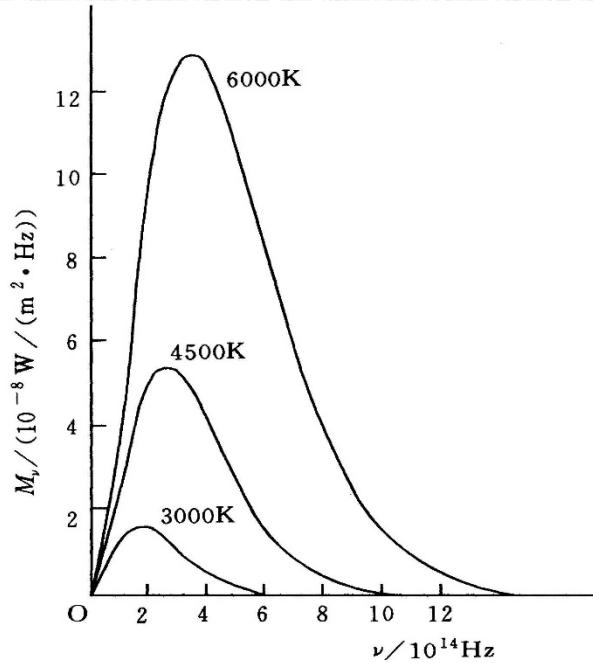
1884年玻耳兹曼从理论上证明。

斯特藩-玻耳兹曼定律和维恩位移定律是
测量高温、遥感和红外追踪等的物理基础。



$$M(T) = \sigma T^4$$

$$\nu_m = C_\nu T$$



问题：如何找到符合实验的黑体辐射函数式

$$M_\nu(T) \sim \nu?$$

理论物理学家做了艰苦的努力。

三、经典物理学遇到的困难

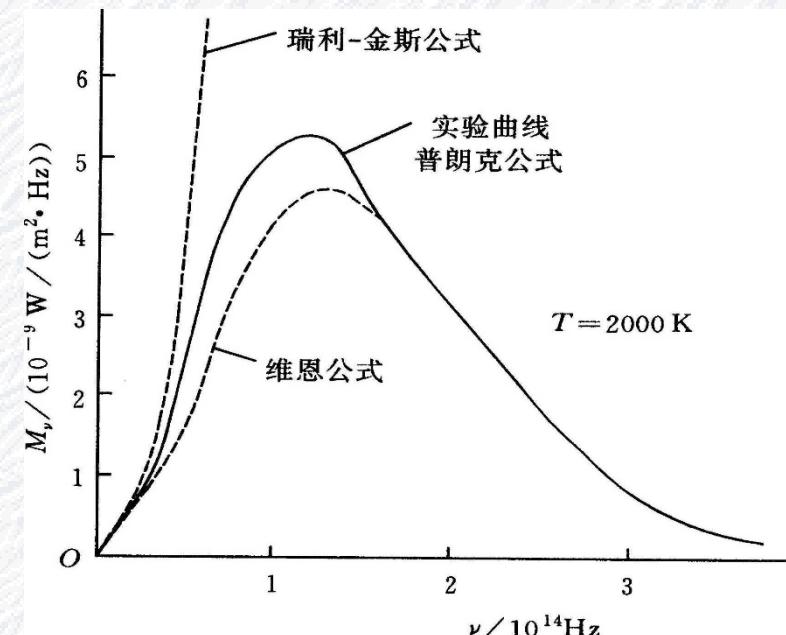
▲著名公式之一：维恩(Wien)公式

1896年维恩从经典热力学理论
及实验数据的分析得出：

$$M_\nu(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu/T}$$

$\alpha \beta$ 为常数

短波方向与实验符合较好。



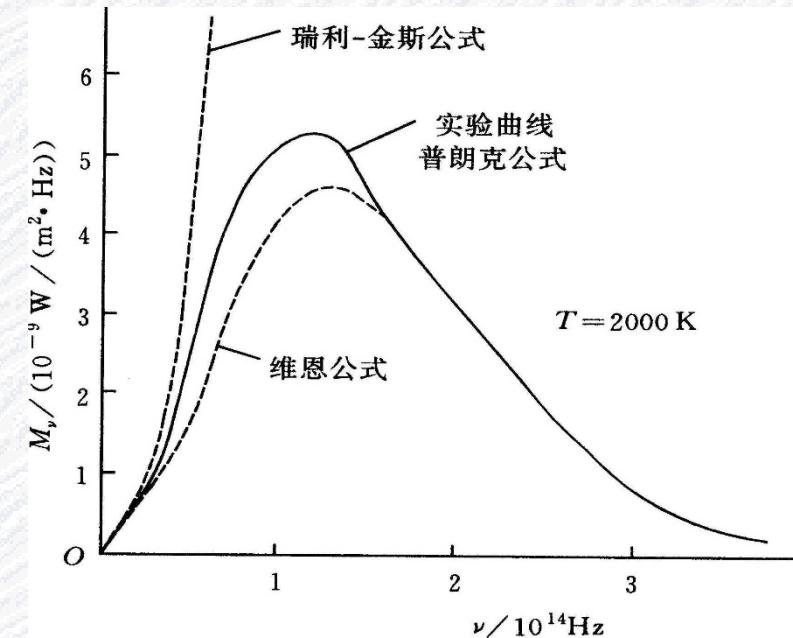
▲ 著名公式之二：瑞利-金斯(Rayleigh-Jeans)公式
 1900年从经典电磁学和统计物理学理论
 推导而得

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

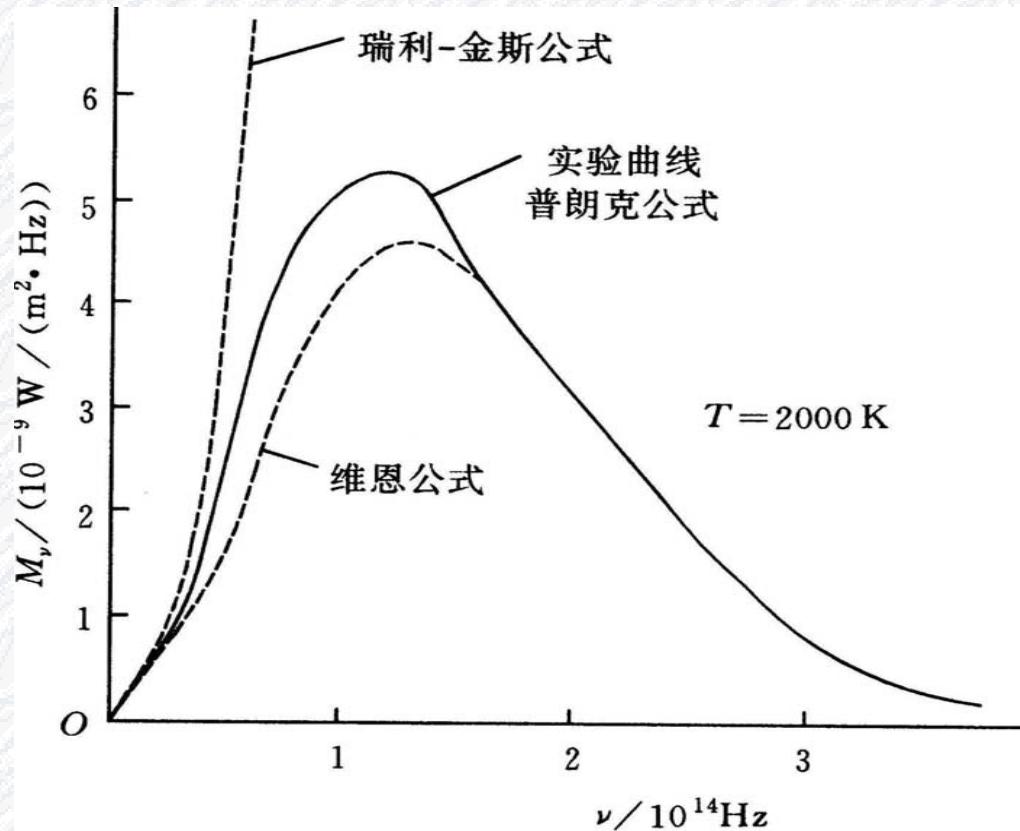
$$k = 1.380658 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

长波方向与实验符合较好

$\nu \rightarrow \infty$ 时， $M_\nu \rightarrow \infty$ ，“紫外灾难”！



由经典理论导出的 $M_\nu(T) \sim \nu$ 公式都与实验结果不符合！



“紫外灾难” —
经典物理有难

物理学晴朗天空中的一朵乌云！

英国物理学家开尔文 (1824—1907) :

“未来物理学真理将不得不在小数点后第六位去寻找”

1900年为瞻望20世纪物理学而写

“在已经基本建成的科学大厦中，后辈物理学家只要做一些零碎的修补就行了”

“但是，在物理学晴朗天空的远处，还有两朵小小的令人不安的乌云。”

四、普朗克的能量子假说和黑体辐射公式

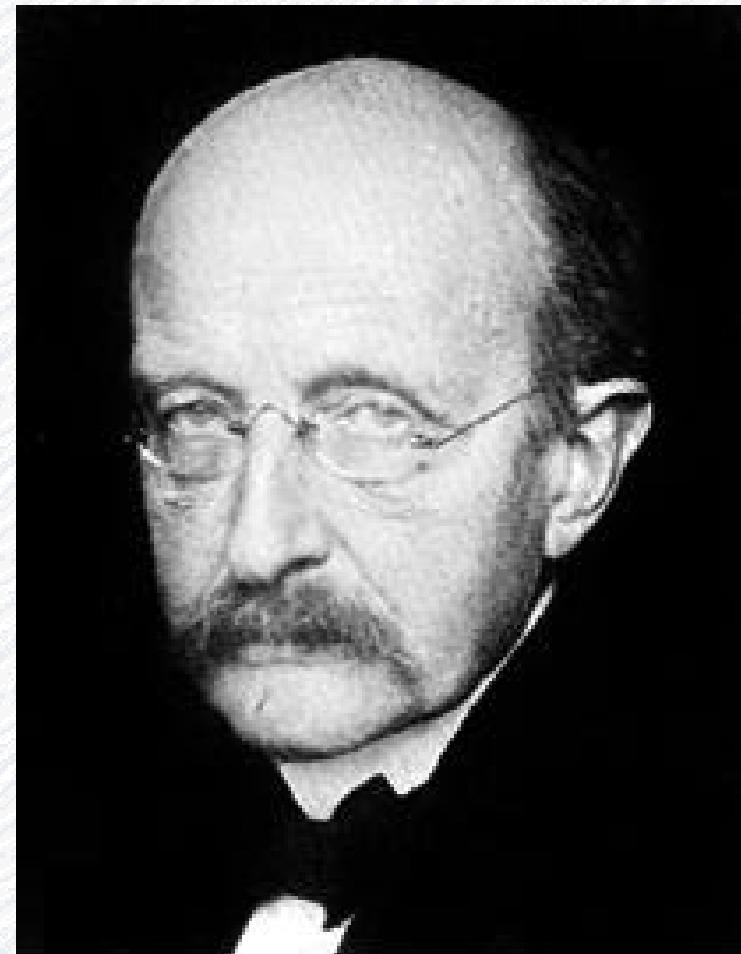
1. 黑体辐射公式

1900.10.19 普朗克在德国物理学会会议上提出一个黑体辐射公式

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

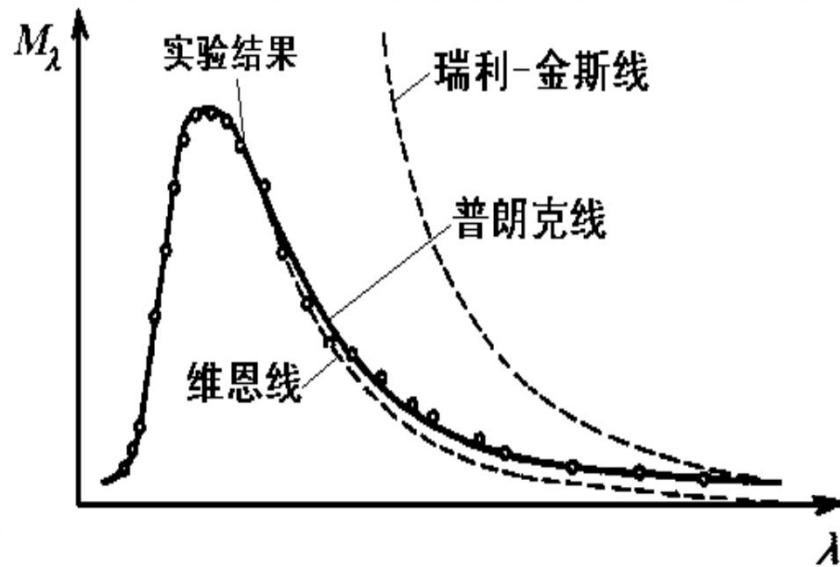
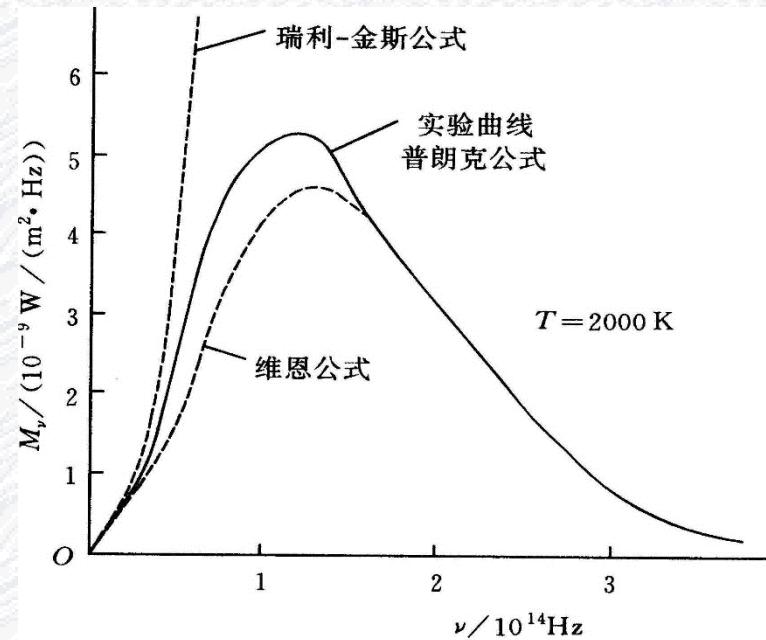
普朗克常量



