

1 ▶ **(Plano amostral geral)** Seja $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\}$ uma população finita de tamanho $N = 3$ e $\mathbf{Y} = \{1, 2, 3\}$ o vetor da característica populacional renda bruta (mensal em salários mínimos) familiar. Suponha que o seguinte plano amostral é implementado $p(s_1) = p(\{1, 2\}) = \frac{1}{2}$, $p(s_2) = p(\{1, 3\}) = \frac{1}{4}$ e $p(s_3) = p(\{2, 3\}) = \frac{1}{4}$.

- Determine as probabilidades de inclusão de primeira e segunda ordem. Determine se o plano amostral induzido pelo esquema de amostragem proposto é mensurável?
- Forneça a distribuição de probabilidades do estimador de Horvitz-Thompson \hat{t}_π para o total populacional da renda bruta (mensal em salários mínimos) familiar.
- Determine a variância do estimador de Horvitz-Thompson \hat{t}_π para o total populacional da renda bruta (mensal em salários mínimos) familiar sob este plano amostral.

2 ▶ **(Plano amostral AASs)** Uma amostra aleatória simples e sem substituição de 5 pessoas foi selecionada de uma população de 100 trabalhadores da empresa LInCaTech. Foram coletadas as informações sobre a Renda mensal em milhares de reais (Renda) e o sexo do trabalhador. Com as informações da tabela 1 estime:

- A renda média dos trabalhadores. Estabeleça um intervalo de 95% para a renda média.
- A renda total dos trabalhadores. Estabeleça um intervalo de 95% para a renda total.

ID	Sexo	Renda
1	Fem	1
2	Mas	2
3	Fem	3
4	Fem	4
5	Mas	5

Tabela 1: Tabela de Informações dos empregados na amostra

3 ▶ **(Amostragem Bernoulli)** Seja s uma amostra obtida de um plano amostral de tipo Bernoulli com probabilidades de inclusão $\pi_k = \pi$ para todo $k \in U$ (população). Seja n_s o tamanho de amostra da amostra s . Mostre que a probabilidade condicional de se obter s dado n_s é a mesma que a probabilidade obtida por uma amostragem aleatória simples sem substituição de tamanho fixado n_s de N (Tamanho da população).

4 ▶ **(Amostragem Sistemática)** Suponha uma população de 7 elementos cujos valores para a característica de interesse sejam dados por $\mathbf{Y} = \{1, 3, 5, 7, 6, 4, 2\}$. Calcular a variância do estimador de Horvitz-Thompson para o total populacional em um plano amostral sistemático com $a = 2$ grupos. Para esse caso específico, o plano amostral sistemático é mais eficiente do que o plano amostral aleatório simples sem reposição? Explique.

5 ▶ **(Amostragem estratificada)** A Tabela 2 contém as informações do gasto mensal em serviços públicos de uma amostra aleatória estratificada de 120 famílias na cidade de Salvador a qual foi geograficamente dividida em três estratos: Norte, Centro e Sul.

Estime o gasto total de toda a população e estabeleça um intervalo de confiança de 95% para o total populacional.

Estatísticas	Estratos		
	Norte (1)	Centro (2)	Sul (3)
N_h	4000	6000	10000
W_h	0,3	0,2	0,5
n_h	40	36	44
\bar{y}_h	1,2	2,4	0,6
\bar{Y}_h	9600	7200	6000
s_h^2	0,36	1,21	0,04
$\text{Var}(\bar{y}_h)$	0,000993	0,004404	0,000226

Tabela 2: Informações do gasto familiar mensal em serviços públicos (em salários mínimos) a partir de uma amostra aleatória simples estratificada na cidade de Salvador.