

Mathématiques discrètes

Projet : Les dés Qui-Commence

Consignes Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par du code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

Contenu Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont seulement proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

Charte de bonne conduite Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'utilisation d'outils d'IA tels que ChatGPT est formellement interdite. L'équipe pédagogique sera très attentive à tous ces aspects lors de la correction.

Calendrier Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

Bref descriptif du sujet

On souhaite concevoir deux dés pour déterminer l'ordre de passage de 2 joueurs. Chaque joueur lance un dé, et le joueur qui obtient la valeur la plus grande passe en premier. On souhaite avoir les propriétés suivantes : les joueurs n'obtiennent jamais la même valeur, et la probabilité que chaque joueur passe en premier est $1/2$ ($1/k$ si on généralise à k dés et k joueurs).

Bibliographie conseillée

- Go First Dice wiki <http://gofirstdice.ericharshbarger.org/doku.php>
- Go First Dice for Five Players and Beyond. January 2023 Recreational Mathematics Magazine 10(17) :75-87 https://www.researchgate.net/publication/367465884_Go_First_Dice_for_Five_Players_and_Beyond

Pistes de développement

1. Présenter les différents niveaux d'équité (fairness).
2. Présenter des solutions de dés pour des petites valeurs de k .
3. Expliquer l'algorithme de Kryger qui permet de vérifier la condition d'équité des permutations.
4. Expliquer comment on peut obtenir une solution pour $k + 1$ joueurs à partir d'une solution pour k joueurs. Analyser le nombre de côtés nécessaires pour construire les dés obtenus en suivant cette construction.