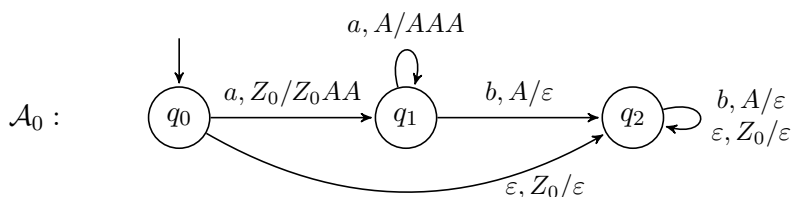


TD n°11

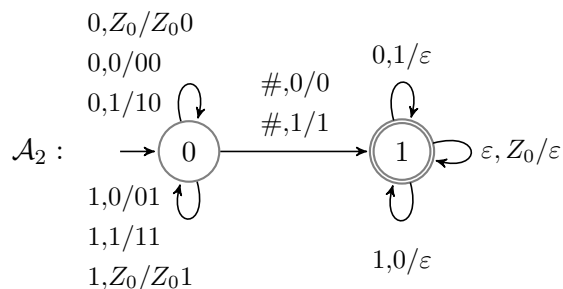
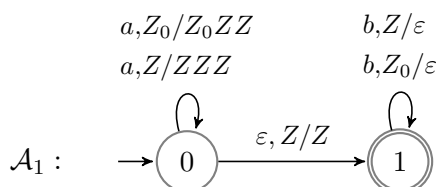
Grammaires algébriques et automates à pile

Exercice 1 Considérons l'automate à pile \mathcal{A}_0 suivant :



1. Décrire les trois plus courts calculs sur \mathcal{A}_0 qui soient acceptants.
2. Décrire le langage $\mathcal{L}(\mathcal{A}_0)$.
3. Proposer un automate \mathcal{B}_0 à deux états vérifiant $\mathcal{L}(\mathcal{A}_0) = \mathcal{L}(\mathcal{B}_0)$.
4. Proposer un automate \mathcal{B}'_0 à un seul état vérifiant $\mathcal{L}(\mathcal{A}_0) = \mathcal{L}(\mathcal{B}'_0)$.

Exercice 2 Pour chacun des automates à pile suivants, décrire le langage qu'il reconnaît, en mode d'acceptation par états d'acceptation et en mode d'acceptation par pile vide.



Exercice 3 Pour chacun des langages suivants, donner un automate à pile le reconnaissant :

1. $\mathcal{L}_1 = \{a^n b^p c^p d^n \mid n, p \geq 0\}$;
2. $\mathcal{L}_2 = \{a^n b^p \mid n \neq p\}$;
3. $\mathcal{L}_3 = \left\{ w \in \left\{ \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right], \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right] \right\}^* \mid w \text{ est bien parenthésé} \right\}$;
4. $\mathcal{L}'_3 = \left\{ w \in \left\{ \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right], \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right], \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right], \left[\begin{smallmatrix} \square \end{smallmatrix} \right] \right\}^* \mid w \text{ est bien parenthésé} \right\}$;
5. $\mathcal{L}_4 = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a = |u|_b\}$;
6. $\mathcal{L}'_4 = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a \geq |u|_b\}$;
7. $\mathcal{L}''_4 = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a = 2 \cdot |u|_b\}$.

On désigne par \tilde{w} le mot miroir de w et par $(w)_2$ l'entier dont w est la représentation binaire.

8. $\mathcal{L}_5 = \{u\#v \mid u, v \in \{0, 1\}^*, (\tilde{v})_2 = (u)_2 + 1\}$;
9. $\mathcal{M}_{2,3} = \{u\#v \mid u, v \in \{0, 1\}^*, (\tilde{v})_2 = (u)_2/3\}$, où « / » désigne la division entière.

Indication : Souvenez-vous (ou retrouvez) l'automate à trois états vu dans le cours AAL3, qui calcule le reste modulo 3 de la représentation binaire d'un entier.