

第二章 半导体中的非平衡过剩载流子

- 载流子的产生与复合
- 过剩载流子的分析方法
- 双极输运方程
- 过剩载流子的复合过程
- 复合理论
- 海恩斯-肖克莱实验
- 准费米能级

半导体中的非平衡过剩载流子

- 前面介绍的主要是处于**热平衡状态**下的半导体材料。当有外加电压时，或者有电流流过半导体器件时，半导体材料实际上就处于**非热平衡状态**。
- 在讨论漂移、扩散等电流输运过程时，实际上假设了半导体材料在这些电流输运过程中仍然**近似处于热平衡状态**。
- 当半导体材料受到一个外加的激发条件作用时，导带中除了热平衡浓度的电子之外，还会产生出一定数量的**过剩电子**；同样价带中也会产生出一定数量的**过剩空穴**，统称为**非平衡的过剩载流子**。
- 本章将讨论这些非平衡的过剩载流子随着**空间位置**和**时间**的变化关系，这也是研究分析 pn 结稳态特性和双极型晶体管特性所必不可少的。

载流子的产生与复合

在讲解平衡半导体时介绍了过剩载流子的产生和复合现象

产生过程——形成电子和空穴的过程；

复合过程——电子和空穴消失的过程。

过剩电子和过剩空穴通常总是成**对产生**的，设**产生率**分别为 g_n 和 g_p （单位为 $cm^{-3}s^{-1}$ ），则有：

$$g_n = g_p$$

当有过剩电子和过剩空穴产生的时候，导带电子浓度和价带空穴浓度都会比热平衡时的浓度有所增加：

$$p = p_0 + \delta p \quad n = n_0 + \delta n$$

n_0 和 p_0 ——热平衡条件下的电子浓度和空穴浓度；

δn 和 δp ——过剩电子和过剩空穴的浓度。

载流子的产生与复合

电子和空穴还会以一定的速率 ($cm^{-3}s^{-1}$) 不断地复合掉。
一般情况下, 电子和空穴的复合率为:

$$R_n = n/\tau_{nt} \quad R_p = p/\tau_{pt}$$

式中 τ_{nt} 和 τ_{pt} 分别为**电子和空穴的寿命** (既包括了热平衡载流子的寿命, 也包括了过剩载流子的寿命)

p型半导体材料, 小注入: $R'_n = R'_p = \delta n(t)/\tau_{n0}$

n型半导体材料, 小注入: $R'_n = R'_p = \delta p(t)/\tau_{p0}$

式中 τ_{n0} 和 τ_{p0} 分别为**过剩电子和过剩空穴 (过剩少子)** 的寿命

载流子的产生与复合

分析过剩载流子经常用到的各种表示符号

Symbol	Definition
n_0, p_0	Thermal-equilibrium electron and hole concentrations (independent of time and also usually position).
n, p	Total electron and hole concentrations (may be functions of time and/or position).
$\delta n = n - n_0$ $\delta p = p - p_0$	Excess electron and hole concentrations (may be functions of time and/or position).
g'_n, g'_p	Excess electron and hole generation rates.
R'_n, R'_p	Excess electron and hole recombination rates.
τ_{n0}, τ_{p0}	Excess minority-carrier electron and hole lifetimes.

过剩载流子的分析方法

下面考虑过剩载流子的产生率和复合率，分析在有电场和浓度梯度存在的情况下，过剩载流子随着时间和空间位置的变化。

通常过剩电子和过剩空穴的运动并不是完全相互独立的，其扩散运动和漂移运动具有一定的相关性。

连续性方程：

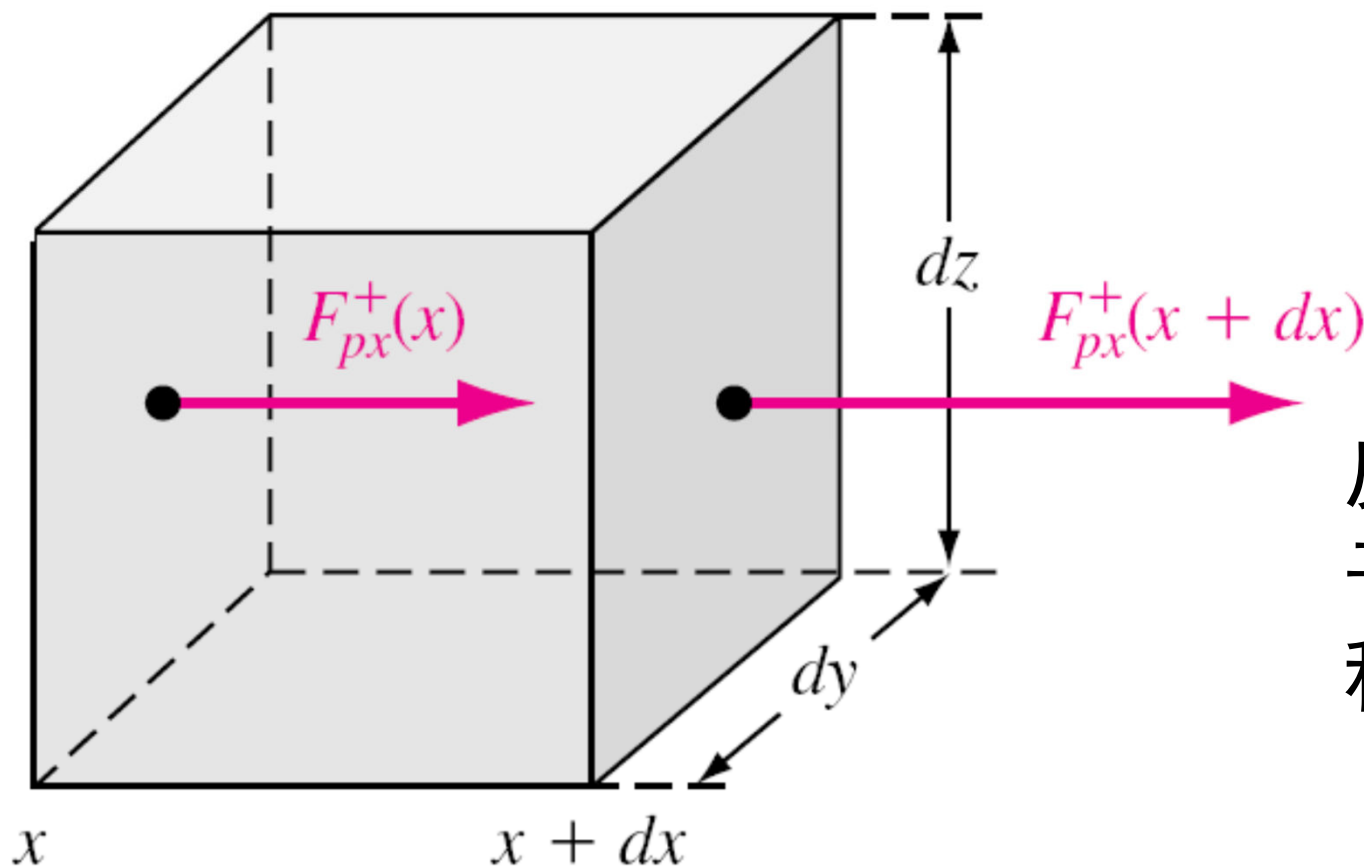
如下图所示，考虑一个微分体积元，一个一维空穴粒子流的通量在 x 处进入微分体积元，又在 $x+dx$ 处离开微分体积元。

过剩载流子的分析方法

连续性方程

设空穴粒子流的通量为 F_{px}^+ ，其单位是 $cm^{-2}s^{-1}$ ，则：

$$F_{px}^+(x + dx) = F_{px}^+(x) + \frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} \cdot dx$$



反映 x 方向空穴粒子通量的微分体积元示意图

过剩载流子的分析方法

连续性方程

单位时间内由于 x 方向空穴粒子流的通量而导致微分体积元中空穴的净增量为：

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = [F_{px}^+(x) - F_{px}^+(x + dx)] dy dz = -\frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} dx dy dz$$

假如 $F_{px}^+(x) > F_{px}^+(x+dx)$ ，则微分体积元中净的空穴数量将随着时间而不断**增加**。

将公式推广到一般的三维情形：

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = -\nabla \cdot F_p^+ dx dy dz$$

除了空穴粒子流的通量之外，空穴的**产生率**和**复合率**同样也会影响微分体积元中空穴的浓度。

过剩载流子的分析方法

因此考虑空穴的产生和复合效应之后，单位时间内微分体积元中空穴的净增量为：

$$\frac{\partial p}{\partial t} dxdydz = -\frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} dxdydz + g_p dxdydz - \frac{p}{\tau_{pt}} dxdydz$$

公式右边各项：**第一项**是由于空穴粒子流的通量而引起的单位时间内空穴的增加量；**第二项**是由于空穴的产生作用而引起的单位时间内空穴的增加量；而**第三项**则是由于空穴的复合作用而引起的单位时间内空穴的减少量。

式中空穴的复合率表示为 p/τ_{pt} ，其中 τ_{pt} **既包含热平衡载流子寿命，又包含过剩载流子寿命。**

造成某体积内载流子增加的原因，一定是载流子对该体积有净流入和载流子在该体积内有净产生。

过剩载流子的分析方法

将公式两边分别除以微分体积 $dx dy dz$ ，则有：

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial F_p^+}{\partial x} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

一维条件下的空穴连续性方程

类似地可以得到一维条件下的电子连续性方程为：

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial F_n^-}{\partial x} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

式中 F_n^- 为电子粒子流的通量，其单位也是 $cm^{-2}s^{-1}$ ；电子的复合率表示为 n/τ_{nt} ，其中 τ_{nt} 既包含热平衡载流子寿命，也包含过剩载流子寿命。

空穴的电流密度方程和电子的电流密度方程，分别为：

时间相关的扩散方程

$$J_p = e\mu_p p\mathcal{E} - eD_p \frac{\partial p}{\partial x} \quad J_n = e\mu_n n\mathcal{E} - eD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

这两个电流密度公式中都分别包含了**漂移电流项**和**扩散电流项**。如果将上述两式分别除以电子的电量 e ，则可得

到：

$$\frac{J_p}{(+e)} = F_p^+ = \mu_p p\mathcal{E} - D_p \frac{\partial p}{\partial x} \quad \frac{J_n}{(-e)} = F_n^- = -\mu_n n\mathcal{E} - D_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

对上两式求散度（一维情形：对 x 求导数），并代回到电子和空穴的连续性方程中，得到：

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p \frac{\partial(p\mathcal{E})}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$
$$\frac{\partial n}{\partial t} = +\mu_n \frac{\partial(n\mathcal{E})}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

时间相关的扩散方程

对于一维情形来说，上述两式右侧的第一项可写成：

$$\frac{\partial(p\mathcal{E})}{\partial x} = \mathcal{E} \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \quad \frac{\partial(n\mathcal{E})}{\partial x} = \mathcal{E} \frac{\partial n}{\partial x} + n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x}$$

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \left(\mathcal{E} \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \left(\mathcal{E} \frac{\partial n}{\partial x} + n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

