Ex 7 TD4 = exo type exam

Dans l'exam :
- ex combi
- ex proba
- ex graphe

} dont exo proba

TD5 :

Exercice 6 :

1) $P(\text{"au moins 1 6 en 4 lancés"}) = 1 - P(\text{"n'avoir aucun 6"})$

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$\simeq 1 - 0{,}48$$

$$\simeq 0{,}52$$

2) $P\left(\text{"au moins 2 6 en 24 lancés"}\right) = 1 - P\left(\text{" avoir un double } \cancel{\text{avoir}}\ \cancel{\text{exactement}}\ 0 \text{ ou } \cancel{1}\ \cancel{6}\text{"}\right)$

$$= 1 - \left(\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^{24} + \left(\frac{5}{36}\right) + \left(\frac{5}{36}\right)\right)$$

$$\simeq 1 - \left(0{,}01 + \frac{10}{36}\right)$$

$$\simeq 0{,}71$$

Exercice 8:

Rappel: Une clique est un s/s graphe complet

1) E_c: " Les arêtes de cette clique sont de même couleurs " → il y en a $\binom{r}{2}$

$$P(E_c) = \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^{\binom{r}{2}}}_{\text{proba toutes blanches}} \times \underbrace{2}_{\text{car on compte aussi toutes noires}}$$

2) Combien de clique de taille r ?

$\Rightarrow \binom{n}{r}$ (je choisis r sommets)

3) P(au - une clique de taille r monochrome)

$$= P\left(\bigcup E_c\right) \leq \text{nbr de clique de taille } r \times P(E_c)$$

$$\text{nbr de clique de taille } r = \binom{n}{r} \qquad P(E_c) = 2 \times \frac{1}{2}^{\binom{r}{2}} = 2^{1-\binom{r}{2}}$$

car $P(\bigcup E_i) \leq \sum E_i$

4) Si $P(\cup E_c) < 1 \Rightarrow \underbrace{1 - P(\cup E_c)}_{= P(\overline{\cup E_c})} > 0$

$$P(\overline{\cup E_c}) = \frac{\text{nb color sans } C \text{ monoch.}}{\text{nb coloriages}} > 0$$

$\Rightarrow$ nb coloriages sans C monochromes > 0

Exercice 10 :

$$P(A) = \frac{11}{36} = P(B) = P(C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$P(A \cap B) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) \times 2$

$$= 3 \times \left(\frac{11}{36}\right) - \left(\frac{2}{36}\right) \times 3 + 0$$

$$= \frac{27}{36}$$

On peut le voir aussi comme
$P(A \cup B \cup C) = P($" avoir au moins un dé qui vaut 4, 5 ou 6 "$)$

$= 1 - P($" n'avoir que 1, 2, 3 " sur les 2 dés$)$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

Exercice 11 :

1) $n!$

1.5) $P(A_i) = \dfrac{(n-1)!}{n!} = \dfrac{1}{n}$

nbr de perm fixants k elem

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_k) = \frac{(n-k)!}{n!}$$ (1 seule permutation tq $\forall i \in [\![1,k]\!]\ \sigma(i) = i$)

$$P\left(\bigcup A_i\right) = \sum_{i \in [\![1;n]\!]} P(A_i)$$

$$- P(A_1 \cap A_2) - \dots - P(A_{n-1} \cap A_n)$$

$$+ \binom{n}{2}\left(\frac{(n-2)!}{n!}\right)$$

$$- \binom{n}{3}\left(\frac{(n-3)!}{n!}\right)$$

$$+ \quad \vdots$$

$$+ (-1)^{n+1}\binom{n}{n}\left(\frac{(n-n)!}{n!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \binom{n}{i}\left(\frac{(n-i)!}{n!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \frac{1}{i!}$$

$$\underset{n \to +\infty}{\rightsquigarrow} \quad e^{-1} \simeq 0{,}367$$