RETOUR TD4

Exercice 3 :

a. $P_{n,i,j}$: " Il y a la valeur n dans la case i, j "

b. $\bigwedge_{k=0}^{n-1} \bigwedge_{k' \neq k}^{n} \left(\neg P_{k,i,j} \vee \neg P_{k',i,j} \right)$

↓

il y a un k et pas d'autres valeurs.
pour tout les $k \in [\![0 ; n]\!]$

b. $\varphi = \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} \left(\bigvee_{k=0}^{n-1} P_{k,i,j} \right)$

Chaque case a au moins un entier

$\varphi = \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} \bigwedge_{k=0}^{n-1} \bigwedge_{k' \neq k}^{n-1} \left(\neg P_{k,i,j} \vee \neg P_{k',i,j} \right)$

$\equiv P_{k,i,j} \Rightarrow \neg P_{k',i,j}$

Pour toutes les cases

il n'y a pas deux chiffres

" Si il y a k dans (i,j) alors il n'y a pas $k' \in [\![0, n-1]\!]$ dans i,j

Donc $\varphi \wedge \psi \equiv$ "Il y a exactement 1 nombre par cases"

c. Pour les lignes :

$$\bigwedge_{i=0}^{n} \bigwedge_{j=0}^{n} \bigwedge_{j'=j+1}^{n} \left(\bigwedge_{k=0}^{n-1} \bigwedge_{k \neq k'}^{n-1} \left(\neg P_{i,j,k} \vee \neg P_{i,j',k'} \right) \right)$$

Pour les colonnes

$$\bigwedge_{i=0}^{n} \bigwedge_{i'=i+1}^{n} \bigwedge_{j=0}^{n} \left(\bigwedge_{k=0}^{n-1} \bigwedge_{k \neq k'}^{n-1} \left(\neg P_{i,j,k} \vee \neg P_{i',j,k'} \right) \right)$$

d. $Q_{i,j,k}$: "L'entier k est dans le second carré à la pos (i,j))

e. $(P_{ijk} \wedge Q_{ijk'})$: "le couple (k,k')"

$$\bigvee_{i,j}^{n} \left(P_{i,j,k} \wedge Q_{i,j,k'} \right)$$: "le couple (k,k') existe au moins une fois dans le carré."

$$\varphi : \underbrace{\bigwedge_{k=0}^{n} \bigwedge_{k'=0}^{n}}_{n^2} \underbrace{\bigvee_{i,j}^{n} \left(P_{i,j,k} \wedge Q_{i,j,k'} \right)}_{2^{n^2}}$$

$$= n^2 2^{n^2}$$

FAIRE Ex 4.

Exercice 4:

a. $P_j \in \{ P_1, \dots, P_n \}$

On tire toutes les k+1 propositions possibles.

Si au moins 1 est fausse,
alors il y en a au plus k vraies.

$$\bigwedge_{j_1, j_{k+1} \in [\![1;n]\!]} \left(\neg P_{j_1} \vee \neg P_{j_2} \vee \dots \vee \neg P_{j_{k+1}} \right)$$

$\swarrow$

NOR pour voir si
1 est fausse
(car si une est fausse alors tout est vrai.)

TD 5

Exercice n°1 :

clauses : $\{\{P,Q,R\},\{P,\neg Q,\neg R\},\{P \vee \neg S\},\{\neg Q \vee \neg R \vee \neg S\},\{\neg P,\neg Q,R\},\{T,U\},\{T,\neg U\},\{Q,\neg T\},\{\neg R,\neg T\}\}$

s : $[P, Q, R, S]$

1) On commence par les clauses pures et unitaires

pures → apparaît sous une seule forme dans la formule.

unitaires → 1 seul prop dans la clause

$\neg S$ est pur (S n'apparaît pas) donc on peut supprimer les clauses contenant $\neg S$

clauses : $\{\{P,Q,R\},\{P,\neg Q,\neg R\},\{\neg P,\neg Q,R\},\{T,U\},\{T,\neg U\},\{Q,\neg T\},\{\neg R,\neg T\}\}$

s : $[P, Q, R, U]$

split

$\neg T$:

$\{\{P,Q,R\},\{P,\neg Q,\neg R\},\{\neg P,\neg Q,R\},\{U\},\{\neg U\}\}$

$\{ \ldots, \text{False} \}$

donc $\notin$ SAT

T :

unit

$\{\{P,Q,R\},\{P,\neg Q,\neg R\},\{\neg P,\neg Q,R\},\{Q\},\{\neg R\}\}$

↓ Q unit

$\{\{P,R\},\{P,\neg R\},\{\neg P,R\},\{\neg R\}\}$

↓ $\neg R$ unit

$\{\{\neg P\}\}$

↓ P unit

True $\in$ SAT