电子和空穴的与时间相关的扩散方程

由于电子和空穴的浓度中都包含了过剩载流子的成分，因此上述两式也就是描述过剩载流子随着时间和空间变化规律的方程。

时间相关的扩散方程

考虑到热平衡载流子浓度 n_0 、 p_0 一般不随时间变化，对于掺杂和组分均匀的半导体材料来说， n_0 和 p_0 也不随空间位置变化，因此利用下述关系：

$$n = n_0 + \delta n \quad p = p_0 + \delta p$$

电子和空穴与时间相关的扩散方程可进一步变换为：

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \left(\mathcal{E} \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \left(\mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

上述两式就是在掺杂和组分均匀的条件下，描述半导体材料中过剩载流子浓度随时间和空间变化规律的方程。

双极输运过程

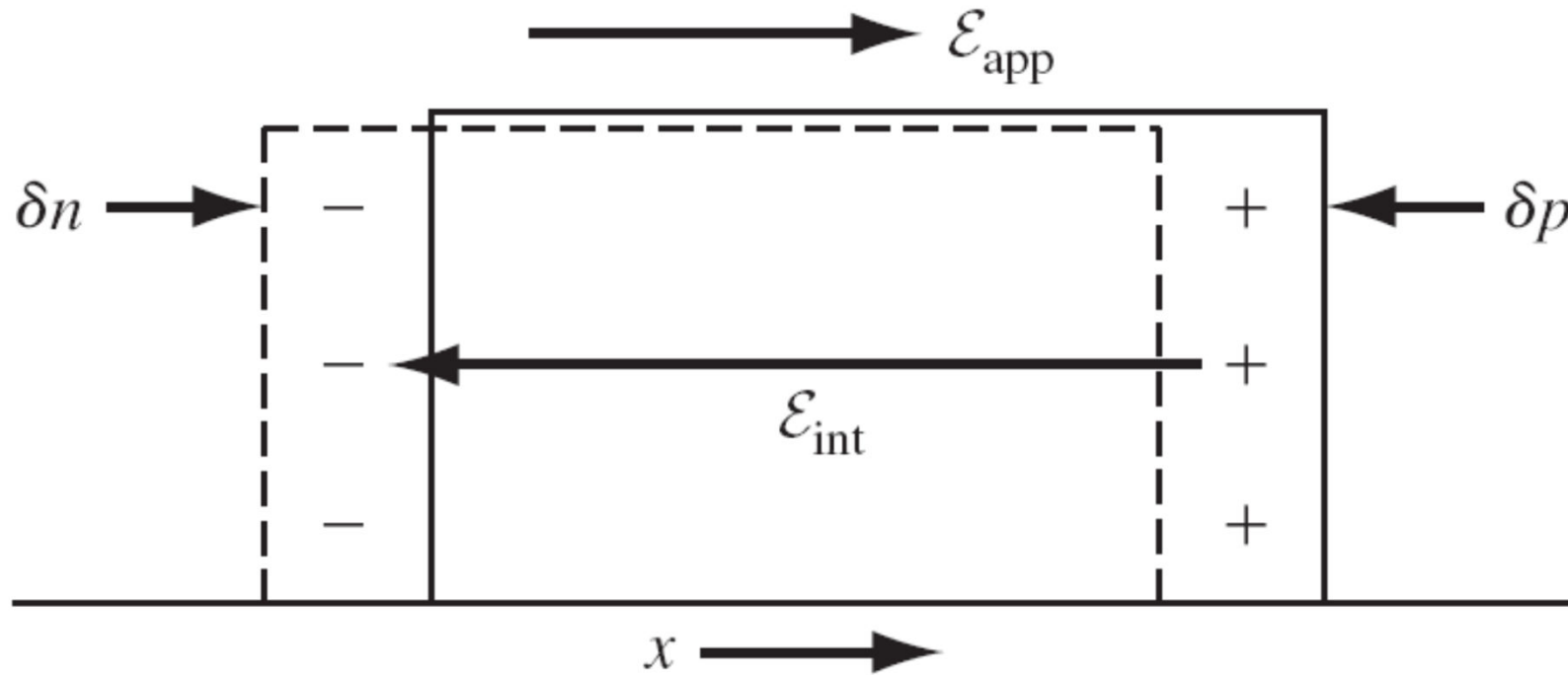
电子和空穴电流密度方程中，引起漂移电流的电场指的是**外加电场**，该电场在关于电子和空穴与时间相关的扩散方程中仍然出现。

如果有外加电场存在的情况下，在半导体材料中的某一点处产生出了一个脉冲的过剩电子和一个脉冲的过剩空穴，此时这些过剩电子和过剩空穴就会在外加电场的作用下朝着相反的方向漂移。

但是由于这些过剩载流子都是带电的，其空间位置上的分离就会在这两类载流子之间**诱生出内部电场**，而这个**内建电场**又会反过来将这些过剩载流子往一起拉，即内建电场**倾向于将过剩电子和过剩空穴保持在同一空间位置**，这个过程如下图所示。

双极输运过程

由于过剩电子和过剩空穴相互分离所诱生的内部电场示意图



考虑上述内建电场之后，电子和空穴与时间相关的扩散方程中的电场则应同时包含外加电场和内建电场，即：

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{app} + \mathcal{E}_{int}$$

双极输运过程

ε_{app} 为外加电场, ε_{int} 为内建电场。

由于内建电场倾向于将脉冲的过剩电子和过剩空穴保持在同一空间位置, 因此这些带负电的过剩电子和带正电的过剩空穴就会以同一个等效的迁移率或扩散系数共同进行漂移或扩散运动。

这种现象通常称为**双极扩散或双极输运过程**。

前面已经提到的与时间相关的扩散方程描述了过剩载流子浓度随着时间和空间的变化规律, 但是还需要增加一个方程来建立**过剩载流子浓度与内建电场之间的关系**, 这个方程就是**泊松方程**, 其表达式为:

复习:

静电场的基本方程

基本方程:

积分形式

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

静电场的性质:

1. 环路特性: 场强的环路线积分为0(保守场)

2. 高斯定理: 电位移的闭合面积分为面内包含的总自由电荷;

微分形式

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

3. 旋度: 静电场为无旋场;

4. 散度: 静电场为有源场, 电位移的源为自由电荷;

真空中静电场的两个基本定理：**高斯定理，环路定理**
高斯定理和静电场的环路定理是静电场的两个重要定理，表明静电场是**有源场和保守场**。

高斯定律 (Gauss' law)：在静电场中，穿过任一封闭曲面的电场强度通量只与封闭曲面内的电荷的代数和有关，且等于封闭曲面的电荷的代数和除以真空中的电容率。

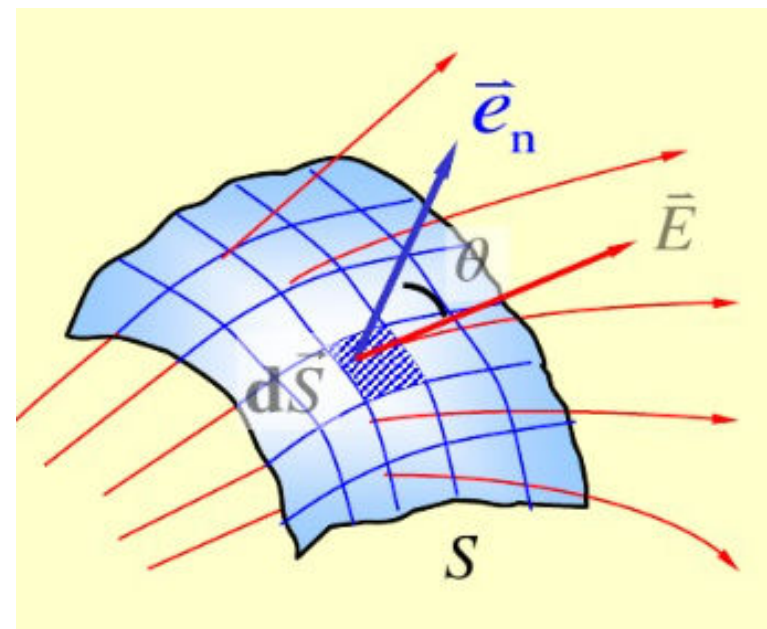
通过任意面元的电通量：

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

通过闭合面的电通量：

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_{i(S\text{内})} q_{i\text{内}}}{\epsilon_0}$$

几何含义：通过闭合面的电场线的净条数



对高斯定理的理解：

(1) 曲面内的电荷对曲面电通量有贡献；曲面外电荷对曲面电通量无贡献。

(2) 高斯定理表达式的右边仅为曲面内电荷的代数和。因为只有曲面内的电荷才对曲面的电通量有贡献。

(3) 表达式左边的是曲面上各点的场强，它是由所有电荷（包括曲面内外的电荷）共同产生的合场强。

在介质中： $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

高斯定律的积分表达式。它表明D的通量只与闭合曲面S内的自由电荷有关，而与介质的极化无关，也与介质结构、状态、分布无关。

考虑经典场域空间内有体密度为 ρ 的体电荷连续分布。若 D 连续可微，任取一闭合面 S ，对高斯定理应用高斯散度定理：

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad \longrightarrow \quad \int_V \nabla \cdot \vec{D} \cdot dV = \int_V \rho dV$$

考虑闭合面 S 的任意性， S 所包围的体积 V 必有其任意性，上式成立必然有： $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$

高斯定理的微分形式，它更为直接地反映了场与源之间的关系。在静电场中，由于自然界中存在着独立的电荷，所以电场线有起点和终点，只要闭合面内有净余的正（或负）电荷，穿过闭合面的电通量就不等于零，即静电场是有源场。高斯定理的积分形式和微分形式反映了静电场的基本性质：静电场是有源场，其通量源为电荷，或者说静电场的有散性。

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho$$



$$\nabla \cdot \bar{D} = \nabla \cdot (\epsilon \bar{E}) = \epsilon \nabla \cdot \bar{E} + \bar{E} \cdot \nabla \epsilon = \epsilon \nabla \cdot \bar{E} = \epsilon \nabla \cdot (-\nabla \phi) = -\epsilon \nabla^2 \phi = \rho$$

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E}$$



$$\bar{E} = -\nabla \phi$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

电位 ϕ 满足的泊松方程

当 场中无电荷分布
(即 $\rho = 0$) 的区域:



$$\nabla^2 \phi = 0$$

拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \nabla$$

拉普拉斯算子

双极输运方程

$$\nabla \cdot \mathcal{E}_{\text{int}} = \frac{e(\delta p - \delta n)}{\epsilon_s} = \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{int}}}{\partial x}$$

为了便于联立求解上述方程组，需要做**适当的近似**。可以证明，只需很小的内建电场就足以保证过剩电子和过剩空穴在一起共同漂移和扩散，因此可以假设：

$$|\mathcal{E}_{\text{int}}| \ll |\mathcal{E}_{\text{app}}|$$

尽管内建电场很小，但是其散度却未必能够忽略。

为了确保内建电场的存在，使得过剩电子和过剩空穴能够共同漂移和扩散，只需很小的过剩载流子浓度差。可以证明，过剩电子浓度 δn 和过剩空穴浓度 δp 只要有1%的差别，其引起的内建电场**散度**就不可以忽略，此时有：

