TD n°11

Exercice 1:

1) distribuer_naïf (M, T):

pour $\forall r \in T$:

- $j_{min} = 1$
- pour $\forall m \in M$:
  - si $T_m < T_{j_{min}}$:
    - $j_{min} = m$
- ajouter r à j_{min}

$\Rightarrow O(n \cdot m)$

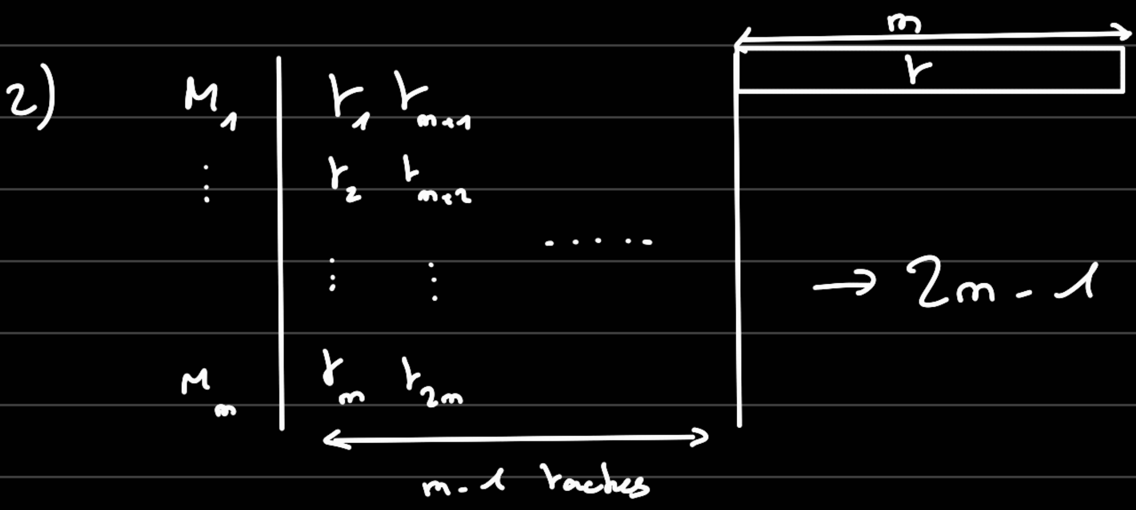
Une optimisation est:

P: file prio (en tas binaire)
$j \leftarrow pop(P)$
$Push(j, T_j + t_j, P)$

} à la place du $\forall m \in M$

$\Rightarrow O(n \cdot \log(m))$

2)



en version opt :

M_1 [m]

r_1 . . . . r_m

⋮ $\Longrightarrow$ m

M_m r_{m+1} r_{2m}

On a $\frac{2m-1}{m} \leqslant 2$ donc 2-approx.

3) Si on répartit tout équitablement, chaque machines a $\frac{1}{m}\sum_j r_j$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j = \sum_{k=1}^{n} \underbrace{T_k}_{\leq T^*} \leqslant \sum_{k=1}^{m} T^* = mT^*$$

$$\Rightarrow \quad T^* \geqslant \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} r_j$$

5) On affecte j à i

$\Rightarrow$ M_i avait la charge min à ce moment là.

$$(T_i - t_j) \leqslant T_k$$

$$\sum_{k=1}^{m} (T_i - t_j) \leqslant \sum_{k=1}^{m} T_k$$

$$m(T_i - t_j) \leqslant \sum_{k=1}^{m} T_k$$

$$T_i - t_j \leqslant \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} T_k$$

6) $$T = T_j \leqslant r_j + \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} T_k$$

$$\leqslant r_{j_{max}} + \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} T_k$$

$$\leqslant T^* + \frac{1}{m}\underbrace{\sum_{k=1}^{m} T_k}_{\sum_{j=1}^{n} r_j}$$

$$\leqslant T^* + T^*$$

$$\leqslant 2\,T^*$$

$\Rightarrow$ Notre algorithme est une 2 approximation.