



Université de Paris

# Mathématiques discrètes

## Projet : Codes correcteurs

**Consignes** Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par du code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

**Contenu** Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont seulement proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

**Charte de bonne conduite** Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'utilisation d'outils d'IA tels que ChatGPT est formellement interdite. L'équipe pédagogique sera très attentive à tous ces aspects lors de la correction.

**Calendrier** Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

## Bref descriptif du sujet

Les codes correcteurs sont utilisés pour détecter et corriger les erreurs de transmission d'une information sur un canal de communication peu fiable. Ils sont basés sur la redondance : le message envoyé ne contient pas uniquement l'information à transmettre mais aussi des bits de contrôle, qui servent à vérifier si des erreurs se sont produites lors de la transmission et éventuellement à les corriger. Un exemple simple est celui du bit de parité : si on ajoute à chaque paquet de 7 bits de message un bit de parité égal au **xor** de ces bits, on crée un code dont la distance de Hamming est 2, qui permet de détecter une erreur (et d'en corriger aucune).

## Bibliographie conseillée

- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Code\\_correcteur](https://fr.wikipedia.org/wiki/Code_correcteur)
- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Somme\\_de\\_contrôle](https://fr.wikipedia.org/wiki/Somme_de_contrôle)

– [https://fr.wikipedia.org/wiki/Code\\_de\\_Hamming](https://fr.wikipedia.org/wiki/Code_de_Hamming)

## Pistes de développement

1. Expliquer le codage basé sur le bit de parité décrit ci-dessus, et montrer ses propriétés de détection/correction.
2. Donner la notion de distance de Hamming d'un code, et l'illustrer avec des exemples. Calculer le nombre minimum de bits de contrôle nécessaires pour détecter/corriger  $k$  erreurs lors de la transmission d'une information de  $m$  bits.
3. Décrire les codes de Hamming (7,4) et (15,11).
4. Écrire des programmes de codage et décodage qui implémentent un code de Hamming.