M.Planck 德国人

在全波段与实验结果惊人符合 1858—1947

与实验物理学家鲁本斯 (Rubens) 的实验结果，在全波段与实验结果惊人符合。



维恩公式

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

ν 很大时

可改写成

$$M_\nu(T) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta \nu / T}}$$

ν 很小时
分母展开

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT$$

瑞利 - 金斯公式

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT$$

$x_0=0$ 处的泰勒级数展开式

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

2. 普朗克的能量子假说

“幸运地猜到” “绝望地”

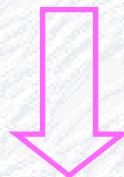
“不惜任何代价地” 提出能量量子化的假设。

基本思想：

- 辐射黑体中的分子 原子可看作线性谐振子。
- 振动时向外辐射能量（也可吸收能量）。
- 能量子假定： 振子的能量不连续。

• 物体发射或吸收电磁波时

交换能量的最小单位是“能量子” $\epsilon = h\nu$



普朗克的热辐射公式：

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

普朗克常量

由普朗克公式可导出其他所有黑体热辐射公式：

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

普朗克公式

斯特藩 - 玻耳兹曼定律

$$\text{积分} \rightarrow M = \sigma T^4$$

$$\text{求导} \rightarrow \nu_m = C_\nu T \quad \text{维恩位移定律}$$

$$\text{长波段} \rightarrow M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad \text{瑞利 - 金斯公式}$$

$$\text{短波段} \rightarrow M_\nu(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu/T} \quad \text{维恩公式}$$

1921 叶企孙, W.Duane, H.H.Palmer 测得:

$$h = (6.556 \pm 0.009) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

1986 推荐值: $h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

1998 推荐值: $h = 6.62606876 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

一般取: $h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

▲ 1900.12.14. Planck把“关于正常谱中能量分布的理论”的论文交到了德国自然科学院，这一天后来被定为“量子论的诞生日”。

▲ 普朗克公式的得出，是理论和实验结合的典范。

1922年Planck写到：“没有Rubens的介入，辐射定律的形式，以至于量子理论的基础，也许会以别的形式出现，或者不会在德国发展。”

▲ 量子论是不附属于经典物理的全新的理论，它的发展在此后又经过了十几年的曲折和反复。

▲ 1918年Planck 60岁时获得了诺贝尔物理奖。

▲ 爱因斯坦在1918年4月普朗克六十岁生日
庆祝会上的一段讲话：

“在科学的殿堂里有各种各样的人：有人爱科学是为了满足智力上的快感；有的人是为了纯粹功利的目的。而普朗克热爱科学是为了得到现象世界那些普遍的基本规律，这是他无穷的毅力和耐心的源泉。... ...他成了一个以伟大的创造性观念造福于世界的人。”

- 为什么宏观上没看出能量的分立呢?

举例说明如下

例：设想一质量为 $m = 1 \text{ g}$ 的小珠子悬挂在
一个小轻弹簧下面作振幅 $A = 1 \text{ mm}$ 的谐振动
弹簧的劲度系数 $k = 0.1 \text{ N/m}$

按量子理论计算

- 1) 此弹簧振子的能级间隔多大?
- 2) 减少一个能量子时 振动能量的相对变化?

解：弹簧振子的频率

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{6.28} \sqrt{\frac{0.1}{10^{-3}}} = 1.59 \text{ s}^{-1}$$

能级间隔

$$\Delta E = h\nu = 6.65 \times 10^{-34} \times 1.59 = 1.05 \times 10^{-33} \text{ J}$$

振子能量

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-8} \text{ J}$$

相对能量变化

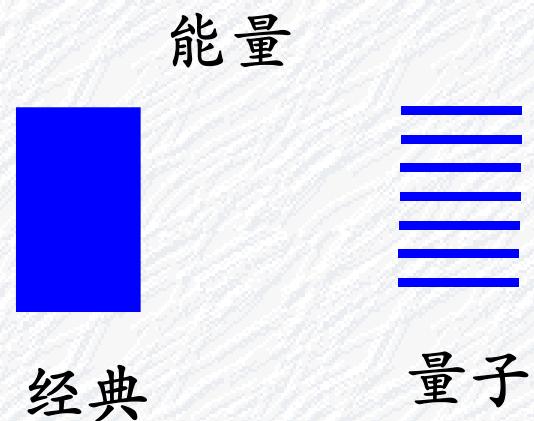
$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1.05 \times 10^{-33}}{5 \times 10^{-8}} \cong 2 \times 10^{-26}$$

这样小的相对能量变化在现在的技术条件下
还不可能测量出来。

现在能达到的最高的能量分辨率为：

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 10^{-16}$$

所以宏观的能量变化看起来都是连续的



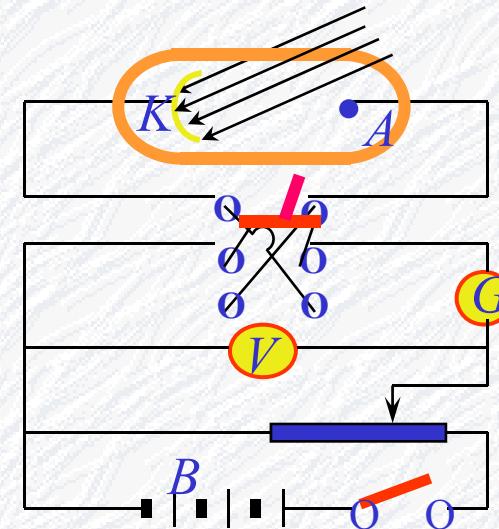
△ § 26.2 光电效应 (photoelectric effect)

光电效应：光照射某些金属时，
能从表面释放出电子的效应。

光电效应中产生的电子称为“光电子”。

光电效应是赫兹在1887年发现的，

当1896年汤姆孙发现了电子
之后，勒纳德才证明了所发
出的带电粒子是电子。



实验规律

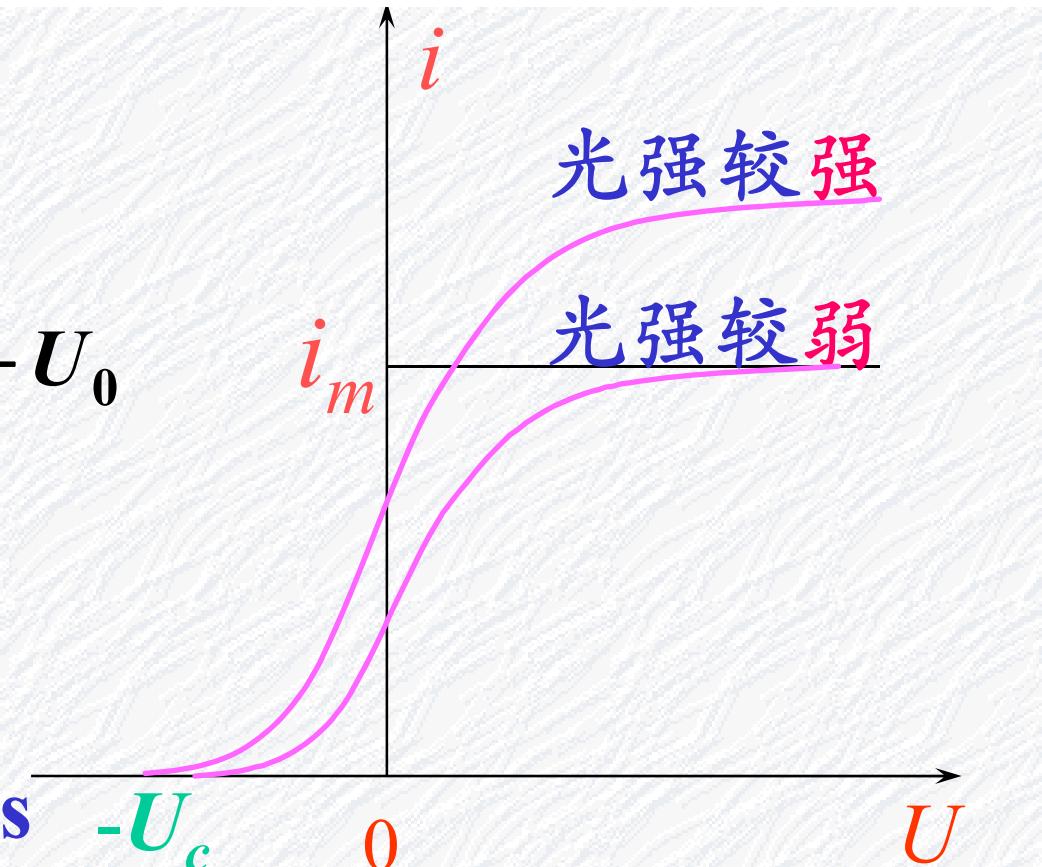
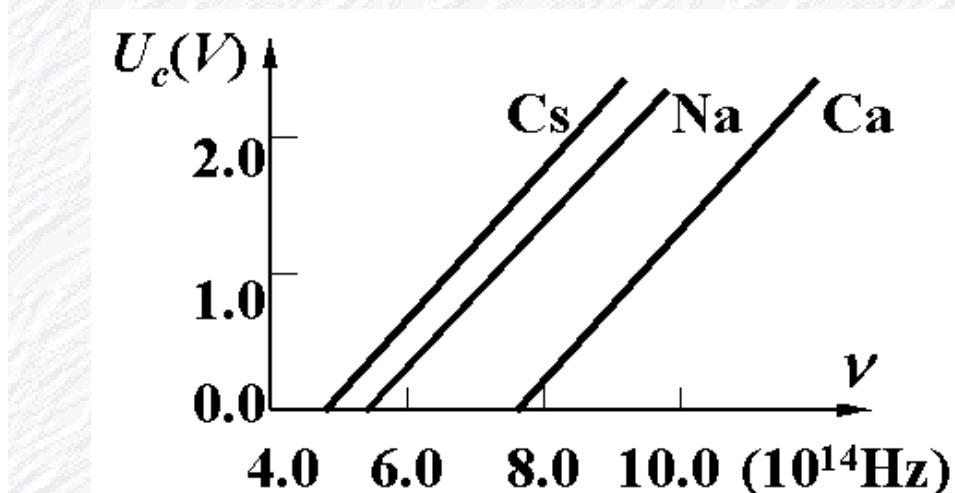
1. 饱和电流

2. 截止电压 $U_c = K\nu - U_0$

与光强 I 无关

3. 红限频率 $\nu_0 = \frac{U_0}{K}$

4. 驰豫时间极短 $< 10^{-9} \text{ s}$



光电效应伏安特性曲线

$$\left. \begin{aligned} U_c &= K\nu - U_0 \\ U_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \nu_0 &= \frac{U_0}{K} \end{aligned} \right\}$$