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = \nabla \cdot \mathcal{E}_{\text{int}}$$

双极输运方程

电中性条件（准中性近似）：假设过剩电子浓度和过剩空穴浓度在任意时间和任意位置都是恰好相等的。

一般情况下，半导体中的电子和空穴总是成对产生的，因此电子和空穴的产生率总是相等的，即：

$$g_n = g_p \equiv g$$

此外，电子和空穴也总是成对复合的，因此电子和空穴的复合率也总是相等的，即：

$$R_n = \frac{n}{\tau_{nt}} = R_p = \frac{p}{\tau_{pt}} \equiv R$$

上式中的载流子寿命既包括了热平衡载流子的寿命，也包括了过剩载流子的寿命。

双极输运方程

利用电中性条件（准中性近似），则有：

$$\delta n \approx \delta p$$

利用上述条件，可以把电子和空穴与时间相关的两个扩散方程进一步简化为：

$$D_p \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} - \mu_p \left(\mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} - \mu_n \left(\mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

将第一式两端乘以 $\mu_n n$ ，第二式两端乘以 $\mu_p p$ ，消掉：

$\nabla \cdot \mathcal{E} = \partial \mathcal{E} / \partial x$ ，项，得到：

双极输运方程

$$\begin{aligned} & (\mu_n n D_p + \mu_p p D_n) \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + (\mu_n \mu_p)(p - n) \mathcal{E}_x \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + (\mu_n n + \mu_p p)(g - R) \\ & = (\mu_n n + \mu_p p) \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} \end{aligned}$$

还可进一步简化为：

$$D' \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu' \mathcal{E}_x \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + (g - R) = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

上式通常称为**双极输运方程**，它描述了过剩电子浓度和过剩空穴浓度随着时间和空间的变化规律，其中的两个参数分别为：

双极输运方程

$$D' = \frac{(\mu_n n D_p + \mu_p p D_n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} \quad \mu' = \frac{\mu_n \mu_p (p - n)}{(\mu_n n + \mu_p p)}$$

D' 和 μ' 分别称为**双极扩散系数**和**双极迁移率**。

根据扩散系数和迁移率之间的爱因斯坦关系，双极扩散系数 D' 可进一步简化为：

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{e} \quad D' = \frac{D_n D_p (n + p)}{D_n n + D_p p}$$

双极扩散系数 D' 和双极迁移率 μ' 均为载流子浓度的函数。而载流子浓度 n 、 p 中都包含了过剩载流子的浓度，因此双极扩散系数和双极迁移率都不是常数。

由此可见，双极输运方程是一个**非线性**的微分方程。

非本征掺杂与小注入条件的限制

对于双极输运方程的求解，可以利用非本征半导体材料和小注入条件来对其进行简化和线性化处理。

根据前面的推导，双极扩散系数 D 可表示为：

$$D' = \frac{D_n D_p [(n_0 + \delta n) + (p_0 + \delta p)]}{D_n (n_0 + \delta n) + D_p (p_0 + \delta p)}$$

- 考虑p型半导体材料，并假定 $p_0 \gg n_0$ ；
- 考虑小注入条件， $\delta n \ll p_0$ ；
- 假设 D_n 、 D_p 处于同一个数量级

p型半导体材料的双极扩散系数可简化为：

$$D' = D_n$$

非本征掺杂与小注入条件的限制

再将上述条件应用于双极迁移率公式，得到：

$$\mu' = \mu_n$$

因此，对于p型半导体材料和小注入条件，双极扩散系数和双极迁移率分别简化为少数载流子电子的扩散系数和迁移率，它们都为常数。因此双极输运方程也简化为一个系数为常数的线性微分方程。

同样，考虑n型半导体材料和小注入条件，利用类似的分析，得到： $D' = D_p$ $\mu' = -\mu_p$

值得注意的是，对于n型半导体材料来说，双极迁移率是一个负值，这是因为双极迁移率是与载流子的漂移运动相关的，因而与载流子的带电状态相关。

非本征掺杂与小注入条件的限制

对于双极输运方程来说，剩下的两项就是产生率和复合率。对于 p 型半导体材料来说，则有：

$$g - R = g'_n - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

而对于 n 型半导体材料来说，则有：

$$g - R = g'_p - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

其中 τ_n 和 τ_p 分别是过剩电子和过剩空穴的寿命，通常也将其称为**过剩少数载流子的寿命**。

过剩电子的产生率和过剩空穴的产生率必须相等，定义过剩载流子的产生率：

$$g'_n = g'_p \equiv g'$$

非本征掺杂与小注入条件的限制

在小注入条件下，少数载流子的寿命通常是一个常数，因此对于

p型半导体材料

来说，小注入条件下的双极输运方程可表示为：

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

类似地，对于

n型半导体材料

来说，小注入条件下的双极输运方程同样可表示为：

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

非本征掺杂与小注入条件的限制

- 最后特别需要指出的是，上述两个双极输运方程中的输运参数和复合参数都是少数载流子的参数。
- 这两个双极输运方程描述了过剩少子随着时间和空间的变化而不断发生漂移、扩散和复合的规律。
- 根据电中性原理，过剩少子浓度与过剩多子浓度相等，因此过剩多子与过剩少子一起进行扩散和漂移，即过剩多子的行为完全由少子的参数决定。
- 这种双极输运特性是半导体物理中的一种非常重要的现象，它是我们认识和理解多种半导体器件特性的重要基础。

双极输运方程的应用

下面将应用双极输运方程来分析几个实例，其结论将会用到后面的pn结和其它的半导体器件中，其中用到的一些简化近似列在表中。

Specification	Effect
Steady state	$\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\delta p)}{\partial t} = 0$
Uniform distribution of excess carriers (uniform generation rate)	$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0, \quad D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} = 0$
Zero electric field	$\mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} = 0, \quad \mathcal{E} \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} = 0$
No excess carrier generation	$g' = 0$
No excess carrier recombination (infinite lifetime)	$\frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0, \quad \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = 0$

双极输运方程的应用

Example 1

考虑一无限大均匀 n 型半导体，无外加电场。假设 $t=0$ 时，半导体中存在浓度均匀的过剩载流子；而在 $t>0$ 时， $g'=0$ 。若假设过剩载流子浓度远小于热平衡电子浓度，即小注入状态，请计算 $t\geq 0$ 时过剩载流子浓度的时间函数。

Solution:

对于 n 型半导体材料，需要考虑少子空穴的双极输运函数。由式

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

双极输运方程的应用

若过剩空穴的浓度均匀，则有

$$\partial^2(\delta p) / \partial x^2 = \partial(\delta p) / \partial x = 0$$

$t > 0$ 时，依题意有 $g'=0$ ，于是简化为：

$$\frac{d(\delta p)}{dt} = -\frac{\delta p}{\tau_{p0}}$$

因为方程中没有坐标变量，所以可以对时间积分。在小注入条件下，少子空穴的寿命 τ_{p0} 是常数，式的解为：

$$\delta p(t) = \delta p(0)e^{-t/\tau_{p0}}$$

其中 $\delta p(0)$ 为 $t=0$ 时的过剩载流子浓度。过剩载流子浓度随时间**指数衰减**，而时间常数为少子空穴的寿命。³⁴

双极输运方程的应用

最后根据电中性原理可求得过剩电子浓度为：

$$\delta n(t) = \delta p(0) e^{-t/\tau_{p0}}$$

具体数值求解：考虑n型GaAs，掺杂浓度 $N_d=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 。假设 $t=0$ 时每立方厘米存在 10^{14} 个电子-空穴对，少子空穴的寿命为 $\tau_{p0}=10\text{ns}$ 。

因为 $\delta p(0) \ll n_0$ ，可应用小注入条件。

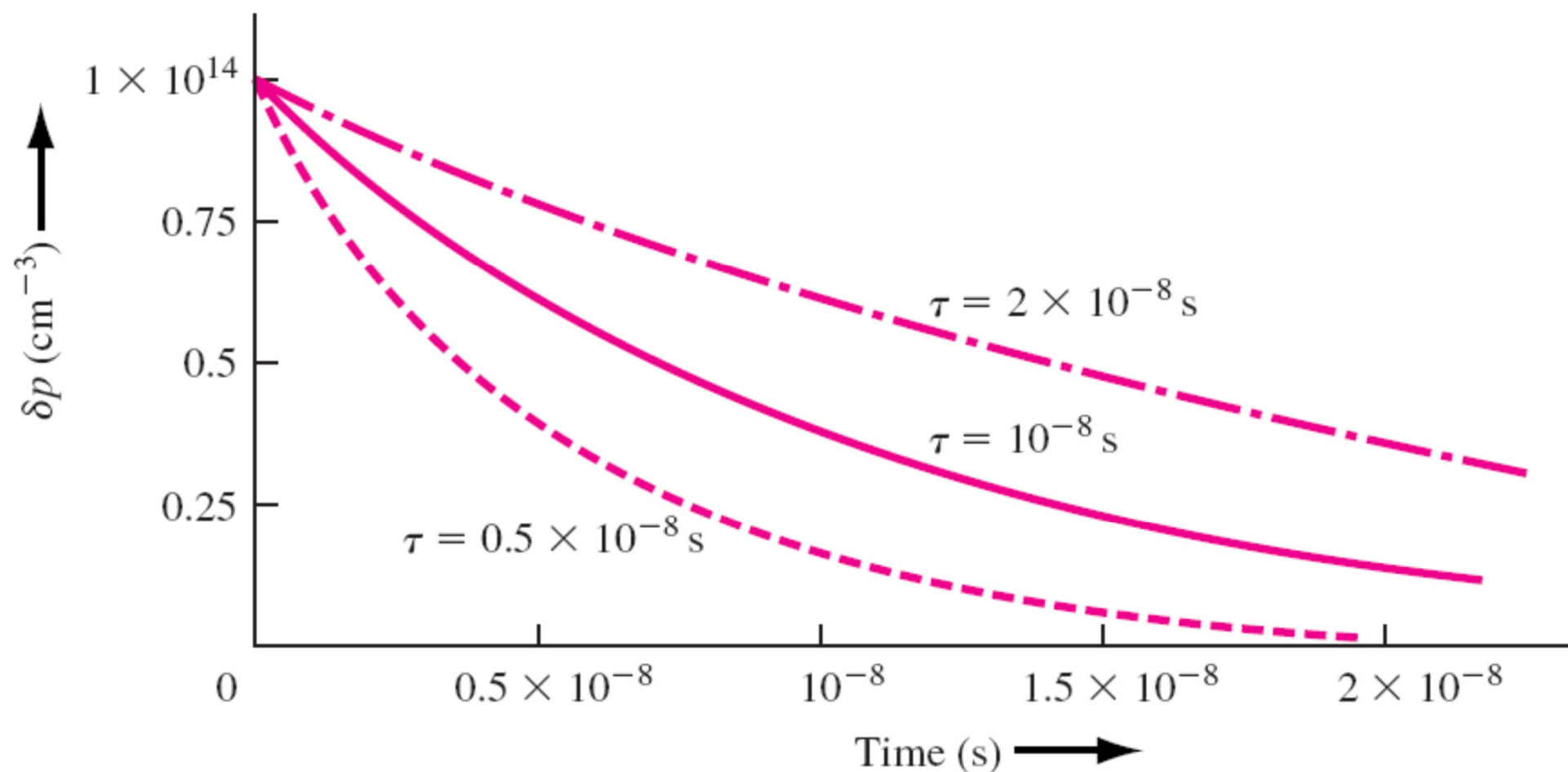
$$\delta p(t) = 10^{14} e^{-t/10^{-8}} \text{ cm}^{-3}$$

