COURS

① - Probabilités conditionnelles :

Soit 2 évènements :

Définition :

$P_B(A)$ (= "Proba de A sachant que B est arrivé ")

Proposition : Loi de Bayes

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Définition : 2 évènements sont indépendants si

$$P(A) = P_B(A)$$

Corollaire :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Exemple :

A : " Dé pair "

B : " Dé = 4 "

→ Ne sont pas indépendants car :

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{6}$

$P_A(B) = \frac{1}{6} / \frac{1}{2}$ ⇝ $\frac{1}{6}$ ramené s/ $\frac{1}{2}$

ou :

$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$\neq$ ⟹ pas indépendants.

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{3}$

↳ A et B ind ⟹ A et $\bar{B}$ ind

On a $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$

$= 1 - P(B)$

$= P(\bar{B})$

donc c'est vrai

↳ On lance une pièce 11 fois :

A = "Les 10 premiers lancers sont Faces."

B = "Le 11^e est Face"

$P(B) = \frac{1}{2}$ car 11^e ind des autres (pas de remises, ...)

$P_A(B) = \frac{1}{2}$

Mais c'était assez évident

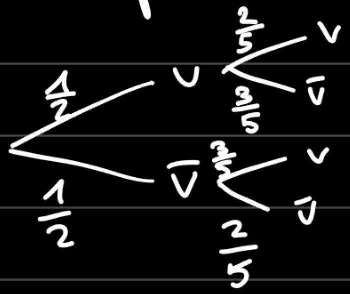
Déf : k évènements sont dits indépendants 2 à 2 (ou simplement indépendant) si E_i et E_j sont ind. (avec $i \neq j$)

TD :

Exercice 1 :

2) a. Le fait qu'il n'y ait pas de remise change l'indépendance. En effet pour le deuxième lancé dépend du premier.

→ On peut dessiner un arbre :



⇒ pas indépendant

b. idem

3) b. $P(A) = \frac{1}{4}$

$P(B) = \frac{1}{25}$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \neq P(A) \times P(B)$$

⇒ pas indépendants.

c. $P(A) = \frac{1}{6}$

→ $(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$

Exercice 2 :

1) $P(A) = \dfrac{1}{(n-1)!}$

$P(B) = \dfrac{1}{(n-1)!}$

$P(A \cap B) = \dfrac{1}{(n-2)!} \neq \dfrac{2}{(n-1)!}$

Exercice 4 :

A = " Gagner au premier tirage "