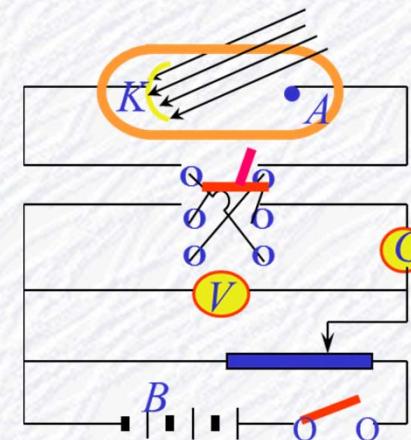
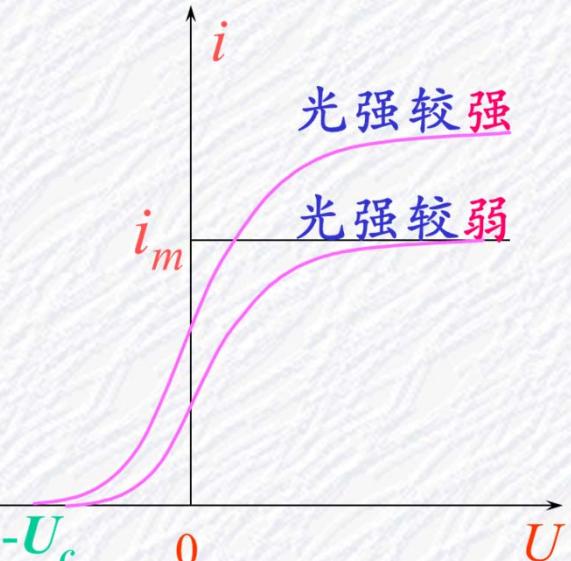
实验规律

1. 饱和电流

2. 截止电压 $U_c = K\nu - U_0$
与光强 I 无关

3. 红限频率

4. 驰豫时间极短 $<10^{-9}$ s



★ 波动理论的困难在于不能解释以上2-4。

演示 光电效应 (KG038)



§ 26.3 光子、光的二象性

一、爱因斯坦的光子理论

当普朗克还在寻找他的能量子的经典理论的根源时，爱因斯坦却大大发展了能量子的概念。

爱因斯坦光量子假设（1905）：

▲ 电磁辐射由以光速 c 运动的局限于空间某一小范围的能量子单元——光子所组成，

$$\text{光子能量 } \varepsilon = h\nu$$

▲ 光量子具有“整体性”：

光的发射、传播、吸收都是量子化的。

• 光强是什么？

- 光强

单位时间打到单位面积上的粒子总能量

$$I = N h \nu \quad N \text{ 粒子流密度}$$

光强不变：即 $I = N h \nu$ 不变

若 $\nu \uparrow$ 则 $N \downarrow$

一个光子只能整个地被电子吸收。

△二、光子理论对光电效应的解释

一个光子将全部能量交给一个电子，
电子克服金属对它的束缚，从金属中逸出。

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = h \nu - A$$

▲ 截止电压

$$eU_c = \frac{1}{2} m v_m^2$$

A: 逸出功

$$eU_c = h\nu - A$$

与 $U_c = K\nu - U_0$ 比较

$$K = \frac{h}{e}$$

$$U_0 = \frac{A}{e}$$

▲ 光子打出光电子是瞬时发生的

▲ I (光强) $\uparrow \rightarrow N \uparrow \rightarrow$ 单位时间打出光电子多 $\rightarrow i_m \uparrow$

▲ $h\nu \geq A$ 时才能产生光电效应，当 $\nu < A/h$ 时，
不发生光电效应，所以存在：

红限频率

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

光的粒子性

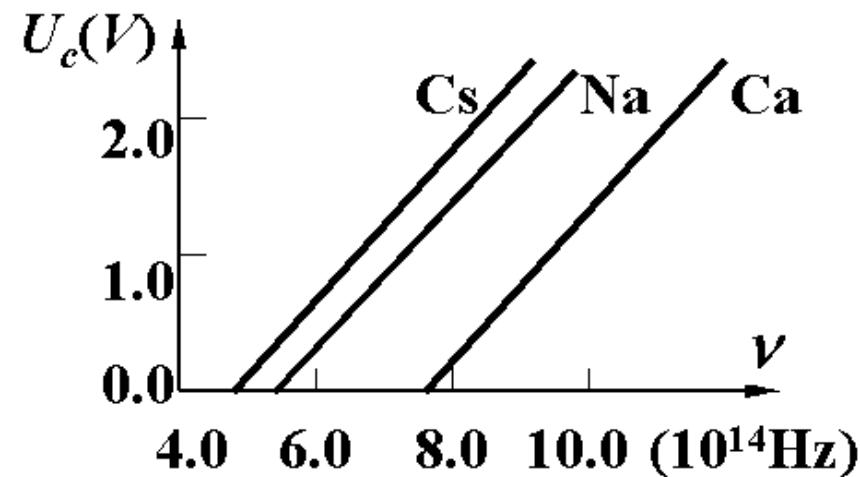
光量子假设解释了光电效应的全部实验规律！
但是光量子理论在当时并未被物理学界接受！
普朗克在推荐爱因斯坦为柏林科学院院士时说
“光量子假设可能是走得太远了。”

能量 $\epsilon = h\nu$ 称为能量子(quantum of energy),空腔内的辐射就是由各种频率的能量子组成。上述假设称为普朗克能量子假设。

在这一假设基础上,再运用经典的统计物理方法就可推出普朗克黑体辐射公式。

能量子的假设对于经典物理来说是离经叛道的,就连普朗克本人当时都觉得难以置信。为回到经典的理论体系,在一段时间内他总想用能量的连续性来解决黑体辐射问题,但都没有成功。

1916年密立根 (R.A.Milikan) 做了精确的光电效应实验利用 $U_c - \nu$ 的直线斜率 K , 定出 $h = 6.56 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ 。



$$U_c = K\nu - U_0 \quad K = \frac{h}{e}$$

光的粒子性

这和当时用其他方法定出的 h 符合得很好。从而进一步证实了爱因斯坦的光子理论。尽管如此，密立根还是认为光子理论是完全站不住脚的。可见，一个新思想要被人们接受是相当困难的。

三、光的二象性 (dualism)

波动性特征:

ν 、 λ

粒子性特征:

E 、 m 、 p

$$\left\{ \begin{array}{l} E = h\nu = \hbar\omega \\ m = \frac{h\nu}{c^2} \\ \vec{p} = \frac{h\nu}{c}\vec{e} = \frac{h}{\lambda}\vec{e} = \hbar\vec{k} \end{array} \right.$$

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\vec{P} = \frac{h}{\lambda}\vec{e} = \hbar\vec{k}$$

基本关系式

$$\hbar = h/2\pi$$

$$\text{波矢量 } \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}$$

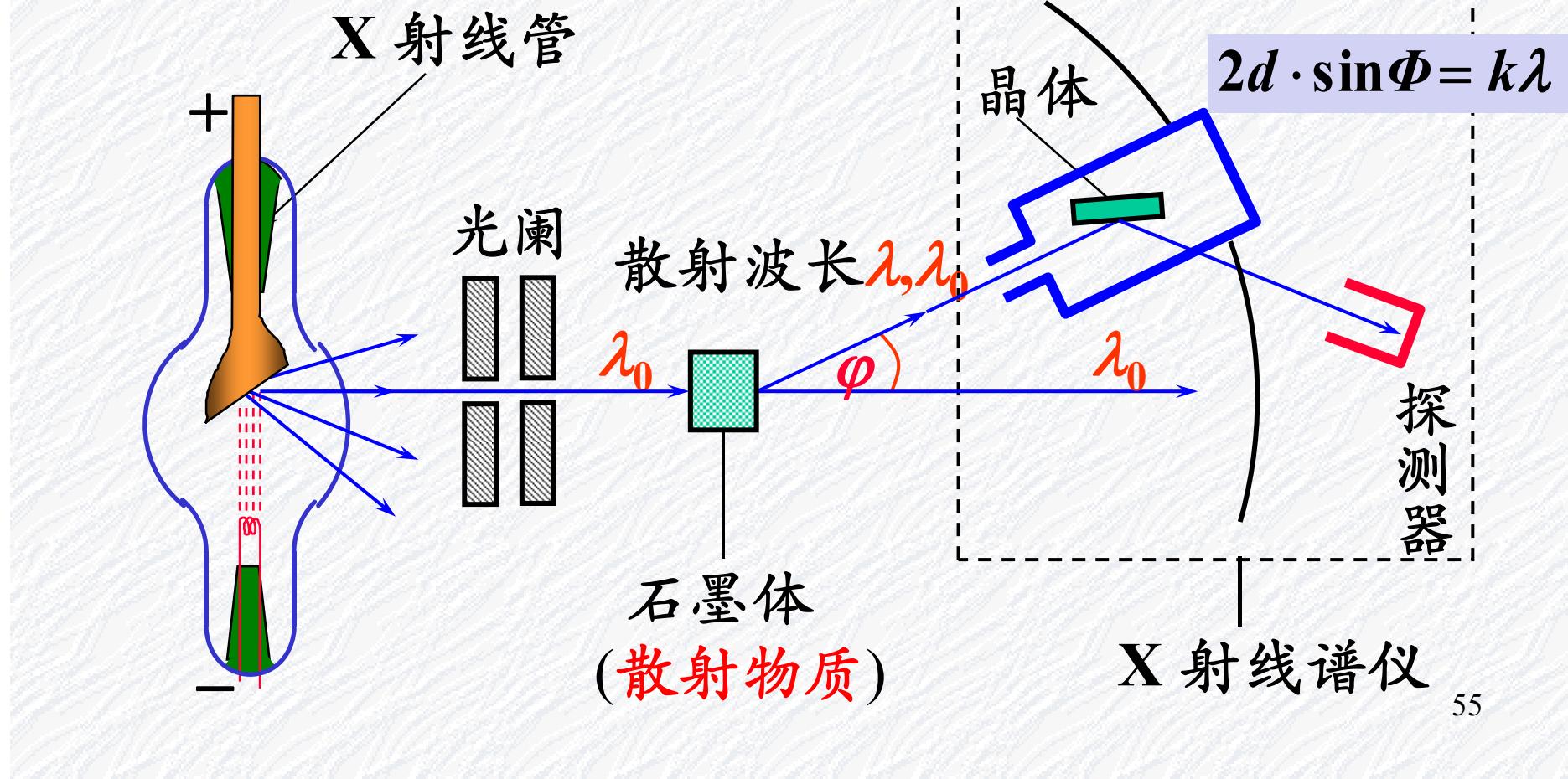
•不是经典的波 不是经典的粒子

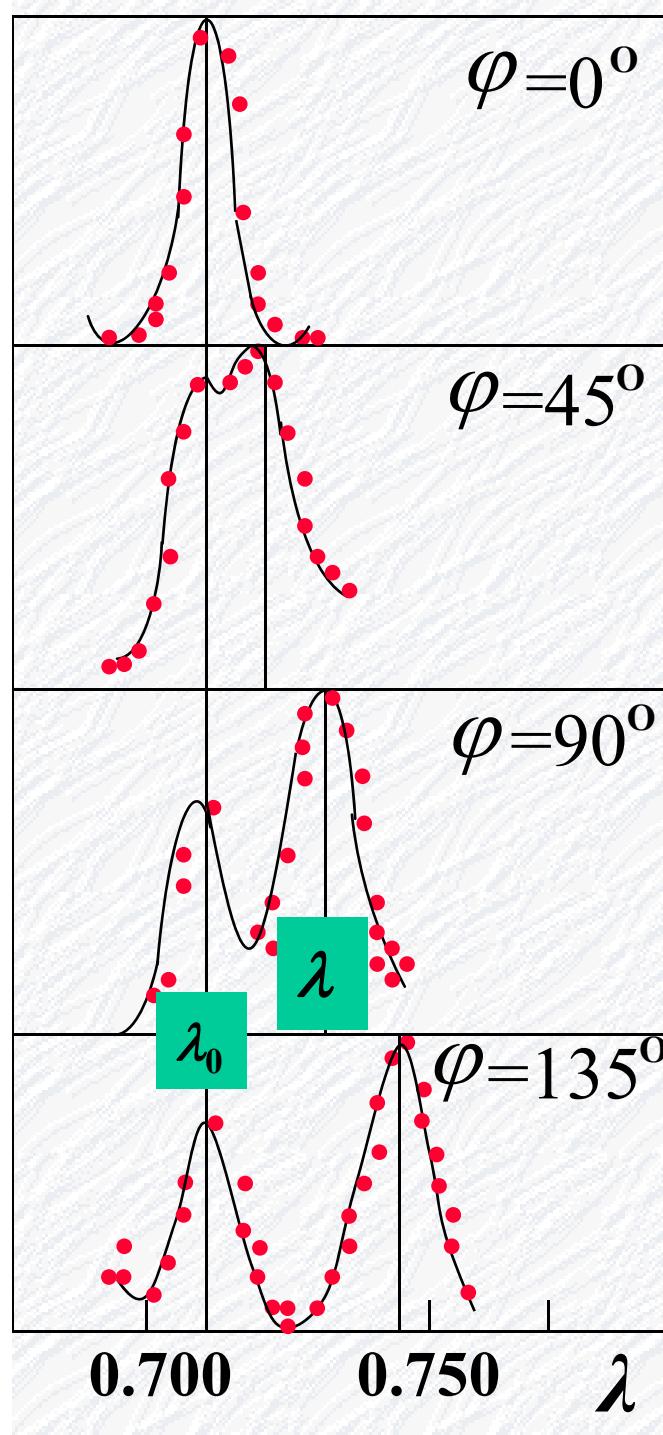


§ 26.4 康普顿效应(Compton effect)

