Retour TD 5

Exercice 3 :

1) $P_{i,j}$: "Le pigeon i est dans le tiroir j"

On cherche à avoir une proposition totalement indépendante des autres propositions.

2) $$\varphi = \bigwedge_{i=1}^{k} \underbrace{\underbrace{\left(\bigvee_{j=1}^{n} P_{i,j} \right)}_{\text{Le pigeon } i \text{ est dans au moins un tiroir.}}}_{\text{Les pigeons } [\![1;k]\!] \text{ sont chacun dans au moins 1 tiroir.}}$$

3) "Il y a au plus 1 pigeon dans le tiroir j" :

$P_{x,j} \Rightarrow \neg P_{y,j}$ (et ce pour toutes paires (x,y) de pigeon pour tous les tiroirs.

$$\psi = \bigwedge_{j=1}^{n} \left(\bigvee_{i=1}^{k} \neg P_{i,j} \right)$$

4) $(P_{1,1} \vee P_{1,2}) \wedge (P_{2,1} \vee P_{2,2}) \wedge (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee \neg P_{2,2})$

Simpl par $P_{1,1}$ $\downarrow$

$$(P_{2,1} \vee P_{2,2}) \wedge (\neg P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee \neg P_{2,2})$$

Unit $(\neg P_{2,1})$ $\downarrow$

$$(\neg P_{1,2} \vee \neg P_{2,2}) \wedge P_{2,2}$$

$$\downarrow$$

$$\neg P_{1,2}$$

Donc vrai.

TD6:

Exercice 2:

1) • $(A_1 \vee A_2) \wedge (B_1 \vee B_2)$ = chaque pigeon est dans 1 tiroir

• $(\neg A_1 \vee \neg A_2) \wedge (\neg B_1 \vee \neg B_2)$ = 1 pigeon est dans au plus 1 tiroir

• Le reste exprime qu'un tiroir ne contient qu'un pigeon.

2) $NNF(\neg\varphi) \equiv NNF\big(\neg\big((A_1 \vee A_2) \wedge (B_1 \vee B_2) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_2) \wedge (\neg B_1 \vee \neg B_2) \wedge (\neg A_1 \vee \neg B_1) \wedge (\neg A_2 \vee \neg B_2).\big)\big)$

$\equiv NNF(\neg(A_1 \vee A_2)) \vee NNF(\neg(B_1 \vee B_2)) \vee \dots \vee NNF(\neg(\neg A_2 \vee \neg B_2))$

$\equiv (\neg A_1 \wedge \neg A_2) \vee (\neg B_1 \wedge \neg B_2) \vee (A_1 \wedge A_2) \vee (B_1 \wedge B_2)$
$\vee (A_1 \wedge B_1) \vee (A_2 \wedge B_2)$

$\equiv (\neg A_1 \wedge \neg A_2) \vee (A_1 \wedge A_2) \vee (\neg B_1 \wedge \neg B_2) \vee (B_1 \wedge B_2)$
$\vee (A_1 \wedge B_1) \vee (A_2 \wedge B_2)$

$\equiv 1 \vee \dots$

$\equiv 1$

3)