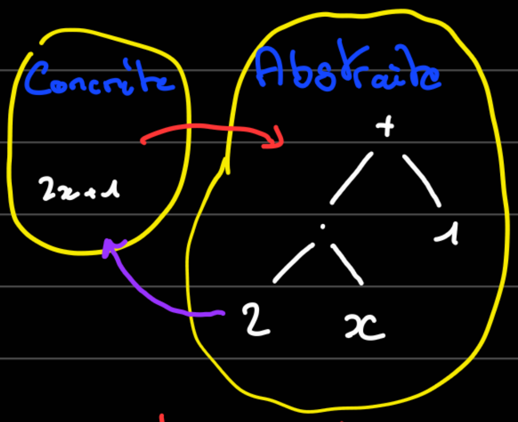
Logique

2. Synthaxe de la LP

Synthaxe



→ : analyse synthaxique

→ : mise en forme

On écrit sous forme concrète mais on réfléchis toujours avec la forme abstraite.

Sémantique

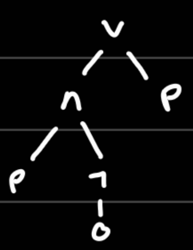
$$[\![2\cdot x + 1]\!]^{[3/x]} = 7$$

Ça c'est la notation usuelle

Autre exemple:

Concrète : $(P \wedge \neg Q) \vee P$

Abstraite :



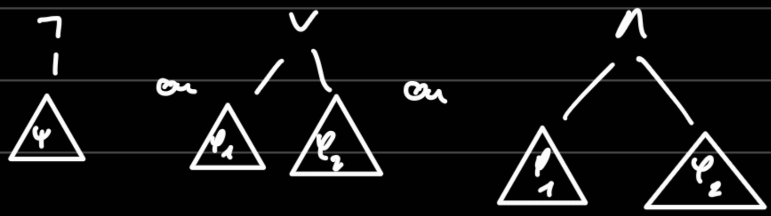
Sémantique :

$$[\![(P\wedge\neg Q)\vee P]\!]^{[1/P,\ 0/Q]} = 1$$

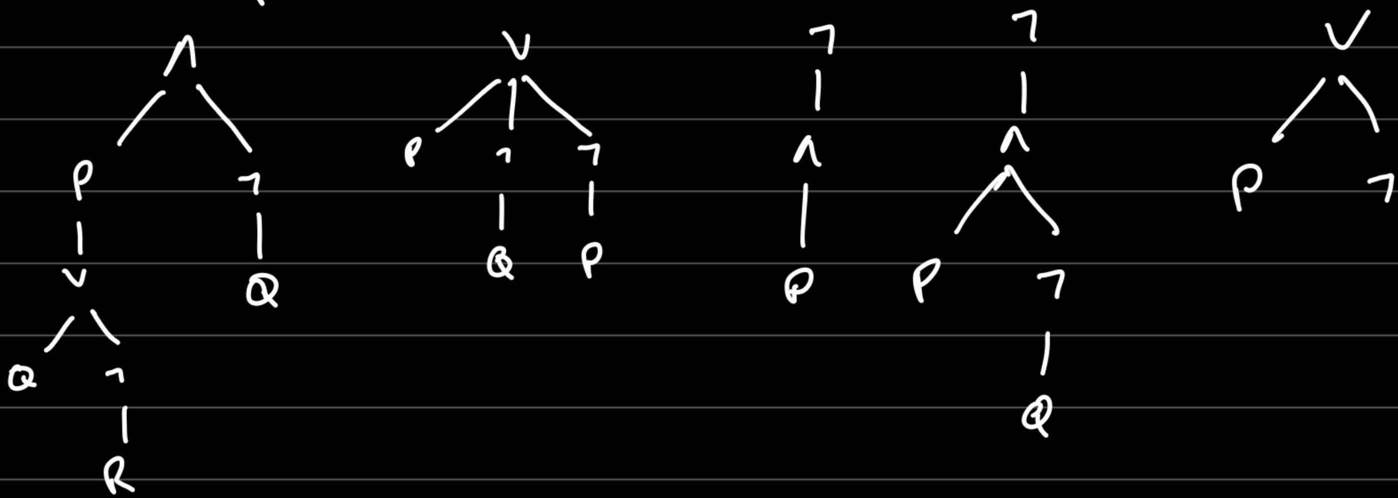
Une formule propositionnelle est un arbre

de la forme

$P \in \mathcal{P}_0$ ou



Exemples :



Oui. NON NON Oui. NON

Définition: La sémantique $[\![\varphi]\!]^I \in \mathbb{B}$ d'une formule propositionelle φ dans une interpretation I définie inductivement par

$$[\![p]\!]^I \overset{def}{=} I(p) \quad (\text{ou } p^I)$$
$$[\![\neg\varphi]\!]^I \overset{def}{=} \text{not}\left([\![p]\!]^I\right)$$
$$[\![\varphi \vee \psi]\!]^I = [\![\varphi]\!]^I \text{ or } [\![\psi]\!]^I$$
$$[\![\varphi \wedge \psi]\!]^I = [\![\varphi]\!]^I \text{ and } [\![\psi]\!]^I$$

Définitions Une interpretation I satisfait une formule propositionelle φ ssi $[\![\varphi]\!]^I = 1$
on note « $I \models \varphi$ »

Inductivement :

$I \models p$ ssi $p^I = 1$
$I \models \neg p$ ssi $I \not\models p$
$I \models \varphi \vee \psi$ ssi $I \models \varphi$ ou $I \models \psi$
$I \models \varphi \wedge \psi$ ssi $I \vdash \varphi$ ou $I \models \psi$