



# Mathématiques discrètes

## Projet : Le voiturier tête-en-l'air

**Consignes** Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par du code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

**Contenu** Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont seulement proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

**Charte de bonne conduite** Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'utilisation d'outils d'IA tels que ChatGPT est formellement interdite. L'équipe pédagogique sera très attentive à tous ces aspects lors de la correction.

**Calendrier** Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

## Bref descriptif du sujet

Il est parfois plus facile de retrouver des données si elles sont organisées selon une clé, comme les mots du dictionnaires sont triés selon leur première lettre.

Imaginez que vous ayez un parking de  $n$  places le long d'une allée à sens unique et  $n$  voitures à y garer. Le responsable du parking va attribuer à chacune des voitures un numéro de place de parking. Cependant, celui-ci est un peu tête-en-l'air et il lui arrive d'attribuer à plusieurs voitures le même numéro. Si un conducteur se voit attribué une place déjà prise, il se gare à la prochaine place disponible. Pour éviter le mécontentement des usagers, le responsable aimerait que toutes les voitures arrivent à se garer avant d'atteindre le bout de l'allée : à quel condition cela sera-t-il possible ?

Les solutions de ce problème sont appelées "fonctions de parking" (ou "fonctions de stationnement"). Cette notion a été introduite par Konheim et Weiss en 1966 pour modéliser les problèmes de collision lors de l'utilisation de fonctions de hachage construites aléatoirement.

## Bibliographie conseillée

- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction\\_de\\_parking](https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_de_parking)
- <https://www.findstat.org/ParkingFunctions>
- <http://www-math.mit.edu/~rstan/transparencies/parking3.pdf> (en anglais, surtout entre les pages 1 à 6)
- <https://www.math.tamu.edu/~cyan/Files/Yan-Final-Own-Copy.pdf> (en anglais, surtout 1.1, 1.2.1 et 1.3.1)

## Pistes de développement

1. Expliquer les critères pour qu’une attribution aléatoire des places donne une fonction de stationnement. Calculer la probabilité d’être dans ce cas.
2. Donner une formule de récurrence pour le nombre de fonctions de stationnement à  $n$  voitures.
3. Expliquer l’origine informatique de ce problème.
4. Expliquer le lien avec les arbres étiquetés (code de Prüfer)
5. Proposer et étudier des variantes de fonctions de stationnement, avec des véhicules de taille différentes par exemple.