TD 4

Exercice 1 :

Pour la $i$ème ligne, $k$ème colonne $\bigvee_{0 \leq j < n} l_{i,j} \vee l_{j,k} \vee l_{i+j,k+j} \vee l_{i-j,k-j}$

Et ça pour toutes les lignes et colonnes, donc

$$\bigwedge_{0 \leq i < n} \bigwedge_{0 \leq k < n} \bigvee_{0 \leq j < n} l_{i,j} \vee l_{j,k} \vee l_{i+j,k+j} \vee l_{i-j,k-j}$$

a) P : " Il y a une dame sur la case i, j "

donc on a $P_{i,j}$ avec $\begin{cases} i \in [\![1 ; n]\!] \\ j \in [\![1 ; n]\!] \end{cases}$

b) $$\underbrace{\bigwedge_{1 \leq i \leq n}}_{\text{conjonction}} \underbrace{\bigvee_{1 \leq j \leq n}}_{\text{disjonction}} P_{i,j}$$

c) $$\bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} \bigwedge_{j'=j+1}^{n} \neg (P_{i,j} \wedge P_{i,j'})$$

On évite les doublons

$$= \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} \bigwedge_{j'=j+1}^{n} \neg P_{i,j} \vee \neg P_{i,j'}$$ (en CNF)

d) $$\underbrace{\bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n}}_{\Updownarrow \; \bigwedge_{i,j}^{n}} \left(\bigwedge_{k=1}^{\min\{n-i,\, n-j\}} \left(\neg P_{i+k,\, j+k} \vee \neg P_{i,j}\right) \vee \bigwedge_{k=1}^{\min\{n-i,\, j-1\}} \left(\neg P_{i+k,\, j-k} \vee \neg P_{i,j}\right) \right)$$

Exercice 2 :

Définition :

Relations : Soit X, Y des ensembles
la relation $R = \{(x,y) \mid x \in X \text{ et } y \in Y\}$
est le produit cartésien.

Fonction partielle : Relation binaire avec
$\forall x \in X, \forall y \in Y$ ⇝ co-domaine
$(x,y) \in R \wedge (x,y') \in R$
$\Rightarrow y = y'$

$\in$ Relation

Fonction : C'est une fonction partielle
où $X_d = X$

domaine de def — domaine

Fonction surjective :
Ensemble d'arrivé (codomain) = Ensemble des val possible (range).

Fonction injective :
La fonction inverse est une fonction partielle
(chaque image à au plus 1 antécédent)

Fonction bijective :
Surjective et injective en m̂ temps.

RETOUR à EXO 2.

a) $\varphi = \bigwedge_{i=1}^{n} \bigvee_{j=1}^{m} p_{i,j}$

b) $\varphi = \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{m} \bigwedge_{\substack{j'=1 \\ j' \neq j}}^{m} \neg p_{i,j} \vee \neg p_{i,j'}$

c) C'est une fonction de A vers B.

d) $\Theta = \bigwedge_{j=1}^{m} \bigvee_{i=1}^{n} P_{i,j}$

e) $\xi = \bigwedge_{j=1}^{m} \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{\substack{i'=1 \\ i' \neq i}}^{n} \neg P_{i,j} \vee \neg P_{i,j'}$

f) $\varphi \wedge \psi \wedge \Theta$ = Fonction surjective car $\forall a \in A,\ f(a) \in B$

$\varphi \wedge \psi \wedge \xi$ = Fonction injective car il y a au plus un antécédent pour chaque élément de B.

$\varphi \wedge \psi \wedge \Theta \wedge \xi$ = Fonction bijective car injective et surjective