过剩电子和过剩空穴将在 10ns 的时间内衰减至初始值的 $1/e$ 。

双极输运方程的应用

说明： n型半导体的过剩载流子的复合率取决于过剩少子空穴的寿命。

过剩载流子浓度随着时间的指数衰减过程示意图



双极输运方程的应用

Example 2

考虑一无限大均匀n型半导体，无外加电场。假设 $t < 0$ 时，半导体处于热平衡状态；而在 $t \geq 0$ 时，半导体具有均匀的产生率。请计算小注入状态下，过剩载流子浓度的时间函数。

Solution:

均匀半导体材料和均匀产生率以及无外加电场，表明式中，

$$\partial^2(\delta p) / \partial x^2 = \partial(\delta p) / \partial x = 0$$

式可简化为：

$$g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{d(\delta p)}{dt}$$

双极输运方程的应用

解为：

$$\delta p(t) = g' \tau_{p0} (1 - e^{-t/\tau_{p0}})$$

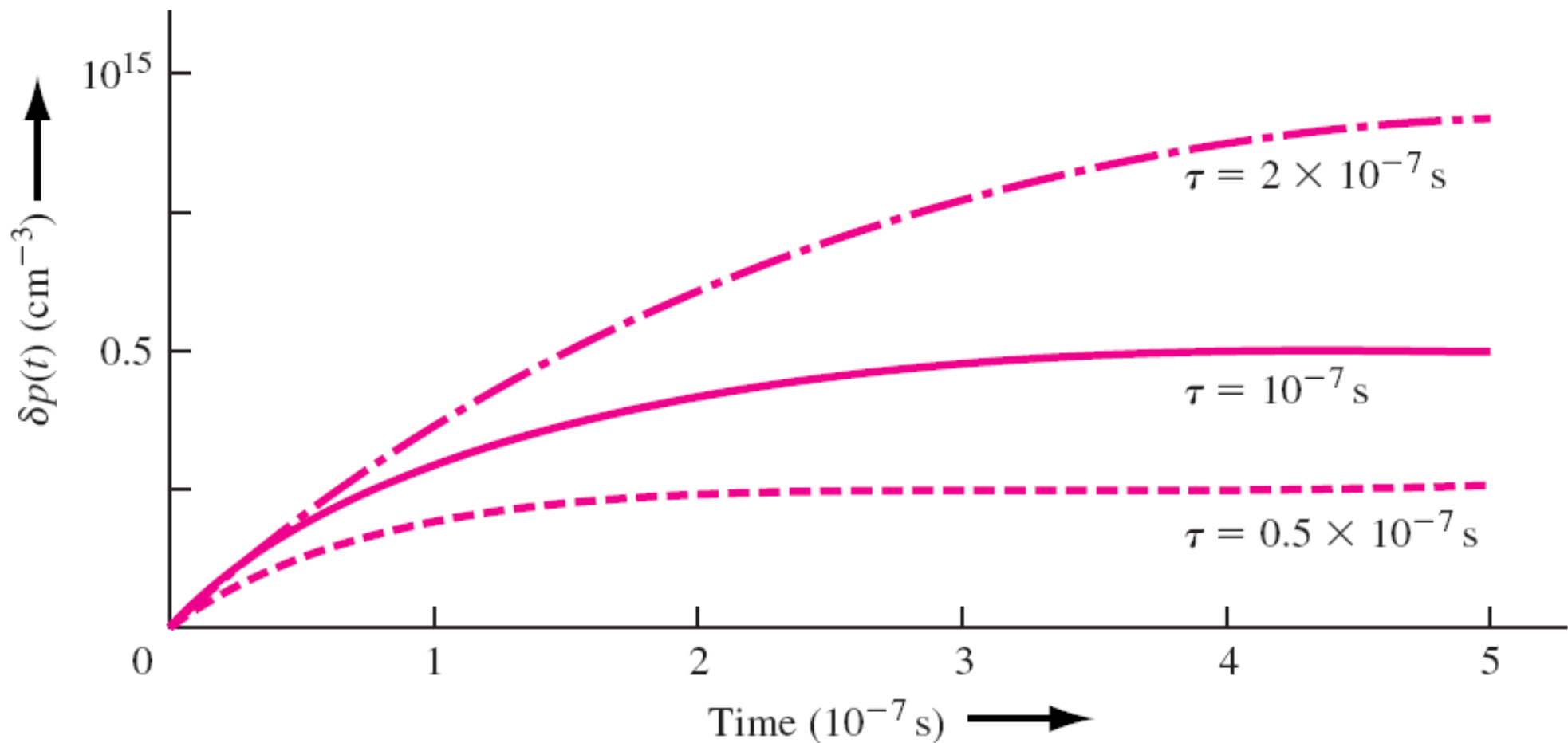
具体数值求解： 假设 $T=300\text{K}$ 时，n型半导体的掺杂浓度 $N_d = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ， $\tau_{p0} = 10^{-7} \text{ s}$ ， $g' = 5 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ 。得：

$$\delta p(t) = (5 \times 10^{21})(10^{-7})(1 - e^{-t/10^{-7}}) = 5 \times 10^{14} (1 - e^{-t/10^{-7}}) \text{ cm}^{-3}$$

说明： 我们可以看到，当 $t \rightarrow \infty$ 时，将会出现稳态过剩电子和过剩空穴浓度 $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。

双极输运方程的应用

稳态产生过程中过剩载流子浓度随时间的指数变化关系示意图



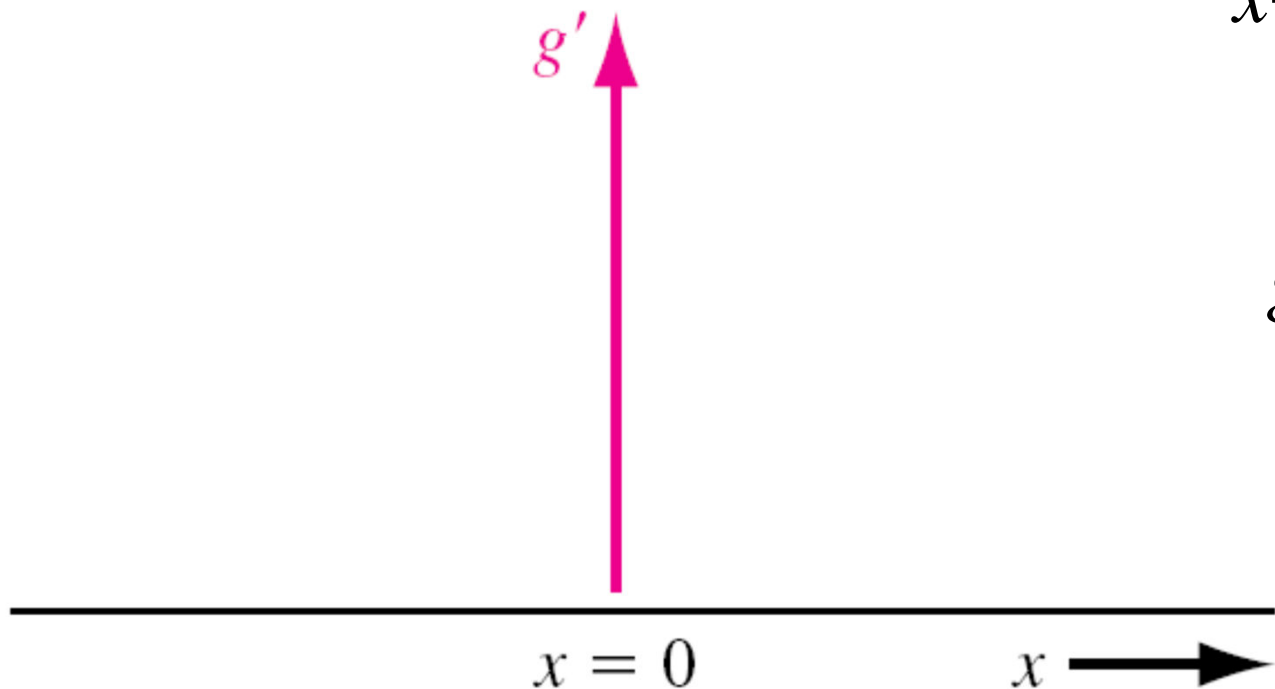
双极输运方程的应用

Example 3

已知一无限大均匀p型半导体，无外加电场。考虑一维晶体，过剩载流子只在 $x=0$ 处产生，如图所示。产生的载流子分别向 $+x$ 和 $-x$ 方向扩散。试将稳态过剩载流子浓度表示为 x 的函数。

$x=0$ 处的稳态产生率

$$g' = \begin{cases} 0 & \text{for } x \neq 0 \\ g' & \text{for } x = 0 \end{cases}$$



双极输运方程的应用

Solution:

对于均匀掺杂的p型半导体材料，少数载流子电子的双极输运方程为：

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

根据题设条件，一维均匀半导体材料，无外加电场，除 $x=0$ 点之外，各处产生率为零，要求稳态时过剩载流子分布结果，故双极输运方程可简化为：

$$D_n \frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0$$

双极输运方程的应用

除以扩散系数，可得：

$$\frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{D_n \tau_{n0}} = \frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{L_n^2} = 0$$

其中定义： $L_n^2 = D_n \tau_{n0}$

参数 L_n 具有长度的量纲，称为少子电子的**扩散长度**。

解为：

$$\delta n(x) = Ae^{-x/L_n} + Be^{x/L_n}$$

根据无穷远处过剩载流子浓度衰减为零的边界条件，上述微分方程解中的常数 A 、 B 的值为：

$$B \equiv 0 \quad \text{for } x > 0 \quad A \equiv 0 \quad \text{for } x < 0$$

双极输运方程的应用

由此得到微分方程的解为：

$$\delta n(x) = \delta n(0)e^{-x/L_n} \quad x \geq 0$$

$$\delta n(x) = \delta n(0)e^{+x/L_n} \quad x \leq 0$$

其中 $\delta n(0)$ 是 $x=0$ 处过剩载流子的浓度。

由上式可见，当 $x=0$ 处有稳态产生时，其两侧的过剩电子浓度随着空间位置的变化呈现指数衰减分布。根据电中性原理的要求，过剩空穴浓度随着空间位置的变化也呈现出同样的指数衰减分布，如图所示。

