# 大作业二

廖汶锋无研 2312023270010

2023年12月19日

模型构建

|  |
| --- |
|  |
| 1. 四层平行波导的分层标记 |

如图 1 所示，把光栅均匀分成 *N* 层，每一层的高度为 Δ*h* *=* *h/N* 。以阿拉伯数字标记所有的层，原来的第 *I* 层记为第 1 层，光栅的 *N* 层沿 *z* 轴反方向依次记为第 2、3、……、*N+*1 层，没有光栅的第 II 层、第III 和 IV 层依次记为第 *N*+2 、 *N*+3 和 *N*+4 层。

|  |
| --- |
|  |
| 1. 光栅空间内，第 *i* 层 (2 ≤ *i* ≤ *N*+1) 的结构 |

考察第 *i* 层 (1 ≤ *i* ≤ *N*+4) 的均方折射率 ：对于第 1 、 *N*+2 、 *N*+3 和 *N*+4 层来说，平均折射率就是层内折射率 *nI* 、 *nII* 、*nIiI* 和 *nIV* ；对于第*i* 层 (2 ≤ *i* ≤ *N*+3) 来说，需要利用平分面进行近似计算。如图 2 所示，红线代表层间的厚度等分面，等分面与第 II 层相交宽度是 *w* ，那么记第 *i* 层的均方折射率为等分面内的均方折射率，即

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

同时利用三角形相似的几何关系可以算出 ，结合 (1.1) 式可得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.2) |

对于第 *i* 层平行波导，利用 TE 模式的电场波动方程可知

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |
|  | (1.4) |

为了保持 *Ey,i*(*x*) 的表达式在实数域内运算，所以构建表达式为

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.5) |

其中 ，*xi* 是第 *i* 层底部的 *x* 坐标。

那么磁场强度*Hy,i*(*x*) 的表达式也可以写成

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.6) |

其中 *neff* 是有效折射率。记 *i0* 是满足 的最小下标，结合切向分量连续，那么可以按照 *i0* 分成四种情况：

1. *i0* = 1

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.7.1) |
|  | (1.7.2) |
|  | (1.7.3) |
|  | (1.7.4) |
|  | (1.7.5) |

1. 2 ≤ *i0* ≤ *N*

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.8.1) |
|  | (1.8.2) |
|  | (1.8.3) |
|  | (1.8.4) |
| 【同 (1.7.3) 、 (1.7.4) 和 (1.7.5)】 | (1.8.5) |

1. *i0* = *N*+1

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.9.1) |
|  | (1.9.2) |
| 【同 (1.8.1) 、 (1.7.4) 和 (1.7.5)】 | (1.9.3) |

1. *i0* = *N*+2

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.10.1) |
|  | (1.10.2) |
| 【同 (1.8.1) 、 (1.9.1) 和 (1.7.5)】 | (1.10.3) |

根据这四种情况，就可以利用 MATLAB 编程计算出 *neff* 。

平行波导的折射率在空间上沿 *z* 轴以 *Λ* 为周期循环。记 *n*(*x*,*z*)2 的 *m* 级 Fourier 展开系数为 *Am*(*x*) 。当 *m* > 1 时

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.11) |

其中 ，。

记 *β0=2π/Λ* ，第 *m* 级展开的光栅的耦合系数 *κm* 为

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.12) |

有效折射率

让光栅高度 *h* 在 [0, 0.1]*µm* 内变化，那么 *h-neff* 的变化曲线如下图 3 ：

|  |
| --- |
|  |
| 1. 有效折射率的变化曲线 |

当 *h* = 0 时，计算出来的 *neff* = 3.4002 ，与大作业一所计算的 *neff* = 3.4002 一致。同时，最小二乘法拟合直线的斜率为 -0.1296 *µm-*1 ，截距为 3.4007 ，累计误差 。