1922–23年康普顿研究了X射线在石墨上的散射

一、实验规律





出现 $\lambda \neq \lambda_0$ 的现象
称为康普顿散射。

散射曲线的三个特点：

1. 除原波长 λ_0 外出现了移向长波方面的新的散射波长 λ 。
2. 新波长 λ 随散射角的增大而增大。
3. 当散射角增大时，原波长的谱线强度降低 而新波长的谱线强度升高。

实验表明：新散射波长 $\lambda >$ 入射波长 λ_0 ，
波长的偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 只与散射角 φ 有关，
和散射物质无关。实验规律是：

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\varphi) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\lambda_c = 0.0241\text{Å} = 2.41 \times 10^{-3}\text{nm} \quad (\text{实验值})$$



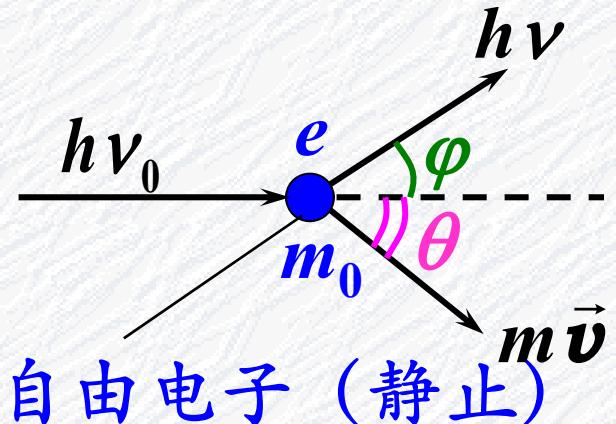
λ_c 称为电子的康普顿波长

二、康普顿效应的理论解释

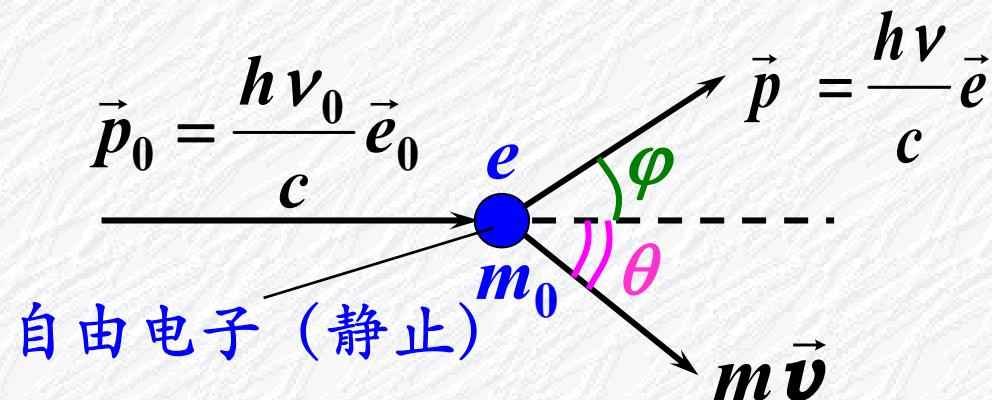
经典电磁理论难解释为什么有 $\lambda \neq \lambda_0$ 的散射，
康普顿用光子理论做了成功的解释：

- ▲ X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞（波长 1\AA 的X射线，其光子能量 $\varepsilon \sim 10^4 \text{ eV}$ ，室温下 $kT \sim 10^{-2} \text{ eV}$ ，外层电子束缚能 $\sim \text{eV}$ ）

- ▲ 碰撞过程中能量与动量守恒



碰撞 \rightarrow 光子把部分能量
传给电子 \rightarrow 光子的能量 \downarrow
 \rightarrow 散射X射线频率 \downarrow 波长 \uparrow



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{能量守恒} \quad h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + mc^2 \\ \text{动量守恒} \quad \frac{h\nu_0}{c}\vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{e} + m\vec{v} \\ \text{反冲电子质量} \quad m = m_0 / \sqrt{1 - \vec{v}^2 / c^2} \end{array} \right.$$

解得: $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) = \lambda_c (1 - \cos\varphi)$

推导: 教材P337

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \text{ m} = 2.43 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

(理论值) ◀

为什么康普顿散射中还有原波长 λ_0 呢？

这是因为光子还可与石墨中被原子核束缚得很紧的电子发生碰撞。

内层电子束缚能 $10^3\sim 10^4\text{eV}$ ，不能视为自由，而应视为与原子是一个整体。所以这相当于光子和整个原子碰撞。

$$\therefore m_{\text{原子}} \gg m_{\text{光子}}$$

\therefore 在弹性碰撞中，入射光子几乎不损失能量，即 散射光子波长不变，散射线中还有与原波长相同的射线。

三、康普顿散射实验的意义

▲ 支持了“光量子”概念。

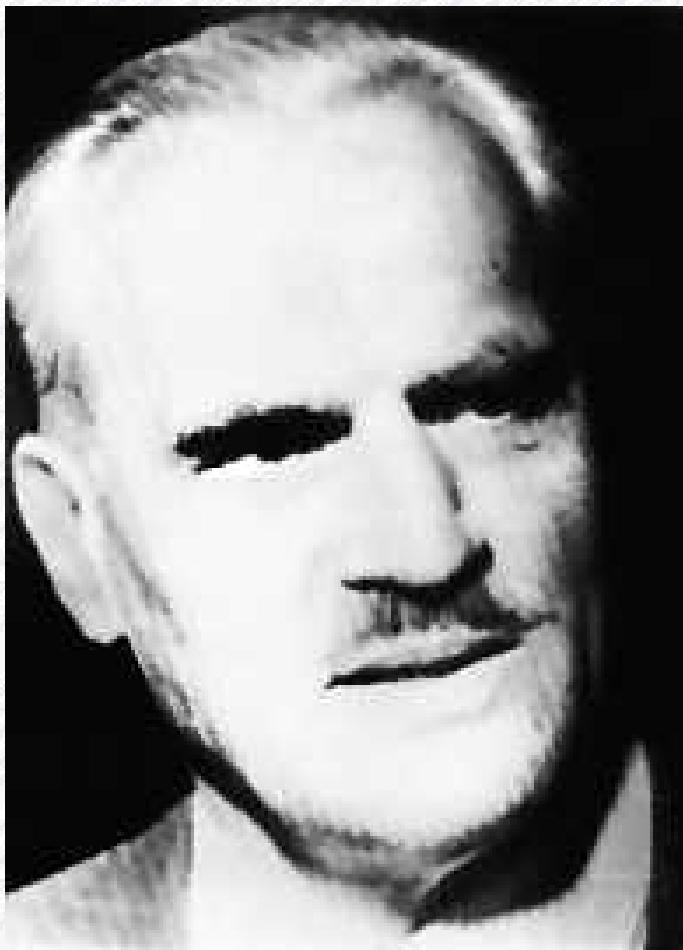
$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

▲ 首次实验证实了爱因斯坦提出的
“光量子具有动量”的假设。

$$p = h\nu/c = h/\lambda$$

▲ 证实了在微观领域的单个碰撞事件中，
动量和能量守恒定律仍然是成立的。

康普顿获得1927年诺贝尔物理学奖



康普顿
(A. H. Compton)
美国人(1892-1962)

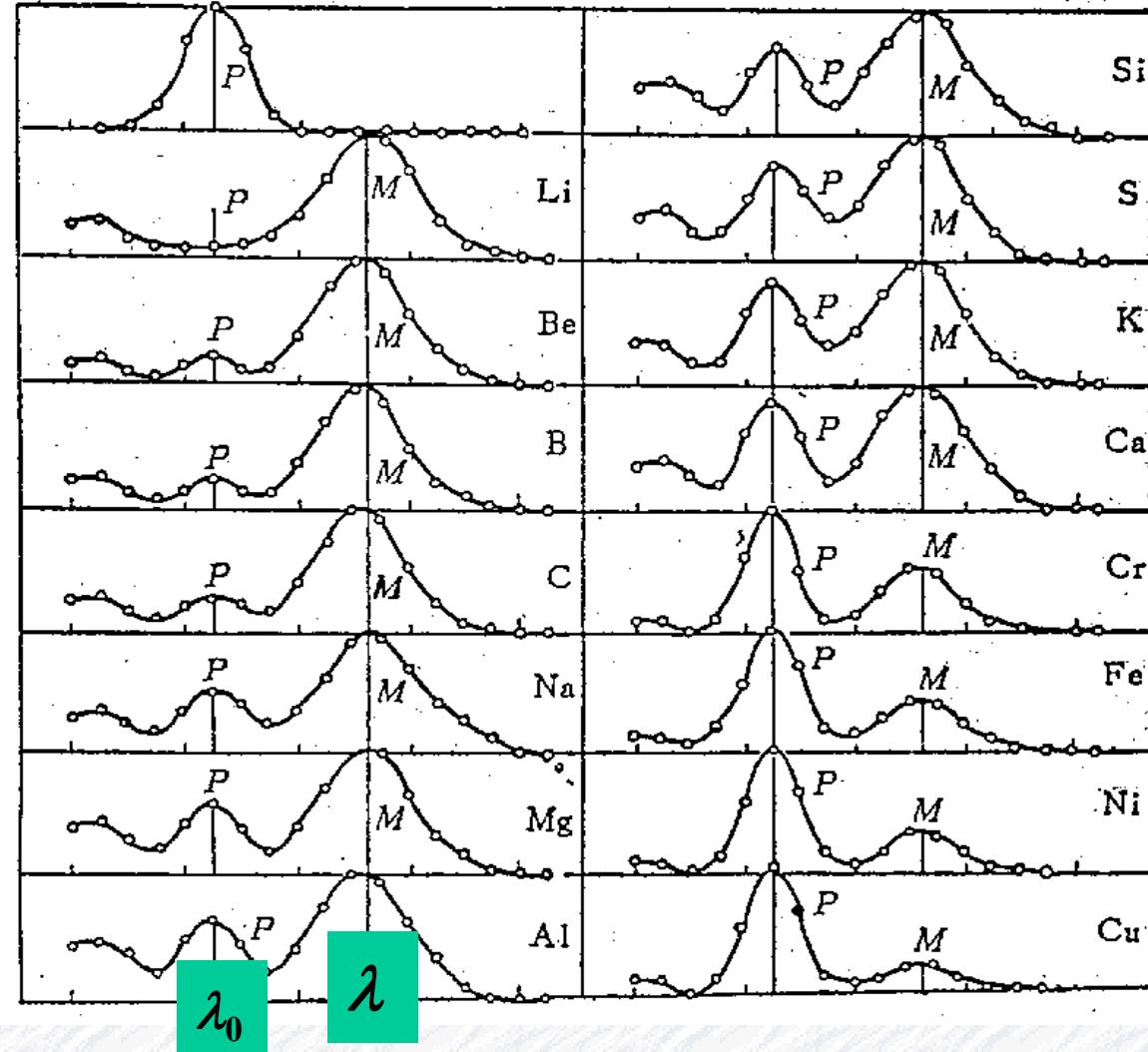


四、吴有训对康普顿效应研究的贡献

吴有训1923年参加了发现康普顿效应的研究工作，1925–26年他用银的X射线（ $\lambda_0 = 5.62\text{nm}$ ）为入射线，以15种轻重不同的元素为散射物质，在同一散射角（ $\varphi = 120^\circ$ ）测量各种波长的散射光强度，作了大量X射线散射实验。这对证实康普顿效应作出了重要贡献。

吴有训
的康普顿效应
散射实验曲线

散射角
 $\varphi = 120^\circ$



- 曲线表明：
1. $\Delta\lambda$ 与散射物质无关，仅与散射角有关。
 2. 轻元素 $I_\lambda > I_{\lambda_0}$ ，重元素 $I_\lambda < I_{\lambda_0}$ 。⁶⁴

吴有训工作的意义：

▲ 证实了康普顿效应的普遍性。

▲ 证实了两种散射线的产生机制：

λ — 外层电子（自由电子）散射

λ_0 — 内层电子（整个原子）散射

在康普顿的一本著作 “X – Rays in theory and experiment” (1935) 中，有19处引用了吴有训的工作。书中两图并列作为康普顿效应的证据。



§ 26.5 实物粒子的波动性

光(波)具有粒子性，那么实物粒子具有
波动性吗？

§ 26.5 实物粒子的波动性

一、德布罗意假设

L.V. de Broglie (法, 1892-1986)

从自然界的对称性出发 认为:

既然光(波)
具有粒子性。

那么实物粒子也应
具有波动性。

1924.11.29

德布罗意把题为“量子理论的研究”的博士论文提交给巴黎大学。

他在论文中指出：

一个能量为 E 、动量为 p 的实物粒子，同时也具有波动性，它的波长 λ 、频率 ν 和 E 、 p 的关系与光子一样：

$$\left. \begin{array}{l} E = h\nu \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \nu = \frac{E}{h} \\ \lambda = \frac{h}{p} \end{array} \right\} \text{爱因斯坦—德布罗意关系式}$$

与粒子相联系的波称为物质波或德布罗意波，
 λ —德布罗意波长 (de Broglie wavelength)

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

$$E = h\nu = \hbar\omega$$
$$\vec{P} = \frac{h}{\lambda}\vec{e} = \hbar\vec{k}$$

$$\text{波矢量 } \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}$$

爱因斯坦—德布罗意关系式

论文获得了评委会的高度评价

德布罗意的导师朗之万把德布罗意的论文寄给了爱因斯坦，爱因斯坦称赞德布罗意的论文：

“揭开了自然界巨大帷幕的一角。”

“看来疯狂，可真是站得住脚呢！”

经爱因斯坦的推荐，物质波理论受到了关注。

在论文答辩会上，佩林问：

“这种波怎样用实验来证实呢？”

德布罗意答道：

“用电子在晶体上的衍射实验可以做到。”

算算电子的波长： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0E}}$ (电子 $v \ll c$)

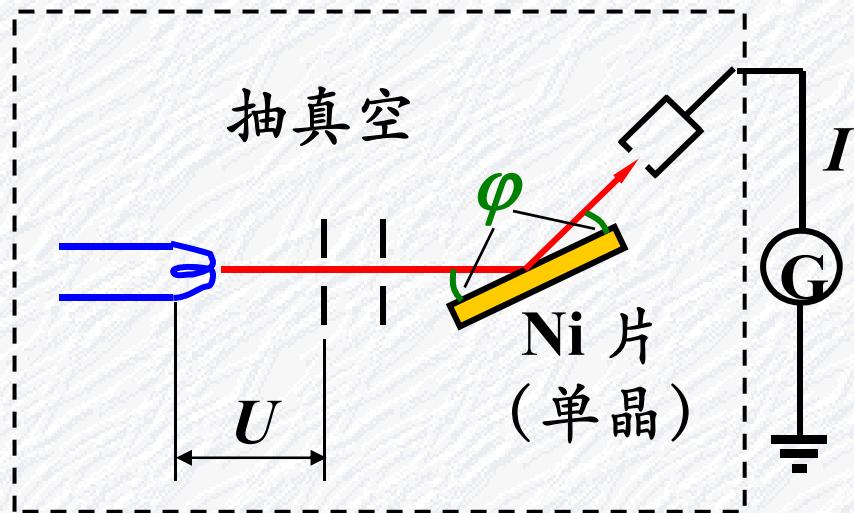
设加速电压为 U
(单位为伏特) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}} \approx \frac{12.25}{\sqrt{U}}$ (Å)

$U=100V$ 时， $\lambda=1.225\text{\AA}$ — X射线波段。

二、电子衍射实验

实物粒子的波动性

▲ 戴维孙(Davisson)革末(Germer)实验(1927)

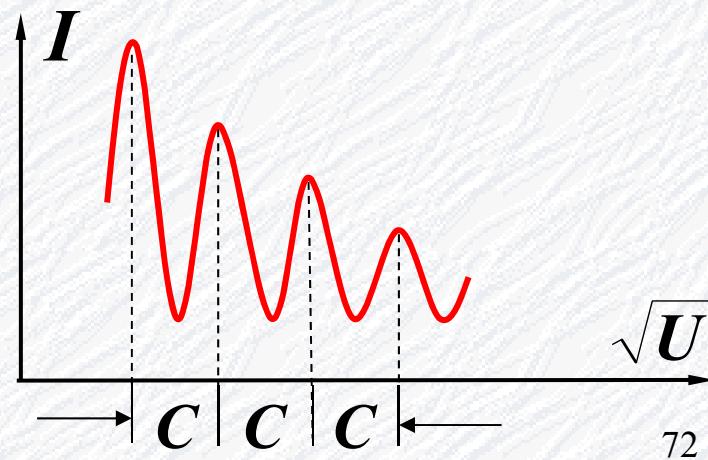


$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 e U}}$$

当满足 $2d \sin \varphi = k\lambda$
($k = 1, 2, 3\dots$) 时，
可观察到 I 的极大。

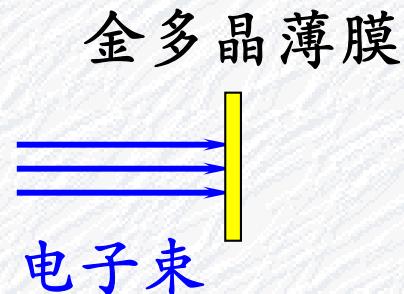
$$\sqrt{U} = \frac{k \cdot h}{2d \sin \varphi \sqrt{2em_0}} = k \cdot C$$

当 $\sqrt{U} = C, 2C, 3C\dots$ 时，
可观察到电流 I 的极大。



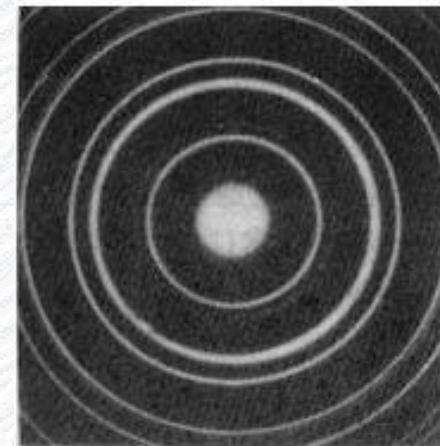
▲ 汤姆孙 (G.P.Thomson) 实验 (1927)

电子通过金的多晶薄膜的衍射实验：



实验原理图

衍射图象



衍射图象

1929年德布罗意获诺贝尔物理奖；

1937年戴维孙、汤姆孙共获诺贝尔物理奖。

演示

电子衍射(电子通过镍多晶)



路易·德布罗意

Louis.V.de Broglie

法国人

1892 — 1986

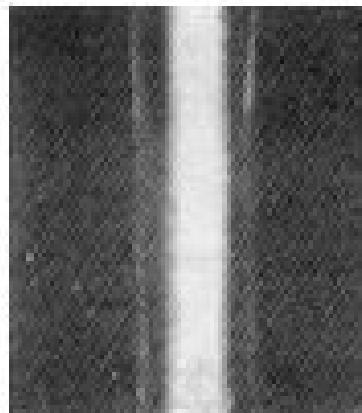
1929年获诺贝尔物理奖

提出电子的波动性

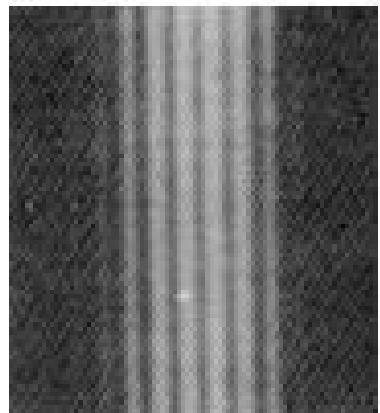
实物粒子的波动性

▲ 约恩孙 (Jonsson) 实验 (1961)

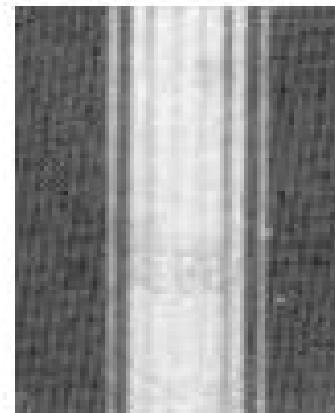
大量电子的单、双、三、四缝衍射实验：



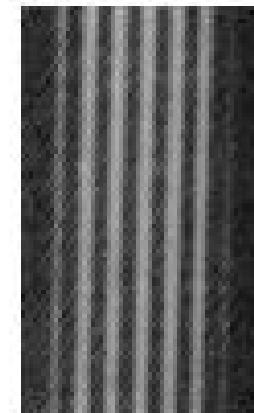
单 缝



双 缝



三 缝



四 缝

质子、中子、原子、分子...也有波动性。

$$\lambda = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{m}, \quad m \uparrow \rightarrow \lambda \downarrow$$

宏观粒子 m 大, $\lambda \rightarrow 0$, 表现不出波动性。 75

[例] $m = 0.01\text{kg}$, $v = 300 \text{ m/s}$ 的子弹

$$\text{波长 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.01 \times 300} = 2.21 \times 10^{-34} \text{ m}$$

h 极小 \rightarrow 宏观物体的波长小得实验难以测量
 \rightarrow “宏观物体只表现出粒子性”