双极输运方程的应用

具体数值求解： 假设 $T=300\text{K}$ 时，p型半导体的掺杂浓度 $N_a = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ， $\tau_{n0} = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$ ， $D_n = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$ ， $\delta n(0) = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。少子扩散长度为：

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_{n0}} = \sqrt{(25)(5 \times 10^{-7})} = 35.4 \mu\text{m}$$

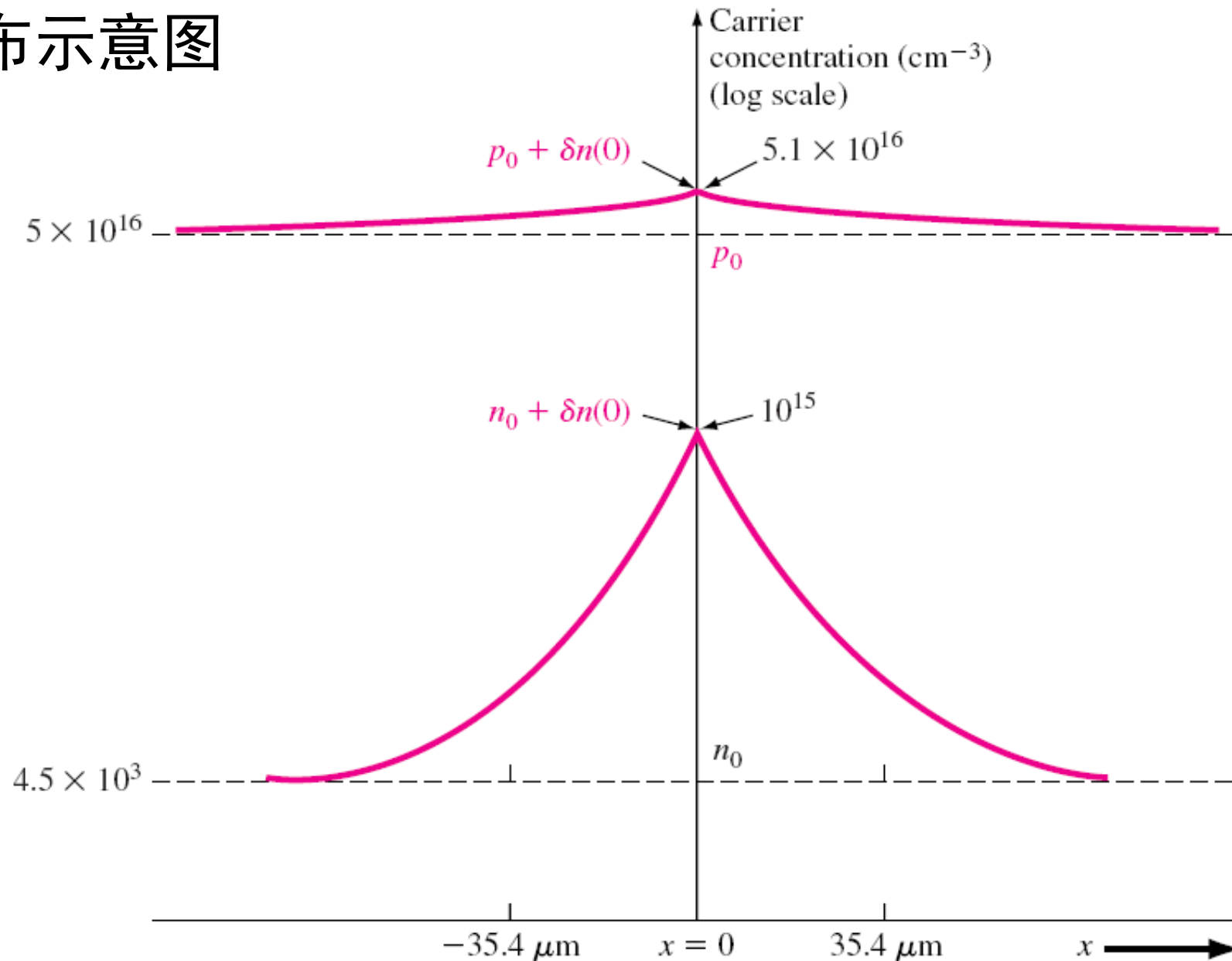
对于 $x \geq 0$ ，有

$$\delta n(x) = 10^{15} e^{-x/35.4 \times 10^{-4}} \text{ cm}^{-3}$$

说明： 可以看到，稳态浓度在 $x=L_n=35.4 \mu\text{m}$ 处衰减至 $\delta n(0)$ 的 $1/e$ 。还可以看到，小注入条件下，多子空穴的浓度几乎不变，而少子电子的浓度可以变化多个数量级。

双极输运方程的应用

$x=0$ 处有稳态过剩载流子产生时的电子和空穴浓度空间分布示意图



双极输运方程的应用

Example 4

假设n型半导体 $x=0$ 处在 $t=0$ 时刻瞬时产生了有限数量的电子-空穴对，而 $t>0$ 时 $g'=0$ 。半导体外加一个恒定电场 \mathcal{E}_0 ，计算过剩载流子浓度随 x 和 t 变化的函数。

Solution:

少子空穴的一维双极输运方程为：

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \mathcal{E}_0 \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

该方程解的形式为：

$$\delta p(x, t) = p'(x, t) e^{-t/\tau_{p0}}$$

双极输运方程的应用

代入双极输运方程，可得：

$$D_p \frac{\partial^2 p'(x,t)}{\partial x^2} - \mu_p \mathcal{E}_0 \frac{\partial p'(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial p'(x,t)}{\partial t}$$

利用Laplace变换，可以求得上述方程的解为：

$$p'(x,t) = \frac{1}{(4\pi D_p t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_p \mathcal{E}_0 t)^2}{4D_p t}\right]$$

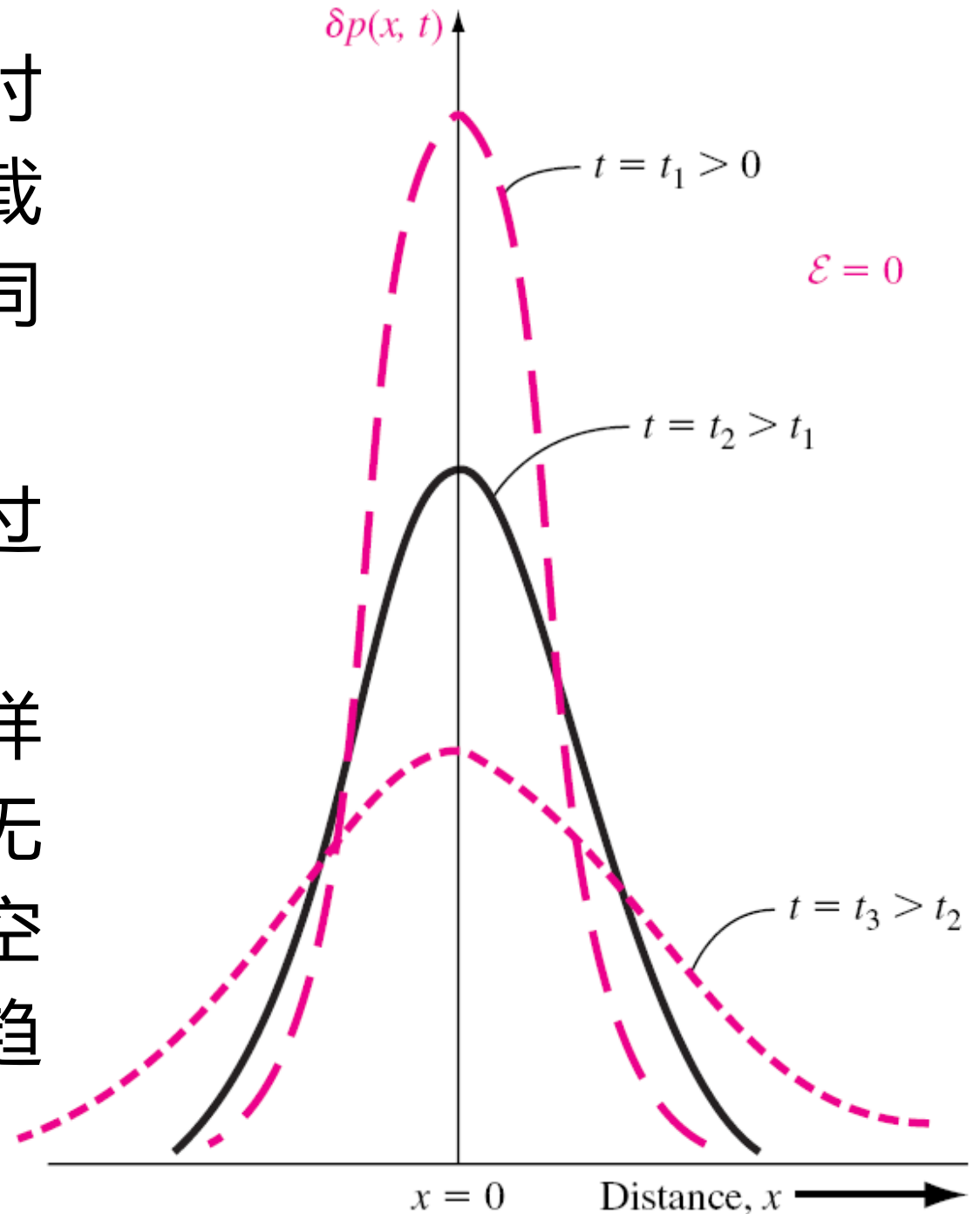
最后可得原双极输运方程的解为：

$$\delta p(x,t) = \frac{e^{-t/\tau_{p0}}}{(4\pi D_p t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_p \mathcal{E}_0 t)^2}{4D_p t}\right]$$

