2020离散期末测试

2021年6月12日　　20:48

1. $(p \wedge q) \to r$　　主析取范式

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r$　　$m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$

$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee r$　　成真赋值

$\quad\ \ 1 \quad\ 1 \quad 0$

$\Leftrightarrow M_6$ (合取)

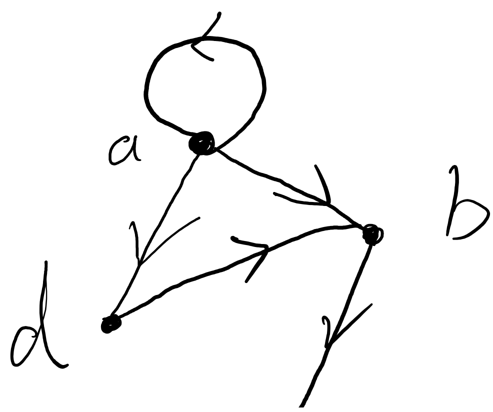
p	q	r
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	1

2、

(1) 关系矩阵：

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

(2) 关系图：



<3> ① $\langle b, b\rangle \notin R$：非自反

② $\langle a, a\rangle \notin R$：非反自反

③ $\langle a, b\rangle \in R$，$\langle b, a\rangle \notin R$

∴ 非对称，为反对称

④ $\langle a, c\rangle \subseteq R \circ R$

$\langle a, c\rangle \notin R$

∴ 非传递

3. <1> 单位元 e 为 0

<2> 2 因 $2^{-1} - 2 + 3^{-1} \bmod 6 = 0$

<2> $3 \oplus 3^{-1} = 3 + 3^{-1} \bmod 6 = 0$

$\therefore 3^{-1} = 3$

<3> $(4+4+4) \bmod 6 = 0$

$\therefore |4| = 3$

4、<1> 单位元为 1

$1 \times 1^{-1} \bmod 5 = 1$ $\therefore 1^{-1} = 1$

$2 \times 2^{-1} \bmod 5 = 1$ $2^{-1} = 3$

$3 \times 3^{-1} \bmod 5 = 1$ $3^{-1} = 2$

$4 \times 4^{-1} \bmod 5 = 1$ $4^{-1} = 4$

<2>

$1 \times 1 \bmod 5 = 1$ $|1| = 1$

$2^4 \bmod 5 = 1$ $|2| = 4$

$3^4 \bmod 5 = 1$ $|3| = 4$

$4^2 \bmod 5 = 1$ $\quad |4| = 2$

$\langle 3 \rangle$ 生成元：2，3

$2^4=1 \quad 2^5=2 \quad 2^3=3 \quad 2^6=4$

$G=\{2^4, 2^5, 2^3, 2^6\}$

$3^4=1 \quad 3^3=2 \quad 3^5=3 \quad 3^2=4$

$G=\{3^4, 3^3, 3^5, 3^2\}$

5、$\begin{cases} 度 = 边 \times 2 \\ 点 = 边 + 1 \end{cases}$

设 n 顶点，m 边，x 2 个点

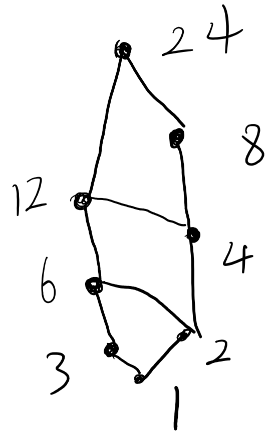
$\begin{cases} n = 4 + x \\ m = n - 1 = 3 + x \end{cases}$

$$\begin{cases} m = n-1 = 3+x \\ 2m = 1\times 2 + 2\times 3 + 1\times 4 + x \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 6 \quad n = 10$

6. 中序：((hdi)be)acf(g)

后序：((hid)eb)(fgc)a

7. 

极大元：24

极小元：1

8. 略

9. ① $(p \wedge q) \rightarrow r$ 前提

1

① $(p\wedge q)\to r$ 前提

② $r\to s$ 前提

③ $\neg s$ 前提

④ $\neg r$ ②③ 拒取

⑤ $\neg(p\wedge q)$ ④① 拒取

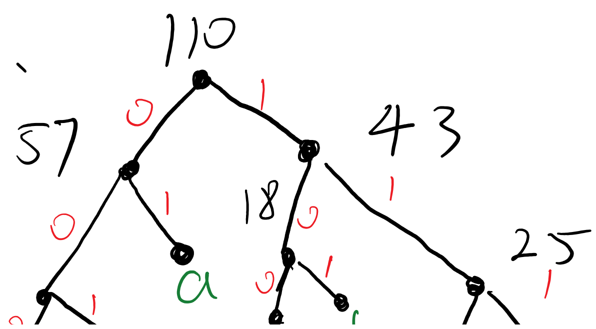
⑥ $\neg p\vee\neg q$ ⑤ 置换

⑦ $p\to\neg q$ ⑥ 置换

⑧ q 前提

⑨ $\neg p$ ⑦⑧ 拒取

10、

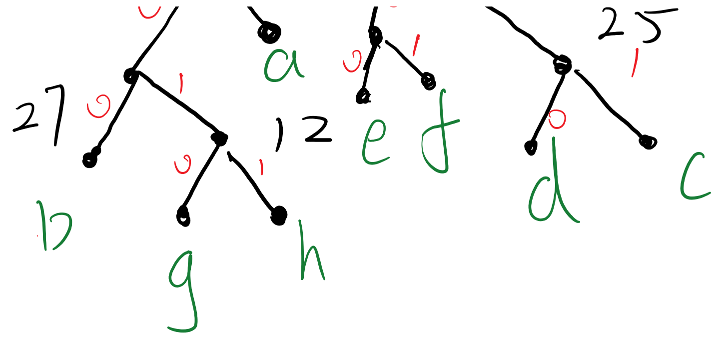


a : 01

b : 000

c : 111

d : 11?



d : 110

e : 100

f : 101

g 0010

h : 0011

11: 邻接矩阵

$$
A = \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cccc} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{array} \end{array}
$$

$$
A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
A^3 = v_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$R = {}_{v_2}\begin{bmatrix} 4 & 0 & & \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} & & & V_4 \end{array}$$

<1> 0

<2> 1+1+1=3

<3> 6+11+14=33

12.

答案解析

证明：1）若a属于S（集合），则显然(a,a)属于S，取c=a即可，所以S有自反性

2）若(a,b)属于S，则存在c有(a,c),(c,b)都属于R，由对称性(b,c),(c,a)都属于R，则(b,a)属于S，S有对称性

3）若(a,b),(b,c)属于S，则存在d使得(b,d),(d,c)都属于R，根据R的传递性(a,d)属于R，又（d,c)属于S，所以(a,c)属于S，即S有传递性

因此，S是一个等价关系