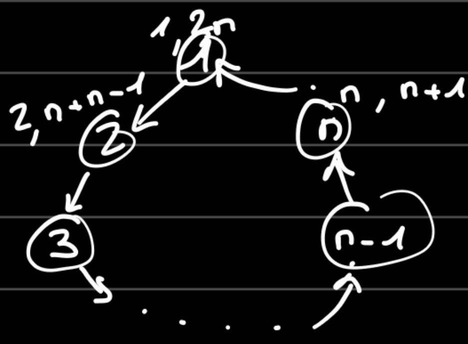
Exercice 1 :



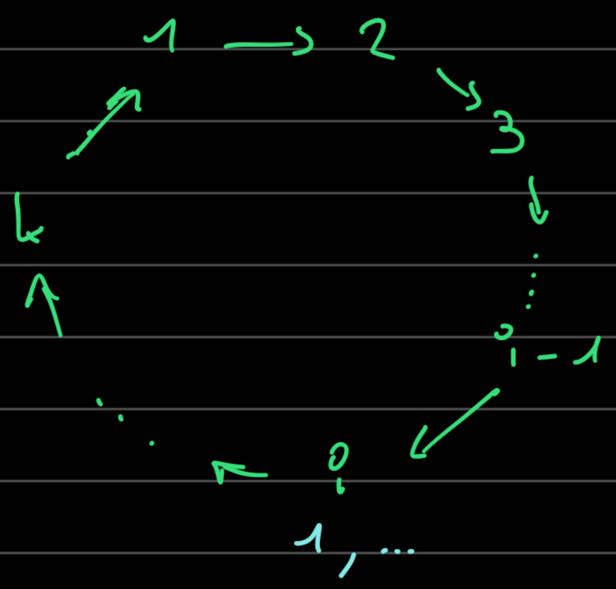
On a ici un cycle à n sommets

et u = n

v = 1

uv est bien un arc retour car

$pre(v) < pre(u) < post(v) < post(u)$



Soit i le premier sommet visité

On sait qu'il existe $i-1 \to i$ car il y a un cycle

donc $pre(i) < pre(i-1)$ (on l'a visité avant)

et évidemment $post(i-1) < post(i)$ (quand on revient) de plus $pre(i-1) < post(i-1)$

donc pour $u = i-1$ et $v = i$

$$pre(v) < pre(u) < post(u) < post(v)$$

2) Raisonnons par l'absurde

Supposons que l'on ai un tri topologique et un cycle pour notre graphe.

Soit i le sommet avec la plus petite valeur du cycle.

alors $(i-1, i) \in E \Rightarrow i-1 < i$
(par définition du tri topologique)

donc i n'a pas la plus petite valeur or c'est contradictoire.

Donc le graphe est acyclique.

3) On veut montrer que si G est acyclique alors $\exists$ un tri topologique.

Par l'absurde, supposons que post de manière décroissante n'est pas un tri topologique.

donc $\exists (s_i, s_j) \in E : post(s_i) < post(s_j)$

$(u \to v)$ avec $post(v) > post(u)$

donc uv peut être : - un arc de l'arbre
- retour

Mais si c'était un arc de l'arbre il serait nécessairement avant.
Donc c'est un arc retour
On a donc un cycle.

4) On fait un parcours en profondeur avec les valeurs de post(...) (n+m)
qu'on trie ensuite de manière décroissante puis (n.log(n))
puis on crée le graphe selon la liste triée.

5) Envoyé par mail

6) On part d'un sommet et on remonte à son(ses) parent(s) (il en existe au moins 1)
On continue jusqu'à trouver un sommet déjà parcouru. Ça arrivera car chaque sommets à un prédécesseur.

7) On commence par une source (+ petit élément, et on continue dans ce graphe sans ce sommet.

8) 9) Finir