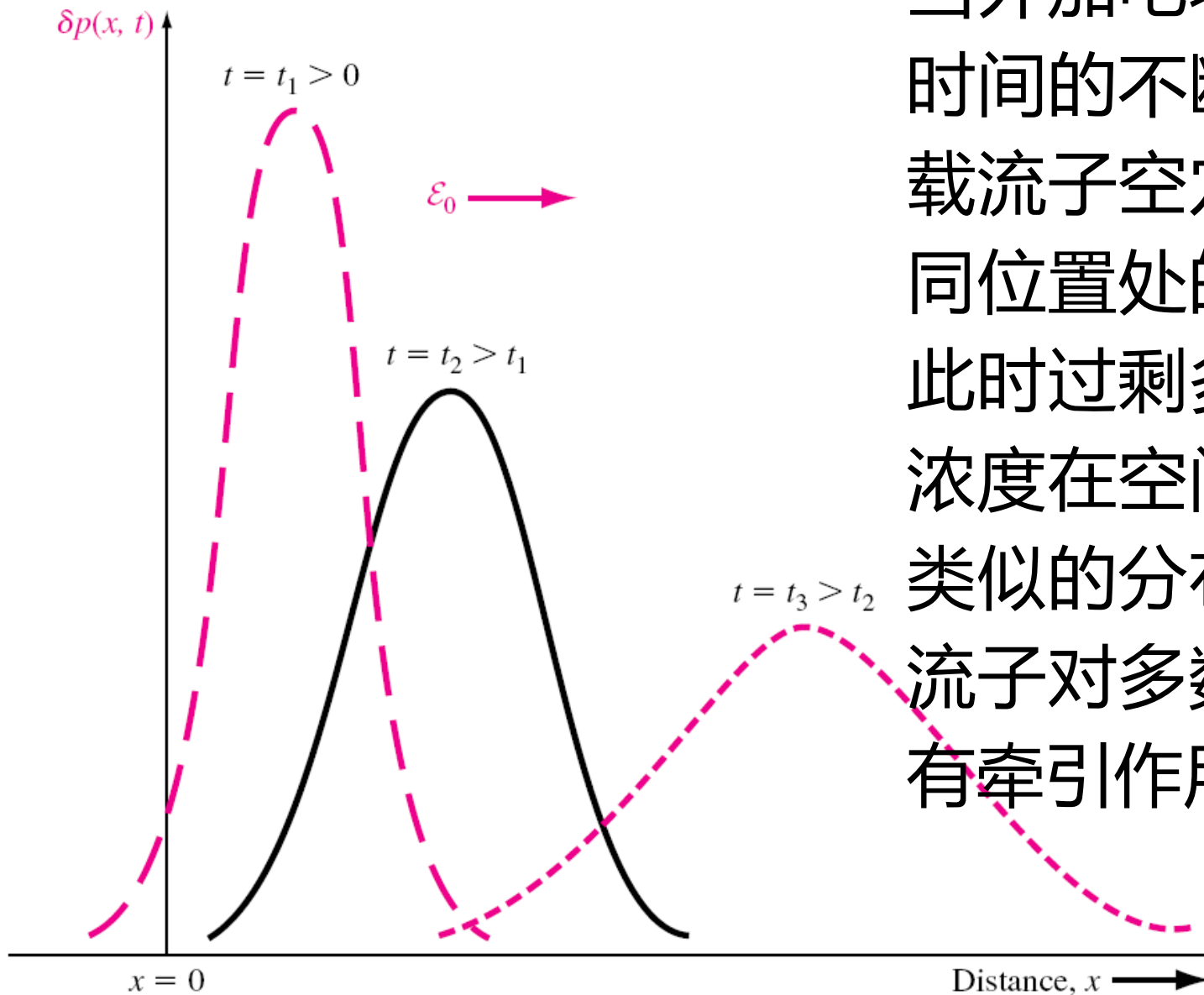
双极输运方程的应用

当外加电场为零时，随着时间的不断推移，过剩少数载流子空穴的浓度在空间不同位置处的分布情况。

根据电中性原理的要求，过剩多数载流子电子的浓度，随着时间的推移，也有同样的空间分布。当时间趋于无穷大时，过剩电子和过剩空穴的浓度由于不断复合而趋于零。



双极输运方程的应用



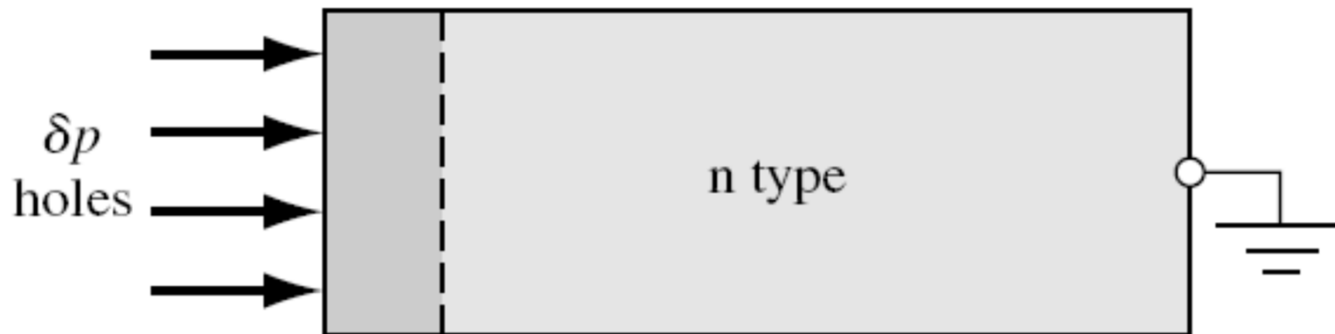
当外加电场不为零时，随着时间的不断推移，过剩少数载流子空穴的浓度在空间不同位置处的分布情况。注意此时过剩多数载流子电子的浓度在空间不同位置处也有类似的分布情况，即少数载流子对多数载流子的漂移具有牵引作用。

介质弛豫时间常数

前面的分析中一直假设了**准电中性**的条件，即过剩空穴的浓度和过剩电子的浓度总是互相抵消的。

现在设想这样一种情形，如下图所示，一块均匀掺杂的n型半导体材料，在其一端的表面附近区域突然注入了均匀浓度的空穴 δp ，此时这部分过剩空穴就不会有相应的过剩电子来与之抵消，现在的问题是：

电中性状态如何实现？需要多长时间才能实现？



介质弛豫时间常数

在这种情况下，决定过剩载流子浓度分布的方程主要有三个，第一个是泊松方程，即：
$$\nabla \cdot \mathcal{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

第二个是电流输运方程，即欧姆定律：

$$J = \sigma \mathcal{E}$$

第三个是电流的连续性方程，忽略产生和复合后，为：

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

上式中的 ρ 就是净的电荷密度，其初始值为 $e(\delta p)$ 。我们可以假设 δp 在表面附近的一个区域内是均匀的。

介质弛豫时间常数

对电流方程求散度，并利用泊松方程可得：

$$\nabla \cdot J = \sigma \nabla \cdot \mathcal{E} = \frac{\sigma \rho}{\varepsilon}$$

再与电流的连续性方程相结合，可得：

$$\frac{\sigma \rho}{\varepsilon} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{d\rho}{dt}$$

此方程可进一步变换为：
$$\frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)\rho = 0$$

其解为：
$$\rho(t) = \rho(0)e^{-(t/\tau_d)}$$

其中：
$$\tau_d = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$
 称为**介质弛豫时间常数**

半导体中局部多数载流子的产生与消亡的过程，伴随着电荷和电场的出现与消失，相应的时间称为介电弛豫时间。相对于少数载流子的寿命而言，多数载流子的介电弛豫时间往往短得可以忽略。

介质弛豫时间常数

Example 5

假设n型半导体的施主掺杂浓度 $N_d = 10^{16} \text{cm}^{-3}$ ，计算该半导体的介电弛豫时间常数。

Solution:

电导率为：

$$\sigma \approx e\mu_n N_d = (1.6 \times 10^{-19})(1200)(10^{16}) = 1.92(\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$$

硅的介电常数为：

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = (11.7)(8.85 \times 10^{-14}) \text{F} / \text{cm}$$

介电弛豫时间常数为：

$$\tau_d = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \frac{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})}{1.92} = 5.39 \times 10^{-13} \text{s} = 0.539 \text{ps}$$

介质弛豫时间常数

说明：在近似4倍时间常数的时刻，也就是大约 2ps 时，净电荷密度为零，即达到准点中性条件。

因为给出的连续性方程不包含任何的产生和复合项，所以最初的正电荷会被n型半导体所产生的过剩电子中和。与普通过剩载流子大约 $0.1\mu\text{s}$ 的寿命相比，该过程是非常迅速的。

这样就证明了电中性条件。

过剩载流子的寿命

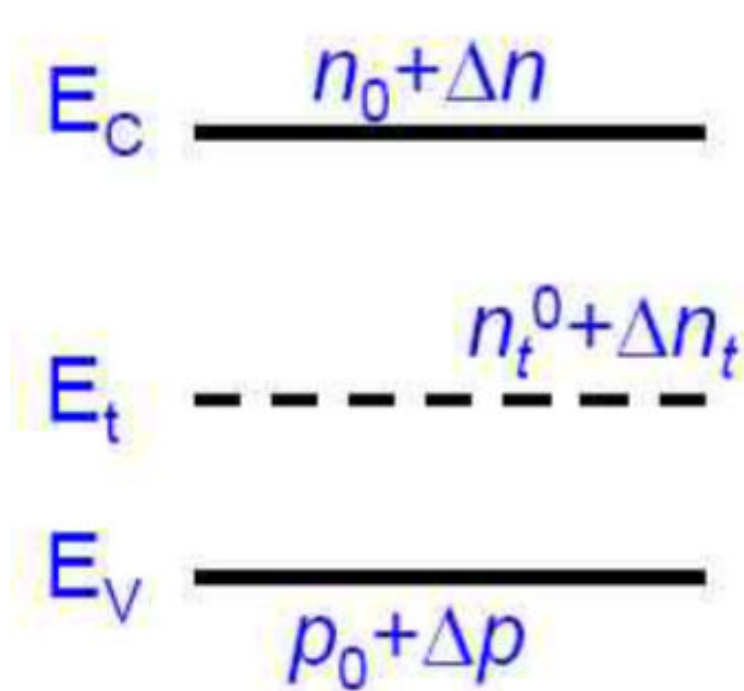
过剩电子和过剩空穴的复合率对半导体器件的特性有很大的影响，通常复合率反比于载流子的平均寿命。载流子的平均寿命一般取决于半导体材料中的**缺陷及其在禁带中引入的能态**。

当半导体处于非平衡态时，杂质能级具有积累非平衡载流子的作用，称为**陷阱效应**。即：杂质能级积累某一种非平衡载流子的效应。**陷阱**指有显著陷阱效应的杂质能级。陷阱的作用——**增加少子寿命**

电子陷阱——能积累电子的杂质或缺陷能级。

空穴陷阱——能积累空穴的杂质或缺陷能级。

过剩载流子的寿命



$$\Delta n \neq \Delta p$$

$$\Delta p = \Delta n + \Delta n_t$$

$\Delta n_t > 0$, 电子陷阱作用

$\Delta n_t < 0$, 空穴陷阱作用

n_t^0 : 平衡态时杂质能级电子浓度

肖克莱-里德-霍尔复合理论 (SRH复合)

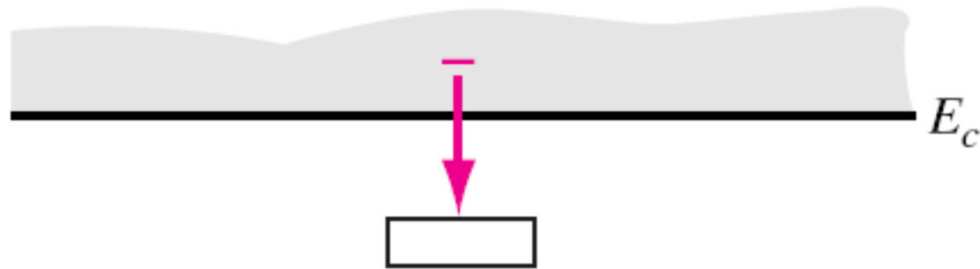
即复合中心理论: E_t 存在于禁带中心附近。

4个基本过程 (以受主型复合中心为例)

