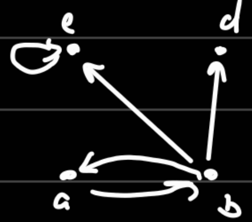
Exercice Maison :

Exercice n°1 :



1) a. Pour $\rho(x) = c$

   b. N'est pas un modèle car si $\rho(x) = d$, ce n'est pas vrai

2) a. Pour $\rho(x) = a$ et $\rho(y) = b$

   b. Pas un modèle car si $\rho(x) = b$ et $\rho(y) = d$, ce n'est pas vrai

3) a. ~~Non satisfiable car on ne trouve aucune valuations dans I qui rend la formule vraie~~

   $\rho(x) = a$ $\rho(z) = d$ ainsi si $\rho(y) = b$ $\Rightarrow$ SAT.

   Pour $\rho(x) = a$, $\rho(z) = b$, $\nexists y. \varphi \in SAT$

   b. Donc n'a pas de modèle

4) a. Soit $\rho(y) = d$, c'est vrai.

   b. Elle a un modèle car $\forall y \in D_I, \exists x. E(x,y)$ ("y admet un prédecesseur dans le graphe")

5) a. ~~Satisfiable pour $\rho(y) = c$~~ $\in$ UNSAT car il existe une val $\rho(x) \in D_I$ $\forall y\ \varphi \in$ UNSAT car on devrait avoir "$\forall z$".

   b. ~~Il faudrait pour que cela soit vrai, que chaque point soit relié à tous les autres. Or ce n'est pas le cas~~

6) a. Satisfiable pour $\rho(x) = b$

b. N'a pas de modèle car dans $D_{\mathcal{I}}$ pour $\rho(x) = d$

$\nexists y . E(d, y)$

Exercice 2:

1) Ici x est lié à droite du $\wedge$ on procède à un α-renommage:

$$\varphi \equiv R(x,y) \wedge (\exists x . R(x,x))[x'/x]$$
$$\equiv R(x,y) \wedge \exists x' . R(x',x')$$

Ainsi on peut écrire

$$\sigma(\varphi) \equiv \sigma(R(x,y) \wedge \exists x' . R(x',x'))$$
$$\equiv \sigma(R(x,y)) \wedge \sigma(\exists x' . R(x',x'))$$
$$\equiv R(f(z), g(x,y)) \wedge \exists x' . R(x',x')$$

?

2) Ici x est lié

$$\varphi \equiv \exists x . R(f(x), y)[x';x]$$
$$\equiv \exists x' . R(f(x'), y)$$

ainsi

$$\sigma(\varphi) \equiv \exists x' . R(f(x'), g(x,y))$$

3) Ici si on renomme x il deviendra lié, on doit α-renommer z.

$$\varphi \equiv \exists z . R(f(x), z)[z'/z]$$
$$\equiv \exists z' . R(f(x), z')$$

$\sigma(\varphi) \equiv \exists z'. R(F(F(z)), z')$

4) $\varphi \equiv \forall x. \exists y. R(x,y)\ [y'/y, x'/x]$
$\equiv \forall x'. \exists y'. R(x',y')$

ainsi $\sigma(\varphi) \equiv \forall x'. \exists y'. R(x',y')$

en réalité $\sigma(\varphi) \equiv \varphi$

TD 9 $\rightarrow$ 2 premiers exos.