▲ 两把自然尺度: c 和 h

$c \rightarrow \infty$: 相对论 \longrightarrow 牛顿力学

$h \rightarrow 0$: 量子物理 \longrightarrow 经典物理



§ 26.6 概率波与概率幅

一、对物质波的理解，概率波的概念

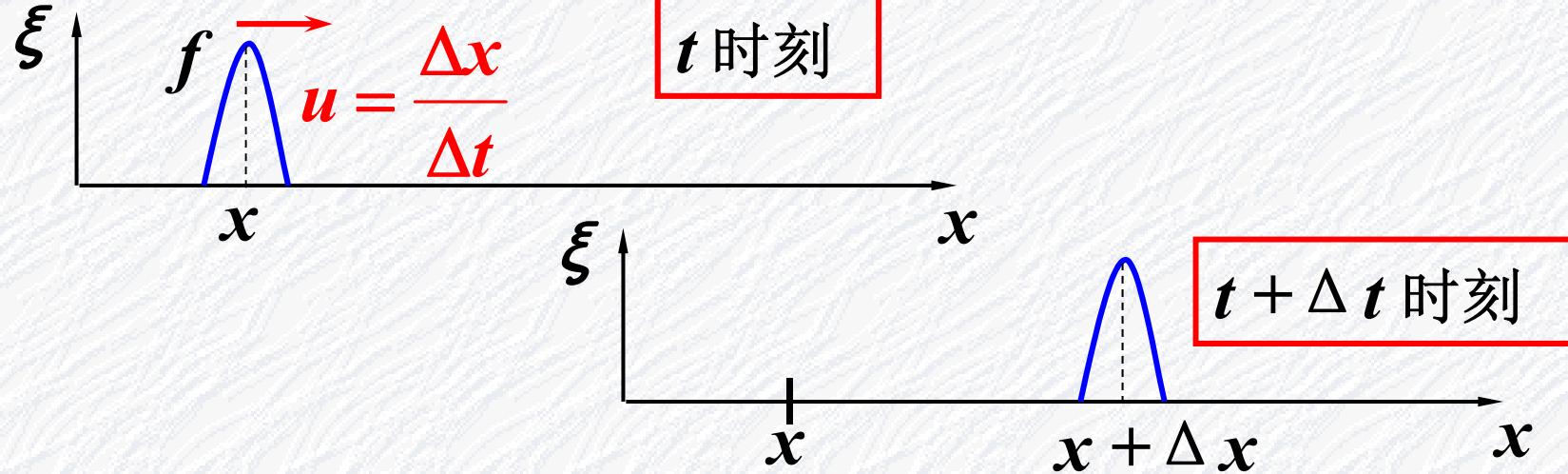
怎样理解物质波（德布罗意波）？

德布罗意：物质波是引导粒子运动的“导波”。

——本质是什么，不明确。

薛定谔：波是基本的，电子是“波包”。

但波包要扩散，而电子是稳定的。



利用付里叶分析，可将任意非谐波分解成一系列谐波的叠加。

色散介质引起波形在传播过程中的改变。

§ 26.6 概率波与概率幅

一、对物质波的理解，概率波的概念

怎样理解物质波（德布罗意波）？

德布罗意：物质波是引导粒子运动的“导波”。

——本质是什么，不明确。

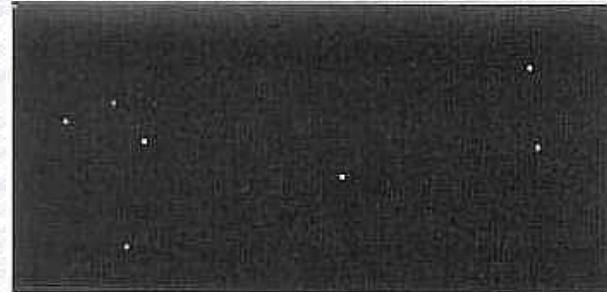
薛定谔：波是基本的，电子是“波包”。

但波包要扩散，而电子是稳定的。

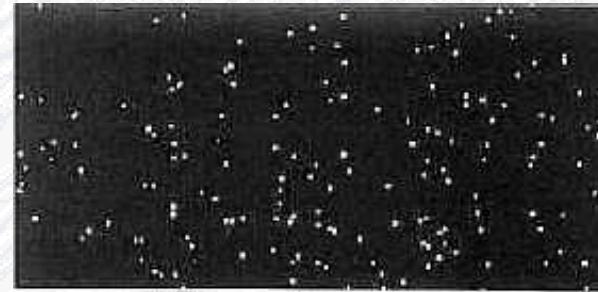
另一种理解：粒子是基本的，电子的物质波
是大量电子相互作用形成的。

——被以下实验否定！

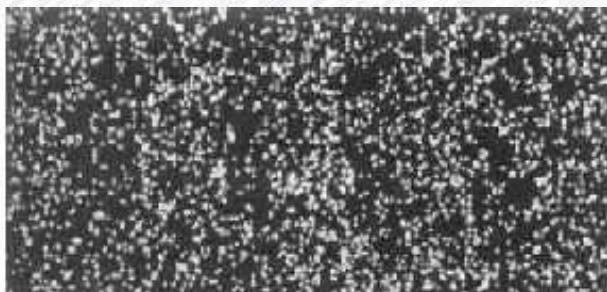
一个一个电子依次入射双缝的衍射实验：



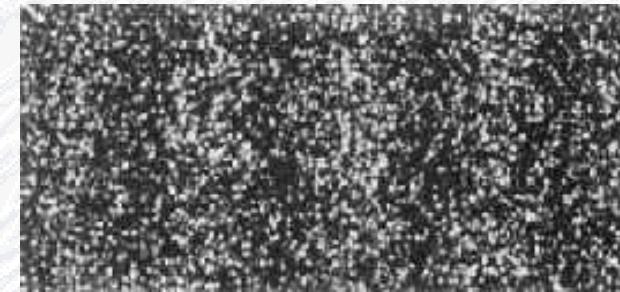
7个电子



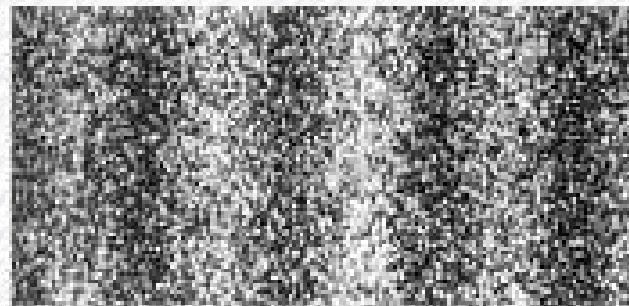
100个电子



3000



20000



70000

底片上出现一个个的点子 → 电子具有粒子性。
随着电子增多，逐渐形成衍射图样 → 来源于
“一个电子”所具有的波动性，而不是电子间相
互作用的结果。

尽管单个电子的去向是概率性的，但其
概率在一定条件下（如双缝），还是有确定
的规律的。

玻恩 (M.Born)：德布罗意波并不像经典
波那样是代表实在物理量的波动，而是描述
粒子在空间的概率分布的“概率波”。

二、波函数及其统计解释 (M.Born, 1926)

1. 波函数 (wave function)

要具体地应用物质波的概念，就要有物质波的波函数。

平面简谐波函数 $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$

复数表示式 $\xi(x, t) = Ae^{-i(\omega t - kx)}$

物质波函数：一维 $\Psi(x, t)$ ，三维 $\Psi(\vec{r}, t)$

2. 波函数的统计解释 一般为复数

物质波是“概率波”，它是怎样描述粒子在空间各处出现的概率呢？

波函数复数表示

指数表示式

$$y = Ae^{-i(\omega t \mp kx + \varphi)}$$

$$= \underline{Ae^{-i(\varphi \mp kx)}} \cdot \underline{e^{-i\omega t}} \quad (\text{Re})$$

空间因子 振动因子
(复振幅)

$$y = A \cos(\omega t \mp kx + \varphi)$$

(Re)

经典波：最后有
意义的是实部

欧拉公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ $\cos \theta = \text{Re } e^{i\theta}$

用 z^* 表示复共轭 $z = r e^{i\theta}$ $z^* = r e^{-i\theta}$

$$zz^* = r^2$$

玻恩假设：物质波的波函数 Ψ , 其模的平方

$$|\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t)$$

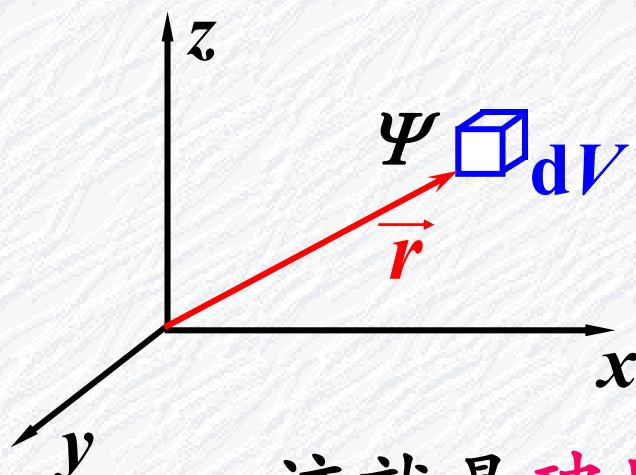
$\Psi(r, t)^*$ 是 $\Psi(r, t)$ 的复数共轭

代表 t 时刻，在 \vec{r} 端点处单位体积中发现一个粒子的概率，称为“概率密度”。

波函数 Ψ 又称为“概率(波)幅”。

t 时刻在 \vec{r} 端点附近 dV

内发现粒子的概率为： $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$



这就是玻恩在1927年给 Ψ 的统计解释。

$\Psi(\vec{r}, t)$ 不同于经典波的波函数，它无直接的物理意义，有意义的是 $|\Psi|^2$ 。

对单个粒子， $|\Psi|^2$ 给出粒子概率密度分布。

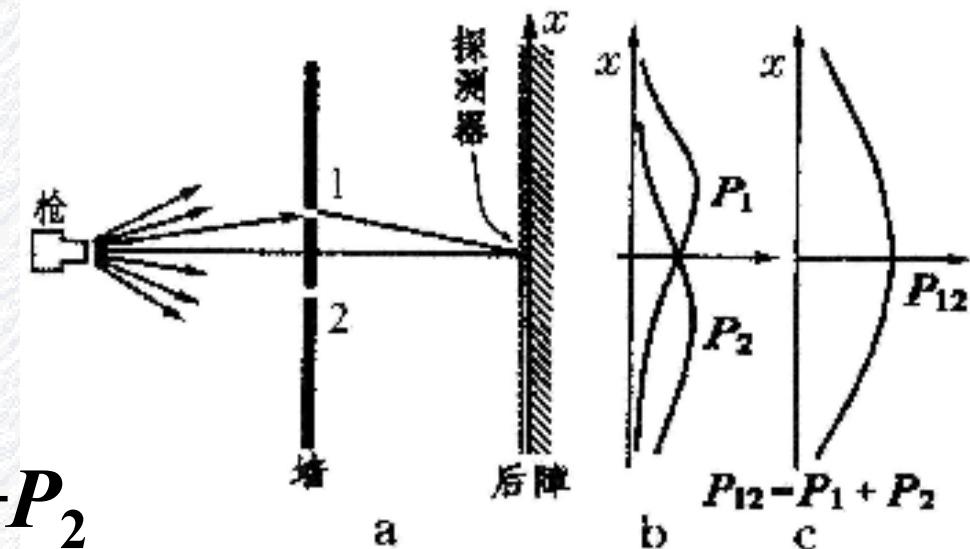
3. 用电子双缝衍射实验说明概率波的含义

(1) 子弹穿过双缝

只开上缝 $\rightarrow P_1$

只开下缝 $\rightarrow P_2$

双缝齐开 $\rightarrow P_{12} = P_1 + P_2$



(2) 光波

只开上缝 \rightarrow 光强 I_1

只开下缝 \rightarrow 光强 I_2

双缝齐开 \rightarrow $I_{12} \neq I_1 + I_2$

通过上缝的光波用 $\tilde{E}_1 = E_1(x)e^{-i(\omega t + \varphi_{1(x)})} = \tilde{E}_{1(x)}e^{-i\omega t}$

描述

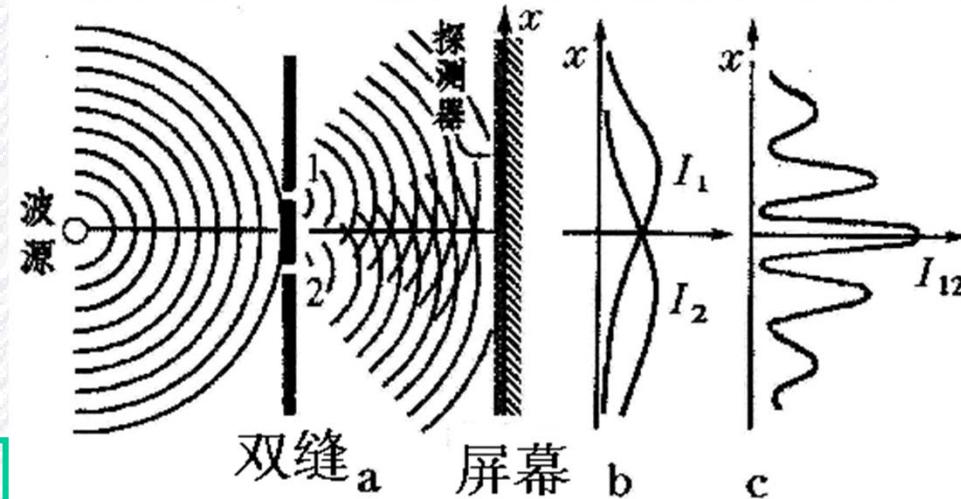
$$\tilde{E}_{1(x)} = E_1(x)e^{-i\varphi_{1(x)}}$$

复振幅

通过下缝的光波用 $\tilde{E}_2 = \tilde{E}_{2(x)}e^{-i\omega t}$ 描述

$$\tilde{E}_{2(x)} = E_2(x)e^{-i\varphi_{2(x)}}$$

双缝齐开时的光波为 $\tilde{E} = [\tilde{E}_{1(x)} + \tilde{E}_{2(x)}]e^{-i\omega t}$



$$\widetilde{E}_1 = E_1(x) e^{-i(\omega t + \varphi_{1(x)})} = E_1(x) e^{-i\varphi_{1(x)}} e^{-i\omega t} = \widetilde{E}_{1(x)} e^{-i\omega t}$$

空间相位因子

$$\widetilde{E}_2 = \widetilde{E}_{2(x)} e^{-i\omega t}$$

复振幅

$$\begin{aligned} |\widetilde{E}|^2 &= \left| \widetilde{E}_{1(x)} e^{-i\omega t} + \widetilde{E}_{2(x)} e^{-i\omega t} \right|^2 = \left| \widetilde{E}_{1(x)} + \widetilde{E}_{2(x)} \right|^2 \\ &= (\widetilde{E}_{1(x)} + \widetilde{E}_{2(x)})(\widetilde{E}_{1(x)} + \widetilde{E}_{2(x)})^* & \boxed{\widetilde{E}_{1(x)} = E_1(x) e^{-i\varphi_{1(x)}}} \\ &= (\widetilde{E}_{1(x)} + \widetilde{E}_{2(x)})(\widetilde{E}_{1(x)}^* + \widetilde{E}_{2(x)}^*) & \boxed{\widetilde{E}_{2(x)} = E_2(x) e^{-i\varphi_{2(x)}}} \\ &= \left| \widetilde{E}_{1(x)} \right|^2 + \left| \widetilde{E}_{2(x)} \right|^2 + \widetilde{E}_{1(x)} \widetilde{E}_{2(x)}^* + \widetilde{E}_{2(x)} \widetilde{E}_{1(x)}^* \\ &= E_1(x)^2 + E_2(x)^2 + 2E_1(x)E_2(x) \cos(\varphi_{2(x)} - \varphi_{1(x)}) \end{aligned}$$