过剩载流子的寿命

以受主型复合中心为例的4个基本过程

Process 1

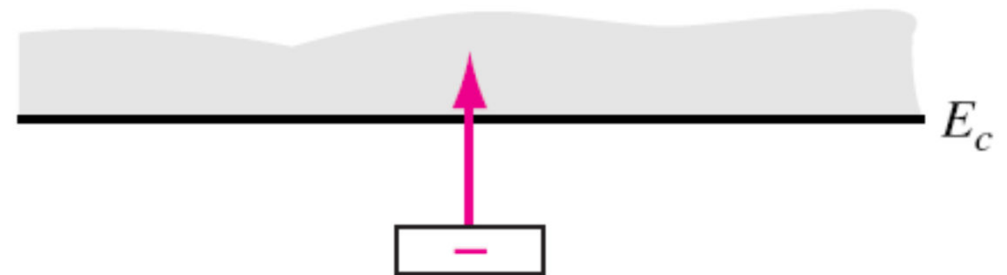


过程1： 电子的俘获，
导带中的电子被中性
空陷阱俘获



Electron capture

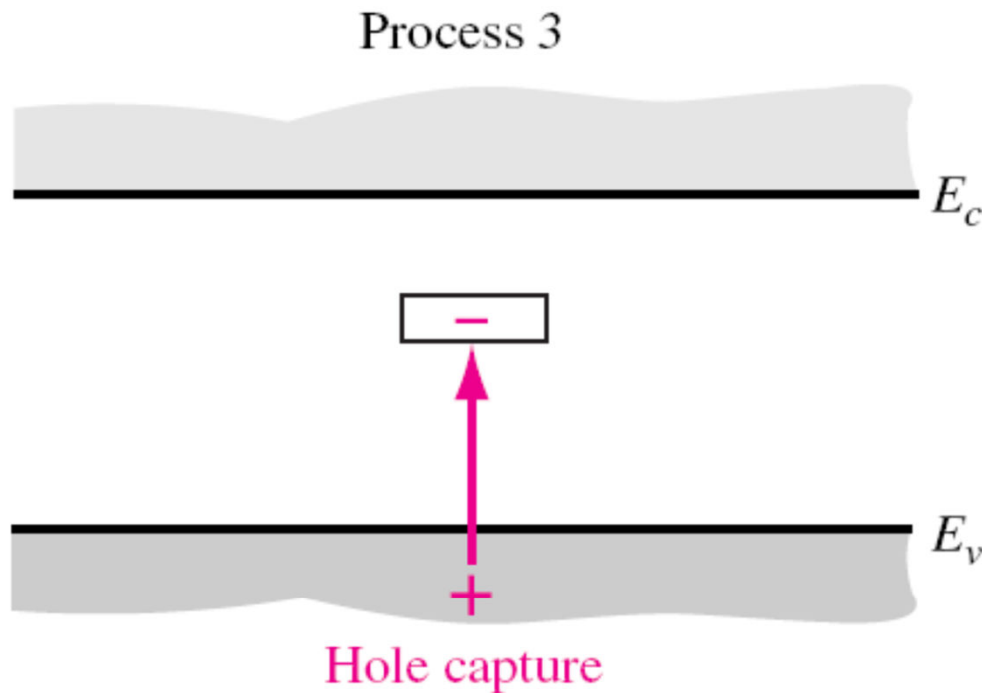
Process 2



过程2： 电子的发射，
过程1的逆过程，占有
陷阱能级的电子被发
射回导带

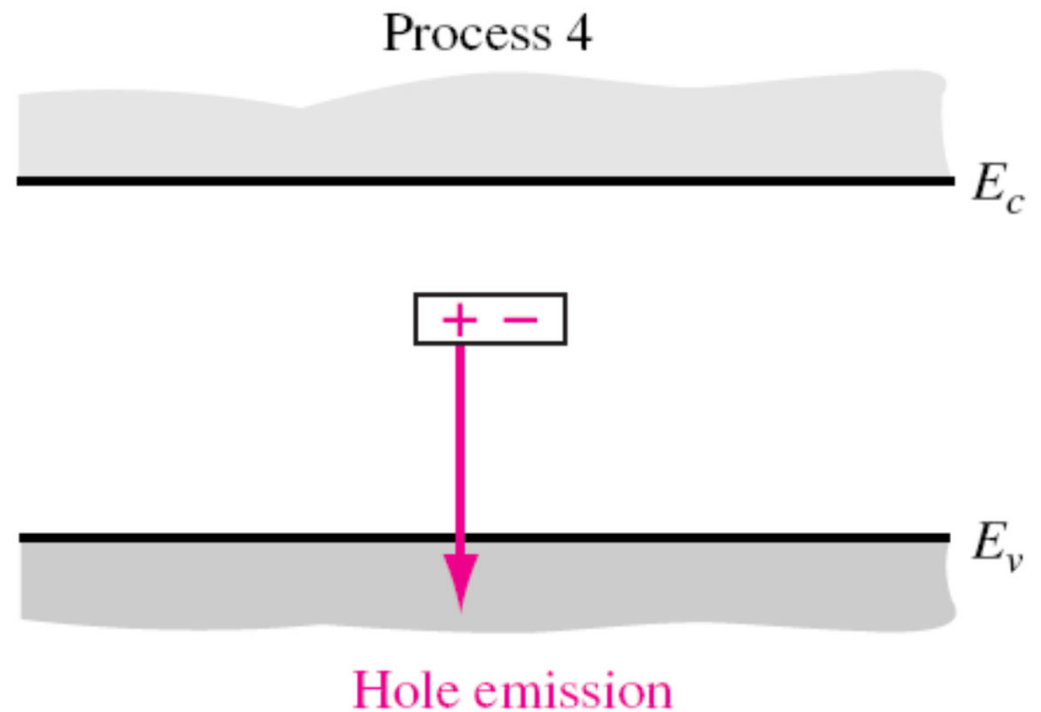
Electron emission

过剩载流子的寿命



过程3：空穴的俘获，价带中的空穴被包含电子陷阱俘获（或者陷阱中的电子被发射到价带）

过程4：空穴的发射，过程3的逆过程，中性陷阱将空穴发射到价带中



过剩载流子的寿命

基于SRH复合理论的电子与空穴的复合率可表示为：

$$R_n = R_p \equiv R = \frac{r_n r_p N_t (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

上式中 r_n 、 r_p 分别是正比于电子和空穴俘获率的常数， N_t 是复合中心的密度， n_1 、 p_1 则与复合中心能级在禁带中的位置有关，表示费米能级 E_F 与复合中心能级 E_t 重合时平衡电子和空穴的浓度。当复合中心能级位于禁带中心位置时，则有： $n_1 \approx p_1 \approx n_i$

对于热平衡情况，有： $np = n_0 p_0 = n_i^2$

可见： $R_n = R_p = 0$

复合效率

τ 与 E_t 能级位置的关系

净复合率（非平衡态） $U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$

简单假设 $r_n = r_p = r$

$$U = \frac{N_t r (np - n_i^2)}{(n + n_1) + (p + p_1)} = \frac{N_t r (np - n_i^2)}{(n + p) + 2n_i \exp\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right)}$$

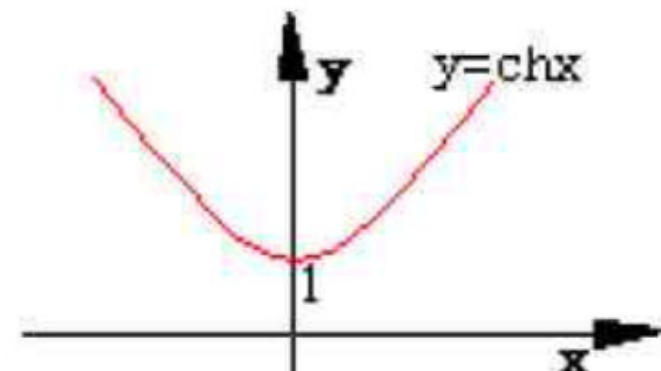
$$n_1 = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{kT}\right) = n_i \exp\left(-\frac{E_t - E_i}{kT}\right)$$

$$p_1 = N_V \exp\left(-\frac{E_t - E_V}{kT}\right) = n_i \exp\left(-\frac{E_i - E_t}{k_0 T}\right)$$

当 $E_t=E_i$ 时， U 极大，禁带中心附近能级是最有效复合中心

当 $|E_t-E_i| \gg kT$ ， $U \rightarrow 0$ ，浅能级不能起到有效复合作用

深能级是有效的复合中心



双曲余弦

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

过剩载流子的寿命

由此可见，SRH复合理论给出的是过剩电子和过剩空穴的复合率，因此也可以将其表示为：

$$R = \frac{\delta n}{\tau}$$

其中 δn 为过剩载流子的浓度， τ 为过剩载流子寿命
非本征掺杂与小注入条件的限制

考虑n型半导体材料，在小注入条件下，则有：

$$n_0 \gg p_0, \quad n_0 \gg \delta p, \quad n_0 \gg n', \quad n_0 \gg p'$$

因此由SRH理论可得： $R = r_p N_t \delta p$

过剩载流子的寿命

再根据下式：

$$R = \frac{\delta n}{\tau} = r_p N_t \delta p \equiv \frac{\delta p}{\tau_{p0}}$$

可得：

$$\tau_{p0} = \frac{1}{r_p N_t}$$

类似地，对于p型半导体材料，在小注入条件下，则有：

$$p_0 \gg n_0, \quad p_0 \gg \delta n, \quad p_0 \gg n', \quad p_0 \gg p'$$

按照类似的分析可得：

$$\tau_{n0} = \frac{1}{r_n N_t}$$

复合理论

复合分类

按复合过程分：{ 直接复合
间接复合

按复合位置分：{ 体内复合
表面复合

按能量交换方式分：{ 辐射复合：(e-光子)
非辐射复合：{ 发射声子(e-声子)
俄歇复合(e-e)

一、直接复合：

概念引入：

- 复合过程属于统计性的过程
- 带间直接复合

复合理论

平衡态： $R=G$

G ——产生率

R ——复合率（单位时间单位体积内复合掉e-h的对数
[$\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$]

非平衡态： $R \neq G$

净复合率 $U_d = R - G$

复合率 $R \propto np$, 令 $R = r np$

r 电子-空穴复合几率，只与 T 有关，与 n, p 无关

产生率 $G \propto n_{\text{导带}} p_{\text{价带}}$

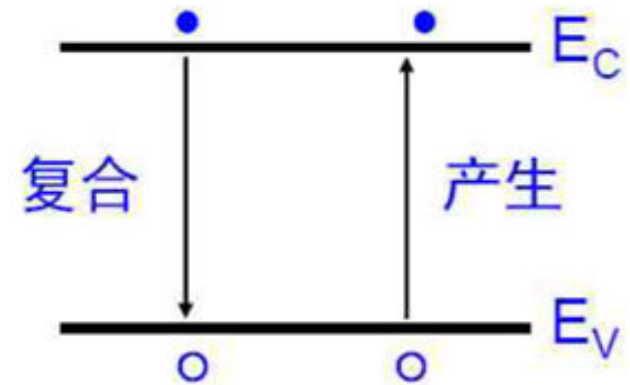
$n_{\text{导带}} p_{\text{价带}}$ 分别代表导带空状态密度和价带的电子占据态密度（空状态的态密度），电子和空穴的密度几乎不影响。