耦合系数

让光栅高度 *h* 在 [0, 0.1]*µm* 内变化，取 *m* = 2 ，那么 *h-κm* 的变化曲线如下图 3 ：

|  |
| --- |
|  |
| 1. 耦合系数的变化曲线 |

最小二乘法拟合直线的斜率为 -0.2760 *µm-*2 ，截距为 -0.0011 *µm-*1 ，累计误差 。

附录

以下附上本次作业中所用到的代码

|  |  |
| --- | --- |
| 代码名称：hneff.m | 作用：计算每一个 *h* 下的 *neff* 和 *κm* |
| function [NEFF,km] = hneff(nI,nII,nIII,nIV,tII,tIII,h,Lambda,N,lambda)  % Calculate the relationship between h and neff  % Detailed explanation goes here  %=========每层的实际折射率以及厚度=========  %=========每层的实际折射率=========  %=========光栅参数以及每层的等效折射率=========  n\_layer\_eff = zeros(N,1);  for i = 1:N  n\_layer\_eff(i)=sqrt((i-0.5)/N\*nII^2+(1-(i-0.5)/N)\*nI^2);  end  n\_layer\_eff=[nI;n\_layer\_eff;nII;nIII;nIV];  %=========光栅参数以及每层的等效折射率=========  %=========入射光波长及真空波矢=========  k0 = 2\*pi/lambda; %真空波矢  %=========入射光波长及真空波矢=========  %=========有效折射率搜寻范围及kappa参数计算=========  neff = [];  dn = 1e-3;  for i=1:N+2  neff = [neff n\_layer\_eff(i)+dn:dn:n\_layer\_eff(i+1)-dn];  end  NUMNEFF = length(neff);  neff = neff';  f = zeros(1,NUMNEFF);  for i=1:NUMNEFF  i0 = find(n\_layer\_eff>neff(i),1,"first")-1;  kappa = k0\*sqrt(n\_layer\_eff.^2-neff(i)^2);  gamma = [-1i\*kappa(1:i0);zeros(N+3-i0,1);-1i\*kappa(N+4)];  kappa = [zeros(i0,1);kappa(i0+1:N+3);0];  B = zeros(N+3,2);  B(1,:) = [1 1];  if i0 < N+1  if i0 == 1  B(2,:) = (rotmatrix(kappa(2)\*dh)\*diag([1,-gamma(1)/kappa(2)])\*B(1,:)')';  else  B(2,:) = (rotmatrix\_h(gamma(2)\*dh)\*diag([1 -gamma(1)/gamma(2)])\*B(1,:)')';  for j = 2:i0-1  B(j+1,:) = (rotmatrix\_h(gamma(j+1)\*dh)\*diag([1 gamma(j)/gamma(j+1)])\*B(j,:)')';  end  B(i0+1,:) = (rotmatrix(kappa(i0+1)\*dh)\*diag([1 gamma(i0)/kappa(i0+1)])\*B(i0,:)')';  end  for j=i0+1:N  B(j+1,:) = (rotmatrix(kappa(j+1)\*dh)\*diag([1 kappa(j)/kappa(j+1)])\*B(j,:)')';  end  B(N+2,:) = (rotmatrix(kappa(N+2)\*(tII-h))\*diag([1 kappa(N+1)/kappa(N+2)])\*B(N+1,:)');  B(N+3,:) = (rotmatrix(kappa(N+3)\*tIII)\*diag([1 kappa(N+2)/kappa(N+3)])\*B(N+2,:)')';  else  B(2,:) = (rotmatrix\_h(gamma(2)\*dh)\*diag([1 -gamma(1)/gamma(2)])\*B(1,:)')';  for j = 2:N  B(j+1,:) = (rotmatrix\_h(gamma(j+1)\*dh)\*diag([1 gamma(j)/gamma(j+1)])\*B(j,:))';  end  if i0 == N+1  B(N+2,:) = (rotmatrix(kappa(N+2)\*(tII-h))\*diag([1 gamma(N+1)/kappa(N+2)])\*B(N+1,:)')';  B(N+3,:) = (rotmatrix(kappa(N+3)\*tIII)\*diag([1 kappa(N+2)/kappa(N+3)])\*B(N+2,:)')';  else  B(N+2,:) = (rotmatrix\_h(gamma(N+2)\*(tII-h))\*diag([1 gamma(N+1)/gamma(N+2)])\*B(N+1,:)')';  B(N+3,:) = (rotmatrix(kappa(N+3)\*tIII)\*diag([1 gamma(N+2)/kappa(N+3)])\*B(N+2,:)')';  end  end  f(i) = gamma(N+4)\*B(N+3,1)-kappa(N+3)\*B(N+3,2);  if i > 1  if f(i)\*f(i-1) <= 0  l1 = -f(i)/(f(i-1)-f(i));  l0 = f(i-1)/(f(i-1)-f(i));  NEFF = l1\*neff(i-1)+l0\*neff(i);  m = 2;  Nh = 100;  ddh = dh/Nh;  xr = linspace(0,dh,Nh+1);  i0 = find(n\_layer\_eff(1:N+1)>NEFF,1,"first")-1;  % i0 = 1;  kappa = k0\*sqrt(n\_layer\_eff(1:N+1).^2-NEFF^2);  gamma = [-1i\*kappa(1:i0);zeros(N+1-i0,1)];  kappa = [zeros(i0,1);kappa(i0+1:N+1)];    if i0 == 1  B(2,:) = (rotmatrix(kappa(2)\*dh)\*diag([1,-gamma(1)/kappa(2)])\*B(1,:)')';  Ey = B(2,:)\*[cos(kappa(2)\*xr);sin(kappa(2)\*xr)];  x = h-(2-1)\*dh+xr;  w = (1-x/h)\*Lambda;  Am = w/Lambda\*(nII^2-nI^2).\*sinc(pi\*m\*w/Lambda);  AEE = Ey\*diag(Am)\*conj(Ey)'\*ddh;  P = Ey\*conj(Ey)'\*ddh;  else  B(2,:) = (rotmatrix\_h(gamma(2)\*dh)\*diag([1 -gamma(1)/gamma(2)])\*B(1,:)')';  Ey = B(2,:)\*[cosh(gamma(2)\*xr);sinh(gamma(2)\*xr)];  x = h-(2-1)\*dh+xr;  w = (1-x/h)\*Lambda;  Am = w/Lambda\*(nII^2-nI^2).\*sinc(pi\*m\*w/Lambda);  AEE = Ey\*diag(Am)\*conj(Ey)'\*ddh;  P = Ey\*conj(Ey)'\*ddh;  for j = 2:i0-1  B(j+1,:) = (rotmatrix\_h(gamma(j+1)\*dh)\*diag([1 gamma(j)/gamma(j+1)])\*B(j,:)')';  Ey = B(j+1,:)\*[cosh(gamma(j+1)\*xr);sinh(gamma(j+1)\*xr)];  x = h-j\*dh+xr;  w = (1-x/h)\*Lambda;  Am = w/Lambda\*(nII^2-nI^2).\*sinc(pi\*m\*w/Lambda);  AEE = AEE+Ey\*diag(Am)\*conj(Ey)'\*ddh;  P = P+Ey\*conj(Ey)'\*ddh;  end  if i0 < N+1  B(i0+1,:) = (rotmatrix(kappa(i0+1)\*dh)\*diag([1 gamma(i0)/kappa(i0+1)])\*B(i0,:)')';  Ey = B(i0+1,:)\*[cos(kappa(i0+1)\*xr);sin(kappa(i0+1)\*xr)];  x = h-i0\*dh+xr;  w = (1-x/h)\*Lambda;  Am = w/Lambda\*(nII^2-nI^2).\*sinc(pi\*m\*w/Lambda);  AEE = AEE+Ey\*diag(Am)\*conj(Ey)'\*ddh;  P = P+Ey\*conj(Ey)'\*ddh;  end  end  for j=i0+1:N  B(j+1,:) = (rotmatrix(kappa(j+1)\*dh)\*diag([1 kappa(j)/kappa(j+1)])\*B(j,:)')';  Ey = B(j+1,:)\*[cos(kappa(j+1)\*xr);sin(kappa(j+1)\*xr)];  x = h-j\*dh+xr;  w = (1-x/h)\*Lambda;  Am = w/Lambda\*(nII^2-nI^2).\*sinc(pi\*m\*w/Lambda);  AEE = AEE+Ey\*diag(Am)\*conj(Ey)'\*ddh;  P = P+Ey\*conj(Ey)'\*ddh;  end  beta0 = m\*pi/Lambda;  km = k0^2/(2\*beta0\*P)\*AEE;  break;  end  else  if f(1) == 0  NEFF = neff(1);  break;  end  end  end  end | |

