UFR d'Informatique
L3 Informatique, Math-Info et Japonais-Info

Grammaires et analyse syntaxique
Année 2024-2025

TD n°4

Langages algébriques et introduction à LL(1)

Dans tous les exercices de ce TD (sauf les deux premiers), les minuscules sont les terminaux, les majuscules sont les non-terminaux, et Z est l'axiome. Le \$ correspondra à la fin de fichier. L'axiome devra toujours avoir une unique règle du genre $Z \to S\$$.

Exercice 1 *Montrer que chacun des langages suivants est algébrique en donnant une grammaire qui l'engendre :*

— $L_1 = \{a^n b^m \mid n = 2m\}$;
— $L_2 = \{a^n b^m \mid n \neq 2m\}$;
— $L_3 = \{a^n b^m \mid n \leq m + 3\}$;
— $L_4 = \{a^n b^m \mid n \neq m - 1\}$;
— $L_5 = \{a^n b^m \mid \frac{n}{2} \leq m \leq \frac{3n}{2}\}$;

> Rappel : Soit $G = (\Sigma, N, S, P)$ une grammaire. Un non-terminal $K \in N$ est dit :
> — *productif* s'il existe $w \in \Sigma^*$ tel que $K \to^* w$.
> — *accessible* s'il existe $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup N)^*$ tels que $S \to^* \alpha K \beta$.
> Une grammaire est *réduite* si tous ses non-terminaux sont accessibles et productifs.

Exercice 2 *Réduire chacune des grammaires suivantes.*

1.
$S \to ABD \mid CA$
$A \to a$
$B \to BC \mid AB$
$C \to bB \mid c$
$D \to d$

2.
$S \to aAa$
$A \to Sb \mid bCC \mid DaA$
$C \to abb \mid DD$
$D \to aDA$
$E \to aC$

> Rappel : Soit $G = (\Sigma, N, S, P)$ une grammaire. Pour $\alpha \in (\Sigma \cup N)^*$, on définit :
>
> $$\mathrm{First}_1(\alpha) \;=\; \{c \in \Sigma \mid \exists w \in \Sigma^*,\ \alpha \to^* cw\}$$
>
> Si la grammaire G n'a pas de règle de la forme $N \to \varepsilon$, alors G est LL(1) si et seulement si pour deux règles différentes $N \to \alpha$ et $N \to \beta$, on a toujours $\mathrm{First}_1(\alpha) \cap \mathrm{First}_1(\beta) = \varnothing$.

Exercice 3 *Soit la grammaire suivante, définie sur le vocabulaire terminal* $\{b, e, i, ;, \$\}$ *:*

1. $Z \to S\$$
$S \to bT$
$T \to i;T \mid e$
Cette grammaire est-elle LL(1) *? Quel langage génère cette grammaire ?*

2. On ajoute la règle $T \to ST$
Cette grammaire est-elle LL(1) *? Donnez une dérivation de "b i; b i; i; e b e i; i; e \$"*

Exercice 4 *Soit la grammaire suivante, définie sur le vocabulaire terminal* $\{:, =, i, e, ;\}$.

$Z \to S\$$
$S \to V := e \mid LS$
$L \to i :$
$V \to i$

Cette grammaire est-elle LL(1) *? Pourquoi ? Sinon proposez une grammaire* LL(1) *qui engendre le même langage.*

Exercice 5 *Donnez les ensembles* First_1 *des membres droits de chacune des règles ci-dessous.*

$Z \to S\$$

$S \to Xa \mid f$

$X \to bX \mid YW$

$Y \to aX \mid f$

$W \to c \mid d$

Cette grammaire est-elle LL(1) *? Est-ce qu'elle est ambiguë ?*

A faire chez soi, si vous avez le temps et l'envie

Exercice 6 *Soit la grammaire suivante, définie sur le vocabulaire terminal* $\{d, g, i, p, +, -, \$\}$ *:*

$Z \to S\$$
$S \to OEF$
$O \to g \mid p$
$F \to d$
$E \to i + E \mid i - E \mid i$

Cette grammaire est-elle LL(1) *? Pourquoi ? Sinon proposez une grammaire* LL(1) *qui engendre le même langage. Construisez l'arbre de dérivation de "g i + i - i + i d\$".*

Exercice 7 *Le langage des palindromes sur* $\{0, 1\}$ *peut-il être engendré par une grammaire* LL(1) *? Justifiez, on ne demande pas une preuve mais une justification informelle.*