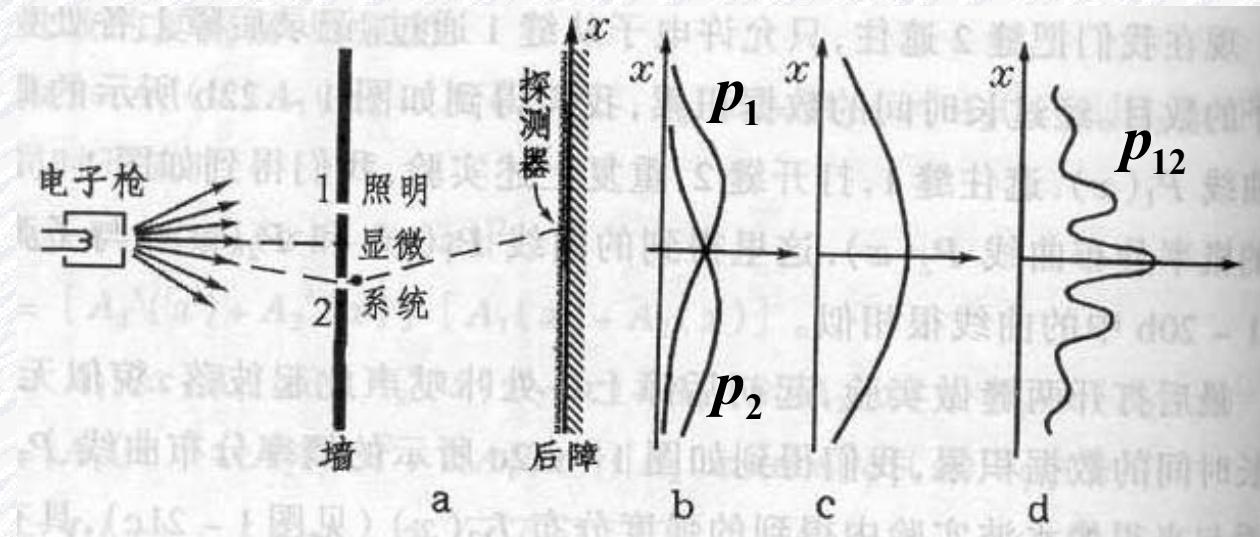
光强为

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\varphi$$

干涉项

(3) 电子
通过双缝后，
是d不是c。

电子的状态用
函数 Ψ 描述。



只开上缝时，电子有一定的概率通过上缝，
其状态用 $\psi_1(x)$ 描述，电子的**概率分布**为 $P_1 = |\Psi_1|^2$
只开下缝时，电子有一定的概率通过下缝，
其状态用 $\psi_2(x)$ 描述，电子的概率分布为 $P_2 = |\Psi_2|^2$
双缝齐开时，电子可通过上缝也可通过下缝，
通过上、下缝各有一定的概率， ψ_1 、 ψ_2 都有⁸⁸⁰

总的概率幅为 $\Psi_{12} = \Psi_1 + \Psi_2$

$$P_{12} = |\Psi_{12}|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 \neq |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 = P_1 + P_2$$

出现了干涉。可见，干涉是概率波的干涉，
是由于概率幅的线性叠加产生的。

即使只有一个电子，当双缝齐开时，
它的状态也要用 $\Psi_{12} = \Psi_1 + \Psi_2$ 来描述。

两部分概率幅的叠加就会产生干涉。

微观粒子的波动性，实质上就是概率幅的
相干叠加性。衍射图样是概率波的干涉结果。

概率幅叠加这样奇特的规律，被费曼(R.P.Feynman)在他的著名的《费曼物理学讲义》中称为“量子力学的第一原理”。

“如果一个事件可能以几种方式实现，则该事件的概率幅就是各种方式单独实现时的概率幅之和。于是出现了干涉。”

所有物理学家都承认：量子力学所预言的结果和实验异常精确地相符，所以它是一个很成功的理论。

自然界的本质规律？

自然界的本质规律？

哥本哈根学派：

玻尔、海森伯、玻恩、泡利等

反哥本哈根学派：

爱因斯坦、德布罗意、薛定谔等

哥本哈根学派的观点是：

- ① 波粒二象性是互补的（互补原理），波动性、粒子性不会出现在同一时空中。
- ② 量子力学是统计的理论。不确定关系是粒子波动性的表现，原则上不可避免。
- ③ 量子力学现有的形式和它的解释是完备的。

波函数的统计解释反应了自然界的本质规律

反哥本哈根学派：

自然界的本质规律？

1927年，爱因斯坦：

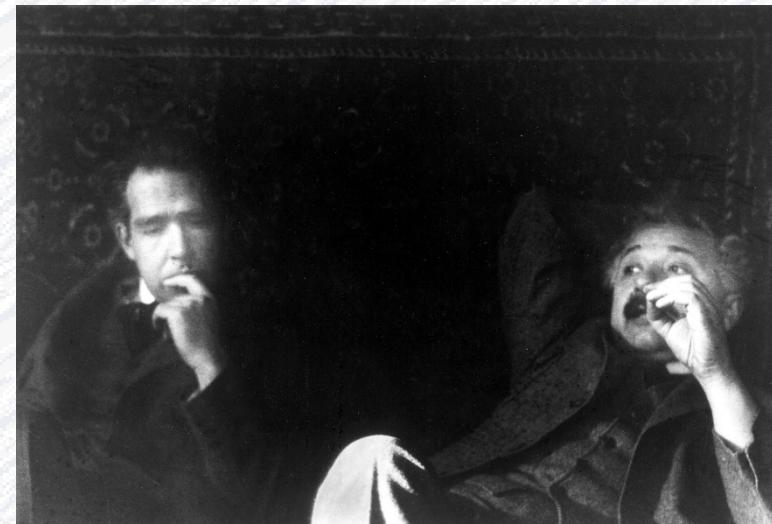
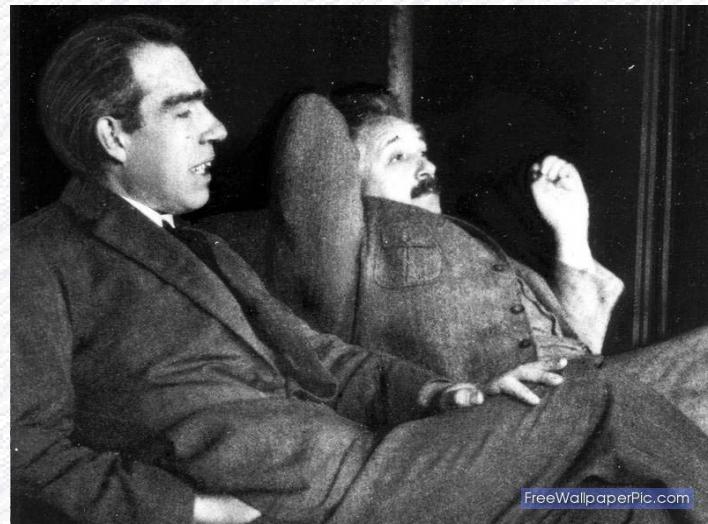
“上帝并不是跟宇宙玩扔骰子游戏。”

1957年，德布罗意：“不确定性是物理实质，这样的主张并不是完全站得住的。将来对物理实在的认识达到一个更深层次时，我们可能对概率定律和量子力学作出新的解释，即它们是目前我们尚未发现的那些变量的完全确定的数值演变的结果。……”

索尔维会议在物理学发展史上占据了重要的地位。

最负有盛名的一次会议当属1927年10月召开的第5届，世界上声名赫赫的大物理学家均有出席，对新提出的量子理论进行了探讨。参加这次会议的29人中有17人获得或后来获得诺贝尔奖。

这次会议的带头人是爱因斯坦和玻尔。爱因斯坦那时不再对海森堡的“不确定性定理”抱有幻想，声称“上帝不会掷骰子”。对此，玻尔曾回应道，“爱因斯坦，不要再告诉上帝应该怎么做！”这一争论被称为玻尔-爱因斯坦论战。



玻尔和爱因斯坦，在聊天？还是继续论战？



1927年第五届索尔威会议

二、波函数及其统计解释 (M.Born, 1926)

1. 波函数 (wave function)
2. 波函数的统计解释
3. 用电子双缝衍射实验说明概率波的含义
4. 统计解释对波函数提出的要求

4. 统计解释对波函数提出的要求

根据波函数的统计解释，它应有以下性质：

- 1) 有限性：在空间任何有限体积元 ΔV 中找到粒子的概率 ($\iiint_{\Delta V} |\Psi|^2 dV$) 必须为有限值。

- 2) 归一性：在空间各点的概率总和必须为1。

归一化条件： $\int |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1$ (Ω – 全空间)

若 $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = A$ ，则 $\int_{\Omega} \left| \frac{1}{\sqrt{A}} \Psi(\vec{r}, t) \right|^2 dV = 1$

$\frac{1}{\sqrt{A}}$ — 归一化因子

3) 单值性：波函数应单值，从而保证概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

4) 连续性：势场性质和边界条件要求波函数及其一阶导数（反映概率流）是连续的。

玻恩 (M.Born, 英籍德国人, 1882 – 1970)

由于进行了量子力学的基本研究，特别是对波函数作出的统计解释，获得了1954年诺贝尔物理学奖。

二、波函数及其统计解释 (M.Born, 1926)

1. 波函数 (wave function)
2. 波函数的统计解释
3. 用电子双缝衍射实验说明概率波的含义
4. 统计解释对波函数提出的要求
5. 自由粒子的波函数

5. 自由粒子的波函数

所谓自由，即粒子不受任何形式力的作用。

$$\because \vec{F}_{\text{外}} = 0$$

$$\therefore E = \text{const.}, \vec{P} = \text{const.}$$

$$\therefore v = \frac{E}{h} = \text{const.} \quad \lambda = \frac{h}{P} = \text{const.}$$

所以自由粒子 相当于单色波。

经典：沿+x传播的单色平面波

$$\xi(x, t) = A e^{-i(\omega t - kx)} = A e^{-i2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})}$$

最后有意义的是实部

量子：自由粒子德布罗意波波函数

将德布罗意波关系 $\nu = \frac{E}{h}$ $\lambda = \frac{h}{P}$ 代入

得

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 e^{-i2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})} = \Psi_0 e^{-i\frac{1}{\hbar}(Et - Px)}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad \text{最后有意义的是} \quad |\Psi(x, t)|^2$$

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 e^{-i 2\pi (\nu t - \frac{x}{\lambda})} = \Psi_0 e^{-i \frac{1}{\hbar} (Et - Px)}$$

反映了粒子的波粒二象性

在三维空间中运动的自由粒子的波函数

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar} (E t - \vec{P} \cdot \vec{r})}$$

自由粒子在三维空间中运动的波函数通常写成：

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} E t} = \Psi(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$$

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}} \quad \text{— 空间波函数}$$

自由粒子 $|\Psi|^2 = |\Psi_0|^2 = \text{const.}$

即严格限制了粒子的动量 ($\vec{p} = \text{const.}$), 则其位置就完全不确定了(各处概率相等)。

§ 26.6 概率波与概率幅

- 一、对物质波的理解，概率波的概念
- 二、波函数及其统计解释 (M.Born, 1926)
- 三、状态叠加原理

三、状态叠加原理

波的干涉、衍射现象的本质原因是它满足叠加原理。微观粒子所显示的波动性提示我们：波函数也应该满足叠加原理。

如果 Ψ_1 和 Ψ_2 是体系的可能状态，那么 $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$ (c_1, c_2 是复常数) 也是体系的可能状态。

态叠加原理要求态矢量随时间的演化方程 (Schrödinger 方程) 为线性、齐次方程。

若 ψ_1 和 ψ_2 是方程的解，

则 $\Psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 也是方程的解。

四、对波粒二象性的理解

粒子性

- ◆ “颗粒性”或“整体性”
- ◆ 具有集中的能量 E 和动量 \vec{P}
- ◆ 不是经典粒子！抛弃了“轨道”概念！

轨道：粒子在任意时刻都具有确定的位置和速度，从而下一时刻的位置和速度完全确定。

物质波是“概率波”

波动性

- ◆ “弥散性”“可叠加性”(干涉、衍射)
- ◆ 具有波长 λ 和波矢 $\vec{k} (= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e})$
- ◆ 不是经典波！不代表实在的物理量的波动。

波粒二象性的理解

	经典概念的特征	非经典概念的特征
粒子性	确定的质量、电荷、自旋等	没有确定的轨道
波动性	干涉、衍射等现象	振幅不直接可测

▲微观粒子在某些条件下表现出粒子性，在另一些条件下表现出波动性，而两种性质虽寓于同一客体中，却不能同时表现出来。



少女?

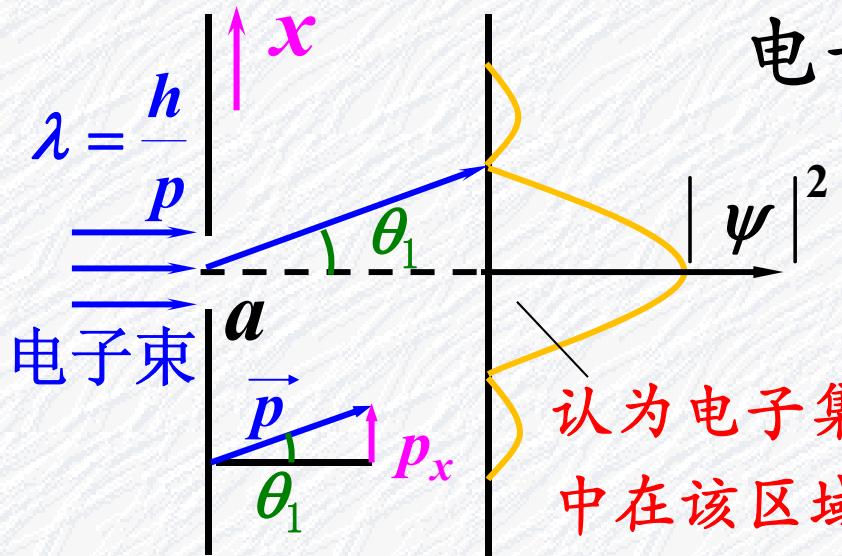
老妇?