|  |  |
| --- | --- |
| 代码名称：rotmatrix.m | 作用：生成三角旋转矩阵 |
| function R = rotmatrix(t)  R=[cos(t) -sin(t);sin(t) cos(t)];  end | |

|  |  |
| --- | --- |
| 代码名称：rotmatrixh.m | 作用：生成三角余弦旋转矩阵 |
| function R = rotmatrix\_h(t)  R=[cosh(t) -sinh(t);-sinh(t) cosh(t)];  end | |
| 代码名称：sinc.m | 作用：无极点函数 |
| function y = sinc(x)  %sinc Summary of this function goes here  % Detailed explanation goes here  y = zeros(1,length(x));  for i = 1:length(x)  if x(i) == 0  y(i) = 1;  else  y(i) = sin(x(i))./x(i);  end  end | |

|  |  |
| --- | --- |
| 代码名称：p1\_1.m | 作用：生成 main 函数 |
| %=========每层的实际折射率以及厚度=========  nI=3.29;tI=inf;  nII=3.45;tII=0.15;  nIII=3.59;tIII=0.1;  nIV=3.29;tIV=inf;  %=========每层的实际折射率=========  %=========光栅参数=========  N1 = 1000;  h = linspace(0,0.1,N1+1); %光栅高度  h = h';  Lambda = 0.25; %光栅周期  N = 20; %光栅分层级数  %=========光栅参数=========  %=========入射光波长=========  lambda=0.88; %0.88um 的入射光  %=========入射光波长=========  NEFF = zeros(N1+1,1);  km = zeros(N1+1,1);  for i=1:N1+1  [NEFF(i),km(i)]=hneff(nI,nII,nIII,nIV,tII,tIII,h(i),Lambda,N,lambda);  if isnan(km(i))  km(i) = 0;  end  end  A = [h ones(N1+1,1)];  P = inv(A'\*A)\*A';  coe\_NEFF = P\*NEFF;  coe\_km = P\*km;  km\_ideal = A\*coe\_km;  NEFF\_ideal = A\*coe\_NEFF;  err\_NEFF = NEFF\_ideal-NEFF;  err\_km = km\_ideal-km;  err\_NEFF = err\_NEFF'\*err\_NEFF/(N1+1);  err\_km = err\_km'\*err\_km/(N1+1);  figure('Name',"h-neff")  plot(h,NEFF);  title("h~n\_{eff}");  xlabel("h (\mu m)");  ylabel("n\_{eff} (-)");  figure('Name',"h-km")  plot(h,km);  title("h~\kappa\_{m}");  xlabel("h (\mu m)");  ylabel("\kappa\_{m} (\mu^{-1})"); | |