UFR d'Informatique
L3 Informatique, Math-Info et Japonais-Info

Grammaires et analyse syntaxique
Année 2024-2025

TD n°3

Grammaires et langages algébriques

Exercice 1 *Soit $\mathcal{G}_1$ la grammaire donnée par les règles suivantes, où les capitales sont des non-terminaux, les autres caractères sont des terminaux, et S est l'axiome de $\mathcal{G}_1$.*

$$S \longrightarrow F \qquad S \longrightarrow (F + S) \qquad F \longrightarrow \mathtt{b}$$

1. *Donner une dérivation gauche pour les mots* $(\mathtt{b}+\mathtt{b})$ *et* $(\mathtt{b}+(\mathtt{b}+\mathtt{b}))$.
   Donner une dérivation droite pour le mot $(\mathtt{b}+\mathtt{b})$.
2. *Les mots* ε, $\mathtt{b}$, $(\mathtt{b})$, $(\mathtt{b}+\mathtt{b}))$, *et* $((\mathtt{b}+\mathtt{b})+\mathtt{b})$ *appartiennent-ils au langage* $L(\mathcal{G}_1)$ *?*
3. *Donner les arbres de dérivation pour les mots* $(\mathtt{b}+\mathtt{b})$ *et* $(\mathtt{b}+(\mathtt{b}+\mathtt{b}))$.

Exercice 2 *On considère la grammaire* $\mathcal{G}_2 : T \longrightarrow \mathtt{aa}T\mathtt{c} \mid \mathtt{a}T\mathtt{ccc} \mid \mathtt{cc}$.

1. *Donner les six mots les plus courts de* $L(\mathcal{G}_2)$.
2. *Montrer que* $\mathcal{G}_2$ *est ambiguë.*
3. *Proposer une grammaire non-ambiguë engendrant* $L(\mathcal{G}_2)$.
4. *Donner une description ensembliste de* $L(\mathcal{G}_2)$.
5. *Trouver deux mots (distincts) de* $L(\mathcal{G}_2)$ *de même longueur.*

Exercice 3 *Décrire les langages engendrés par les grammaires suivantes (S : axiome, capitales : non-terminaux, autres : terminaux) :*

1. $S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}S\mathtt{b} \mid \mathtt{a} \mid \mathtt{b} \mid \varepsilon$
2. $S \longrightarrow [S]S \mid \varepsilon$
3. $S \longrightarrow (S \mid (S)S \mid \varepsilon$

Est-ce que ces grammaires sont ambiguës ou pas ?

Exercice 4 *Montrer que chacun des langages suivants est algébrique en donnant une grammaire qui l'engendre :*

1. $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}$;
2. $L_2 = \{a^n b^m \mid m \geqslant n \geqslant 0\}$;
3. $L_3 = \{a^n b^* c^n \mid n \geqslant 0\}$;
4. $L_4 = \{a^n b^m c^k \mid n = m + k\}$;
5. $L_5 = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geqslant 0\}$;
6. $L_6 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w$ *n'est pas un palindrome*$\}$.

L'un de ces langages est-il rationnel ?

Exercice 5 *Soit L le langage sur $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ de tous les mots ne contenant pas le facteur* `001`.

1. *Donner une expression rationnelle $\mathcal{E}$ qui dénote L.*
   En déduire une grammaire $\mathcal{G}_{\mathcal{E}}$ qui engendre L.
2. *Construire un automate déterministe qui reconnait L, puis le système Σ associé.*
   En déduire une grammaire $\mathcal{G}_{\Sigma}$ qui engendre L.

Exercice 6 *Construire une grammaire pour le langage $\{a^n b^n c^* \mid n \geqslant 0\} \cup \{a^* b^n c^n \mid n \geqslant 0\}$. Montrer que cette grammaire est ambiguë.*

Exercice 7 *Utiliser la forme de Backus–Naur* **non étendue** *qui correspond à la déclaration (avec ou sans initialisation) d'un attribut de type objet en Java : on se limitera au cas où l'initialisation se fait avec un* `new` *ou une affectation à partir d'un autre attribut. Les arguments du constructeur seront uniquement des constantes de type* `int` *ou* `String` *ou des variables.*
Par exemple, devront être reconnues les déclarations suivantes :

```
Object obj = new Bidule(12, "abc", n);
private static Bidule bid;
public Truc tr = obj;
```

On a les terminaux id (pour les identifiants), entier pour les valeurs entières, chaine pour les chaînes de caractères (`"abc"` *par exemple).*

Utiliser finalement la forme de Backus–Naur étendue pour faire la même chose.

Exercice 8 *Exactement une des grammaires ci-dessous est ambiguë, laquelle ?*

$\mathcal{H}_1 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}$	$\mathcal{H}_2 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b}S\mathtt{b} \mid \mathtt{b}$	$\mathcal{H}_3 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b}S\mathtt{b} \mid \epsilon$
$\mathcal{H}_4 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}$	$\mathcal{H}_5 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b}S\mathtt{a} \mid \mathtt{a}$	$\mathcal{H}_6 : S \longrightarrow \mathtt{a}S\mathtt{a}S\mathtt{b} \mid \mathtt{b}$