两种图象不会
同时出现在你
的视觉中。



§ 26.7 不确定关系(uncertainty relation)

经典力学中，可用“**轨道**”来描写粒子的运动，而**微观**粒子却不行。以**电子单缝衍射**为例来分析：



电子通过狭缝时，在 x 方向

位置不确定度 $\Delta x = a$

$$0 \leq p_x \leq p \sin \theta_1$$

在 x 方向动量不确定度

$$\Delta p_x = p \sin \theta_1 = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin \theta_1$$

衍射关系 $a \cdot \sin \theta_1 = \Delta x \cdot \sin \theta_1 = \lambda$

$$\therefore \Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1} \cdot \frac{h}{\lambda} \sin \theta_1 = h$$

把其余明纹的贡献考虑在内，有： $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$

海森伯 (W. Heisenberg) 1927年由量子力学
导出了不确定关系：

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p_x \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \end{array} \right\} \geq \frac{\hbar}{2}$$

不确定关系使微
观粒子运动失去
了“轨道”概念。

粒子在客观上不能同时具有确定的坐标位置
及相应的动量。

另有关系

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

(教材P149)

自由粒子

$$\therefore E = \text{const.} \cdot \vec{P} = \text{const.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p_x \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \end{array} \right\} \geq \frac{\hbar}{2}$$

即严格限制了粒子的动量，
其位置就完全不确定了。

自由粒子在三维空间中运动的波函数

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} E t} \quad |\Psi|^2 = \text{const.}$$

各处概率相等

▲能级自然宽度和寿命的关系

设体系处于某能量状态的寿命为 Δt , 则该状态能量的不确定程度(能级自然宽度)

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t},$$

假定原子中某一激发态的寿命 $\Delta t \sim 10^{-8} \text{ s}$, 则由此给出能级宽度 $\Delta E \geq 3.3 \times 10^{-8} \text{ eV}$

存在不确定关系的一对物理量互称共轭物理量。

不确定关系是由微观粒子的固有属性决定的,与仪器精度和测量方法的缺陷无关。

宏观现象中, 不确定关系的影响可以忽略。



1932年诺贝尔物

理学奖获得者

—— 海森伯

- 德国人
- Werner Karl Heisenberg
- 1901-1976
- 量子力学的创立

【例】设子弹质量为0.01kg，枪口直径为0.5cm，试分析波粒二象性对射击瞄准的影响。

解 横向速度的不确定度为

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 10^{-2}} = 1.1 \times 10^{-30} \text{ (m/s)}$$

这可以看成是横向速度的最大值，它远远小于子弹从枪口射出时每秒几百米的速度，因此对射击瞄准没有任何实际的影响。

子弹的运动显现不出波粒二象性。

▲ 不确定性关系的应用举例

例1 给您一个全新概念：

原子中电子运动不存在“轨道”。

分析：原子线度 $\Delta r \sim 10^{-10} \text{ m}$

$$\text{若电子 } E_k = 10 \text{ eV} \quad \text{则} \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 10^6 \text{ m/s}$$

$$\text{由不确定关系有} \quad \Delta P \geq \frac{\hbar}{2\Delta r}$$

$$\Delta v = \frac{\Delta P}{m} \geq \frac{\hbar}{2m \cdot \Delta r} \approx 6 \times 10^5 \text{ m/s} \approx v$$

轨道概念不适用！代之以电子云概念。

【例2】 动能 $E_k \sim 10^8 \text{ eV}$ 的电子射入威尔逊云室，
径迹的线度 $\sim 10^{-4} \text{ cm}$ ，问“轨道”概念适用否？

解 电子横向位置的不确定度 $\Delta x \approx 10^{-4} \text{ cm}$ 。

横向动量的不确定度

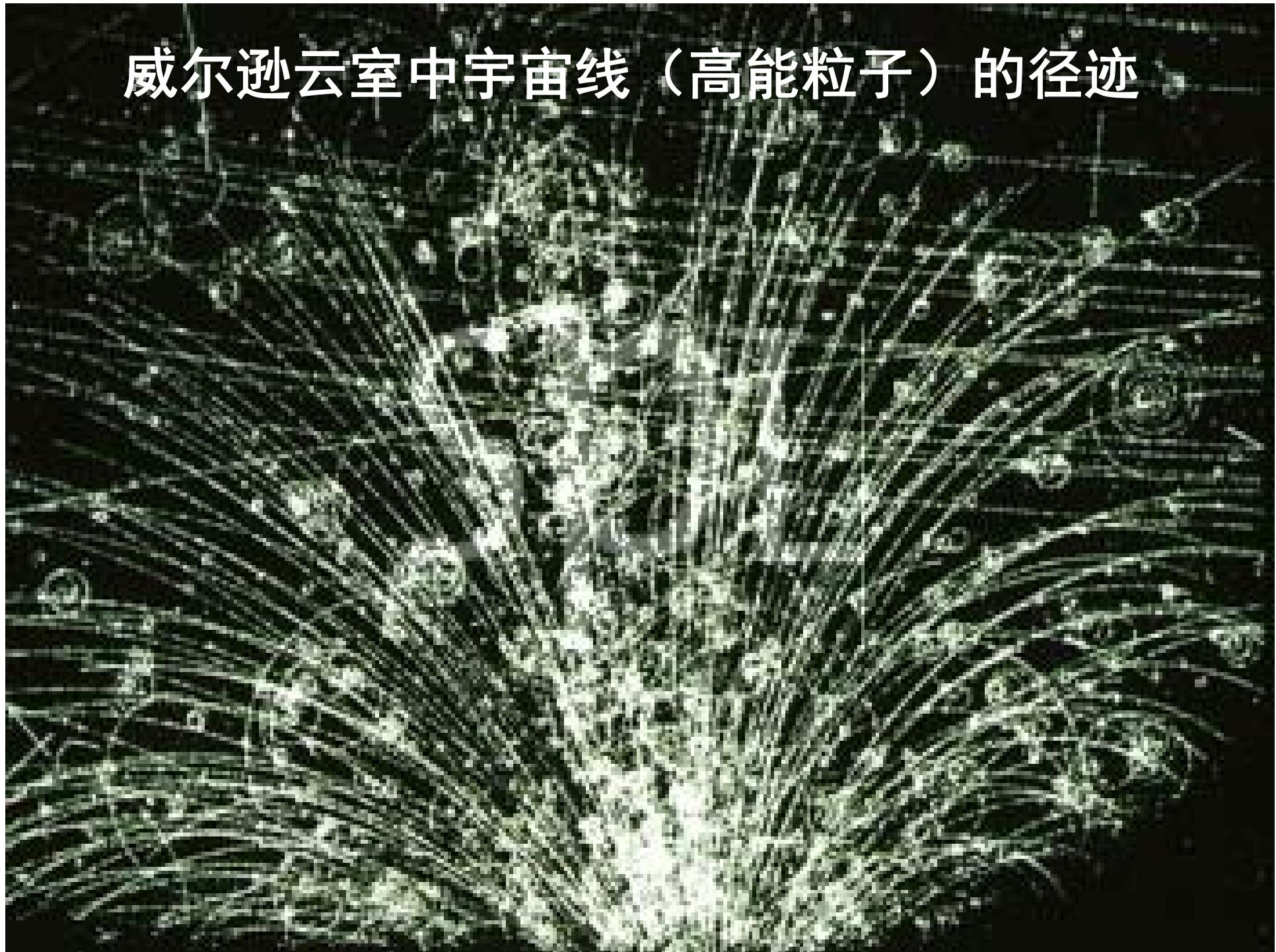
加速电子(高能粒子)

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \approx 10^{-29} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

电子动量为 $p = \sqrt{2mE_k} \approx 1.8 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

显然 $\Delta p_x \ll p$ ， Δp_x 对电子运动几乎没影响，**轨道概念仍适用**。实验上正是通过粒子在云室中留下的径迹（轨道）来探测高能粒子。

威尔逊云室中宇宙线（高能粒子）的径迹



[例3]证明原子核中不可能有电子(原子核的组成问题)

证: 假设电子禁锢在原子核内, 取核线度,

$$\Delta r \approx 10^{-14} \text{ m}$$

则电子动量不确定值为 $\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta r} \approx 5.28 \times 10^{-21} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

*p*数量级估算 $p \approx \Delta p$

$$p \approx 5.28 \times 10^{-21} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\ &\approx \sqrt{(\Delta p)^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\ &\approx 1.58 \times 10^{-12} \text{ J} \approx 10 \text{ MeV} \end{aligned}$$

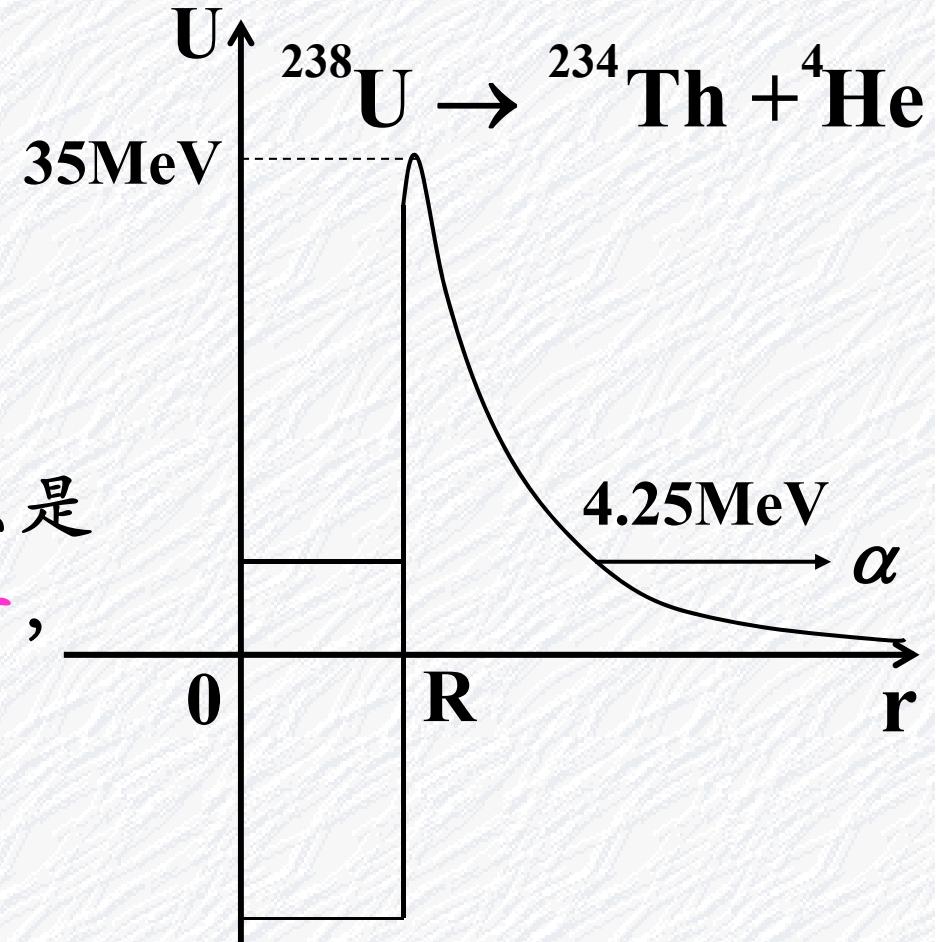
$$E_k = E - m_0 c^2 = 9.5 \text{ MeV}$$

$$E_k = E - m_0 c^2 = 9.5 \text{ MeV}$$

核的 α 衰变

- 什么样的核可以把它束缚住呢？

质子、中子在核内的动能只是上述计算值的约百万分之一，它们可以禁锢在核中。



- 结论：电子不是原子核的组成部分，不确定关系在理论上一个历史作用。

[例4] 估算光子的坐标不确定度

设光子沿 x 方向传播，波长为 λ ，波长不确定量为 $\Delta\lambda$ ，动量不确定量为 Δp_x ，位置不确定量为 Δx 。

$$\because p_x = p = \frac{h}{\lambda} , \quad \Delta p_x = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda , \quad \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\therefore \Delta x \approx \frac{h}{4\pi\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{4\pi\Delta\lambda} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} , \quad \text{此即相干长度。}$$

光子的坐标不确定量即为相应的波列的长度。

$$\text{单色光 } \Delta\lambda \rightarrow 0 , \quad \Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \rightarrow \infty , \quad (\text{波列}\infty)$$

即，若光子能量完全确定，则坐标完全不确定。₁₂₀



第26章结束