第3回輪講資料　『ロボット制御基礎論』　pp.11-38

著者: 吉川恒夫
担当: 脇本 怜奈

March 18, 2025

概要

2.1　物体の位置と姿勢

2.1.1　物体座標系

基準座標系を $\sum_A$, 原点を O_A, 直交する 3 軸を X_A, Y_A, Z_A とする。

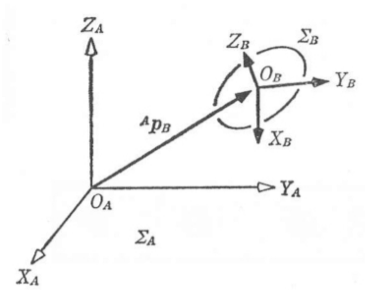

Figure 1: 図 2.1: 基準座標系と物体座標系

2.1.2　回転行列

回転行列を

$$ {}^A\boldsymbol{R_B} = \begin{bmatrix} {}^A\boldsymbol{x}_B & {}^A\boldsymbol{y}_B & {}^A\boldsymbol{z}_B \end{bmatrix} \tag{1}$$

と表現する。${}^A\boldsymbol{x}_B$, ${}^A\boldsymbol{y}_B$, ${}^A\boldsymbol{z}_B$ は互いに直交する単位ベクトルであるので、以下の式 (2.3)(2.4) を満たす。

$$ ({}^A\boldsymbol{R_B})^T ({}^A\boldsymbol{R_B}) = \boldsymbol{I}_3 \tag{2}$$

$$ {}^A\boldsymbol{R_B}^{-1} = ({}^A\boldsymbol{R_B})^T \tag{3}$$

つまり、回転行列 ${}^A\boldsymbol{R_B}$ は直交行列の性質を持ち、座標変換に用いられる。

2.1.3 オイラー角

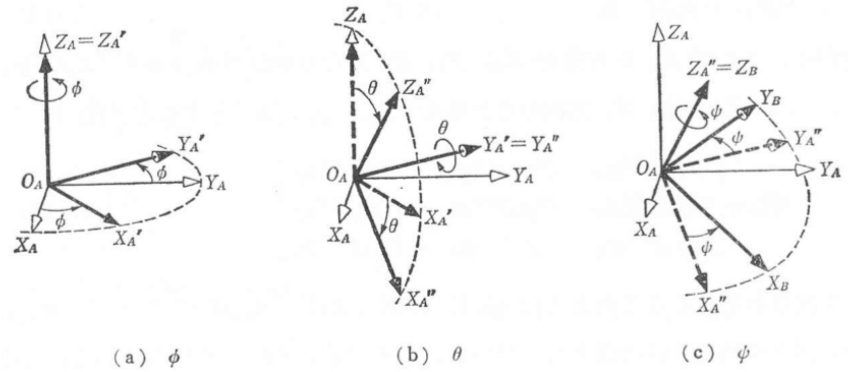

Figure 2: 図 2.4: オイラー角

オイラー角を用いた制御では、図 4 に示すように物体の姿勢を 3 つの回転角の組であるオイラー角 (ϕ, θ, ψ) で表す。オイラー角が与えられたときの回転行列 ${}^A\boldsymbol{R_B}$ は一意に定まる。${}^A\boldsymbol{R_B}$ を式 (2.20) に示す。

$$
{}^A\boldsymbol{R_B} = \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta C_\psi - S_\phi S_\psi & C_\phi C_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta \\ S_\phi C_\theta C_\psi + C_\phi S_\psi & -S_\phi C_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta \\ -S_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & C_\theta \end{bmatrix} \tag{4}
$$

次に、任意の ${}^A\boldsymbol{R_B}$ から対応するオイラー角を定める。${}^A\boldsymbol{R_B}$ を式 (2.22) のように定める。

$$
{}^A\boldsymbol{R_B} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \tag{5}
$$

atan 2 を

$$
\mathrm{atan2(a, b) = arg(b + ja)} \tag{6}
$$

とすると、$R_{13}^2 + R_{23}^2 \neq 0$ なら

$$
\theta = \mathrm{atan2}\left(\pm\sqrt{R_{13}^2 + R_{23}^2}, R_{33}\right) \tag{7}
$$

$$
\phi = \mathrm{atan2}\left(\pm R_{23}, \pm R_{13}\right) \tag{8}
$$

$$
\psi = \mathrm{atan2}\left(\pm R_{32}, \mp R_{31}\right) \tag{9}
$$

2.1.4 ロール・ピッチ・ヨー角

オイラー角による姿勢表現では $Z_a^{''}$ 軸周りに角度 ψ 回転させたが、ロール・ピッチ・ヨー角による姿勢表現では $X_a^{''}$ 軸周りに角度 ψ 回転させる。この様子を図 (2.6) に示す。

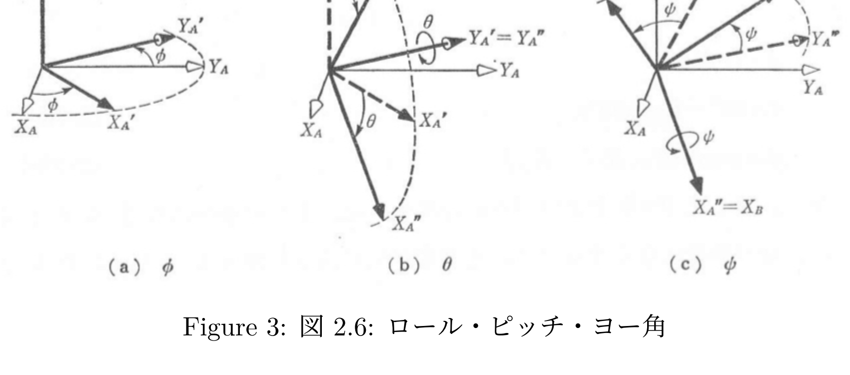

Figure 3: 図 2.6: ロール・ピッチ・ヨー角

2.2　座標変換

2.2.1　同次変換

2 つの座標系 $\sum_A$ と $\sum_B$ について、$\sum_A$ の座標系の位置を ${}^A\mathbf{r}$, $\sum_B$ の座標系の位置を ${}^B\mathbf{r}$, $\sum_B$ の $\sum_A$ に対する位置を ${}^A\boldsymbol{p_B}$、姿勢の回転行列を ${}^A\boldsymbol{R_B}$ とすると

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & {}^A\boldsymbol{R_B} & & {}^A\boldsymbol{p_B} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} \triangleq {}^A\ \boldsymbol{R_B} \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

と表される。

2.3　関節変数と手先位置

2.3.1　一般的関係

2.3.2　リンクパラメータ

2.3.3　リンク座標系

2.3.4　順運動学問題の解