

TD 3

Exercice 1:

On rappelle $P \Rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$

$$\begin{aligned} & \text{nnf}((P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)) \\ \Leftrightarrow & \text{nnf}([(\neg P \vee Q) \vee (Q \vee \neg P)] \wedge [\neg(Q \vee \neg P) \vee (\neg P \vee Q)]) \\ \Leftrightarrow & \text{nnf}(\neg(\neg P \vee Q) \vee (Q \vee \neg P)) \wedge \text{nnf}(\neg(Q \vee \neg P) \vee (\neg P \vee Q)) \\ \Leftrightarrow & [\text{nnf}(\neg(\neg P \vee Q)) \vee \text{nnf}(Q \vee \neg P)] \wedge [\text{nnf}(\neg(Q \vee \neg P)) \vee \text{nnf}(\neg P \vee Q)] \\ \Leftrightarrow & [(\text{nnf}(P) \wedge \text{nnf}(\neg Q)) \vee (\text{nnf}(Q) \vee \text{nnf}(\neg P))] \\ & \wedge [(\text{nnf}(\neg Q) \wedge \text{nnf}(P)) \vee (\text{nnf}(\neg P) \vee \text{nnf}(Q))] \\ \Leftrightarrow & [(P \wedge \neg Q) \vee (Q \vee \neg P)] \wedge [(\neg Q \wedge P) \vee (\neg P \vee Q)] \end{aligned}$$

Exercice 2:

$$\begin{aligned} b) \quad & \forall 1 \leq i \leq n \\ & \exists 1 \leq j_1, j_2 \leq n_i \end{aligned}$$

$$\text{rg } l_{i,j_1} = P \quad \text{et}$$

$$l_{i,j_2} = \neg P$$

avec P une formule.

$$\leadsto \bigwedge_{1 \leq i \leq n} \bigvee_{1 \leq j \leq n_i} l_{i,j}$$

c) $\bigvee_{1 \leq i \leq m} \bigwedge_{1 \leq j \leq n_i} l_{i,j} \in \text{SAT}$ ssb $\exists 1 \leq i \leq m$
 by $\forall 1 \leq j \leq n_i$
 $l_{i,j_1} \neq \neg l_{i,j_2}$