复合理论

热平衡时 $G_0 = R_0 = rn_0p_0 = rn_i^2$

$G \equiv G_0 = rn_i^2$ (只与T有关)

净复合率



$$U_d = R - G = r(np - n_i^2) = r[(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) - n_0p_0]$$

$$= r(n_0 + p_0)\Delta p + r\Delta p^2 \quad \text{取决于多子}$$

非平衡载流子寿命 τ

小注入 $(n_0 + p_0) \gg \Delta p$

当温度和掺杂浓度一定时, τ 是常数,

反比于多子浓度、复合几率

大注入 $(n_0 + p_0) \ll \Delta p$

τ 与多子浓度, r , Δp 有关

$$\tau = \frac{1}{r(n_0 + p_0)} = \begin{cases} \frac{1}{rn_0} & n\text{型} \\ \frac{1}{rp_0} & p\text{型} \end{cases}$$

复合理论

净复合率

$$U_d = r(n_0 + p_0)\Delta p + r\Delta p^2$$

$$U_d = \frac{\Delta p}{\tau}$$

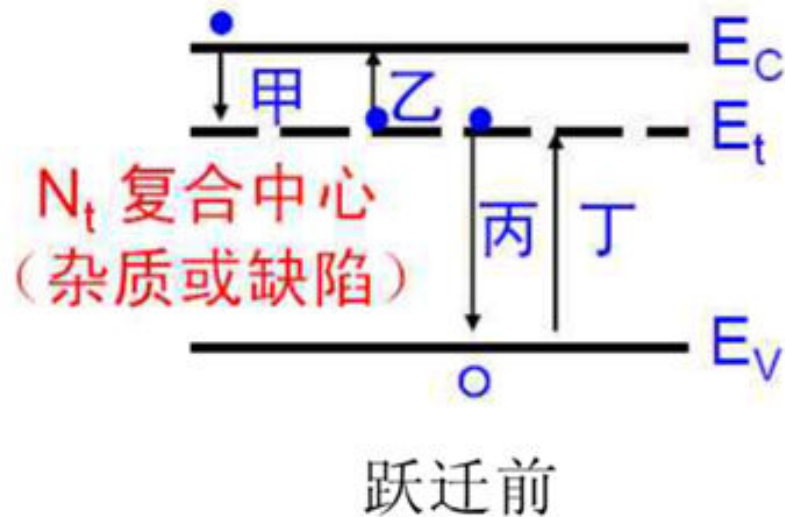
$$\tau = \frac{\Delta p}{U_d} = \frac{1}{r[(n_0 + p_0) + \Delta p]}$$

直接复合一般发生在直接禁带半导体

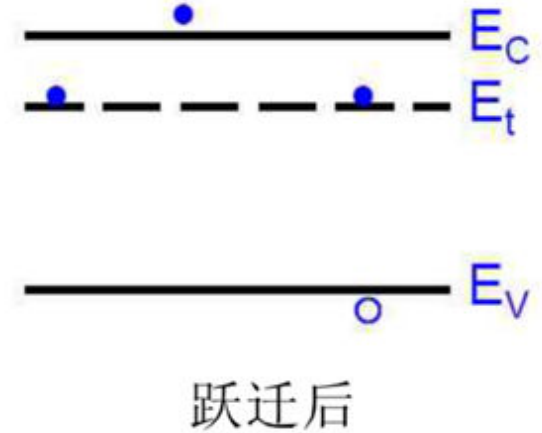
二、间接复合

促进符合过程的杂质和缺陷成为复合中心：间接复合是指非平衡载流子通过复合中心的复合，是一个统计性过程

复合理论



N_t : 复合中心 E_t 的浓度
 n_t : 复合中心上的电子浓度
 $N_t - n_t$: 未被电子占据的复合中心浓度



以一种复合中心为例，间接复合的四个基本过程：

甲： E_t 俘获电子，电子俘获率 $= r_n n (N_t - n_t)$ ， N_t 复合中心浓度； n_t 复合中心能级电子浓度， r_n 电子俘获系数，量纲 $[cm^3 s^{-1}]$

乙： E_t 向导带发射电子，电子发射率 $= s_- n_t$ ， s 电子激发几率 量纲： $[s^{-1}]$

丙： E_t 从价带俘获空穴，空穴俘获率 $= r_p p n_t$

丁： E_t 向价带发射空穴，空穴发射几率 $= s_+ (N_t - n_t)$

复合率

稳态时 (n_t 不变) 甲+丁=乙+丙

甲-乙=丙-丁=净复合率U

s_- , s_+ 为常数 (只与T有关, 与 n , p 无关)

可用平衡态来求 s_- , s_+ , 热平衡时甲=乙, 丙=丁

热平衡状态下, 两对互逆过程相互抵消:

电子发射率 (过程乙) = 电子俘获率 (过程甲)

$$s_- n_t = r_n n_0 (N_t - n_t)$$

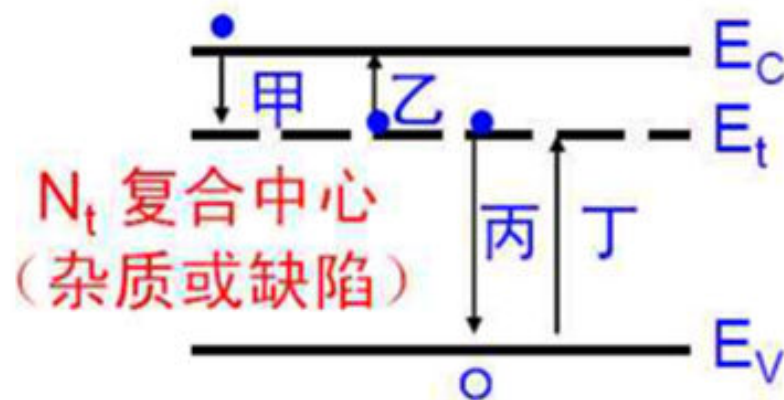
空穴发射率 (过程丁) = 空穴俘获率 (过程丙)

$$s_+ (N_t - n_t) = r_p p_0 n_t$$

带入 n_0, n_t 的表达式:

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right)$$

$$n_t = \frac{N_t}{1 + \exp\left(\frac{E_t - E_F}{kT}\right)}$$



设 E_F 与 E_t 重合时导带的平衡电子浓度和价带的平衡空穴浓度

$$n_1 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{kT}\right) \quad p_1 = N_v \exp\left(-\frac{E_t - E_v}{kT}\right) \quad n_1 p_1 = n_i^2$$

$$\text{电子发射率} = r_n n_t N_c \exp\left(\frac{E_t - E_c}{kT}\right) = r_n n_t n_1$$

$$\text{空穴发射率} = r_p (N_t - n_t) N_v \exp\left(\frac{E_v - E_t}{kT}\right) = r_p (N_t - n_t) p_1$$

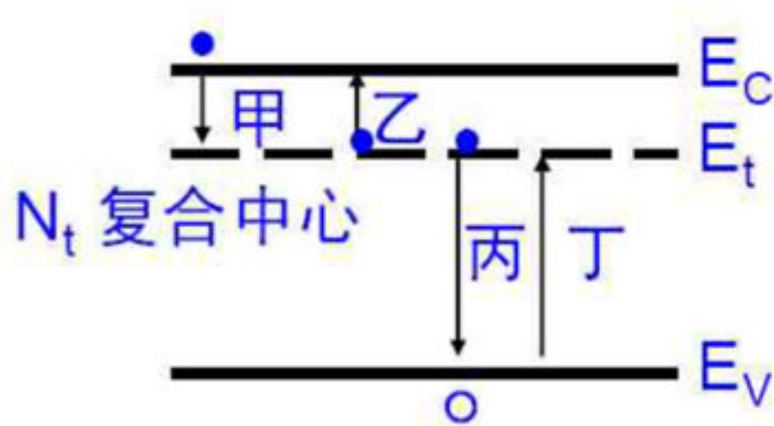
带入稳态条件，

$$r_n n (N_t - n_t) + r_p p_1 (N_t - n_t) = r_n n_1 n_t + r_p p n_t$$

$$n_t = N_t \frac{r_n n + r_p p_1}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

净复合率 $U = \text{甲} - \text{乙} = \text{丙} - \text{丁}$

$$\text{净复合率} U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$



非平衡载流子寿命 τ

热平衡条件下: $np = n_0 p_0 = n_i^2$ $U=0$

非热平衡条件下: $U \neq 0$

$$U = \frac{N_t r_n r_p (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p)}{r_n (n_0 + \Delta n + n_1) + r_p (p_0 + \Delta p + p_1)}$$
$$= \frac{N_t r_n r_p (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n)}{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)} \quad (\text{小注入}, (n_0 + p_0) \gg \Delta n, \Delta p, r_n \sim r_p)$$

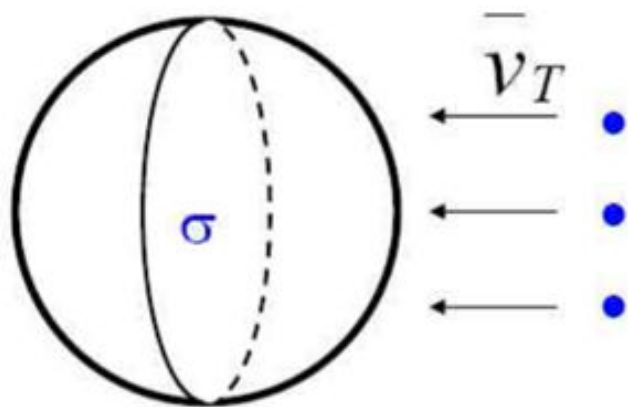
$$\tau = \frac{\Delta p}{U} = \frac{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}{N_t r_n r_p (n_0 + p_0)} = \tau_p \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_n \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0}$$

$$\tau_p = \frac{1}{N_t r_p}, \quad \tau_n = \frac{1}{N_t r_n}$$

τ 取决于 n_0, p_0, n_1, p_1 , 与非平衡载流子浓度无关 ⁷¹

复合理论

俘获截面——复合中心复合载流子的本领, $[\text{cm}^2]$



电子俘获率 $= r_n n (N_t - n_t)$, 单位时间内某一个复合中心复活电子（或空穴）的数目, 单位 $[\text{cm}^3 \text{s}^{-1}]$

$$r_n = \sigma_- \bar{v}_T, \quad r_p = \sigma_+ \bar{v}_T \quad \bar{v}_T \text{ 载流子热运动速度}$$

$$\sigma_{\pm} = 10^{13} \sim 10^{17}$$

复合理论

三、表面复合

在实际的半导体器件中，半导体材料不可能是无穷大的，总有一定的边界，因此表面效应对半导体器件的特性具有非常重要的影响。

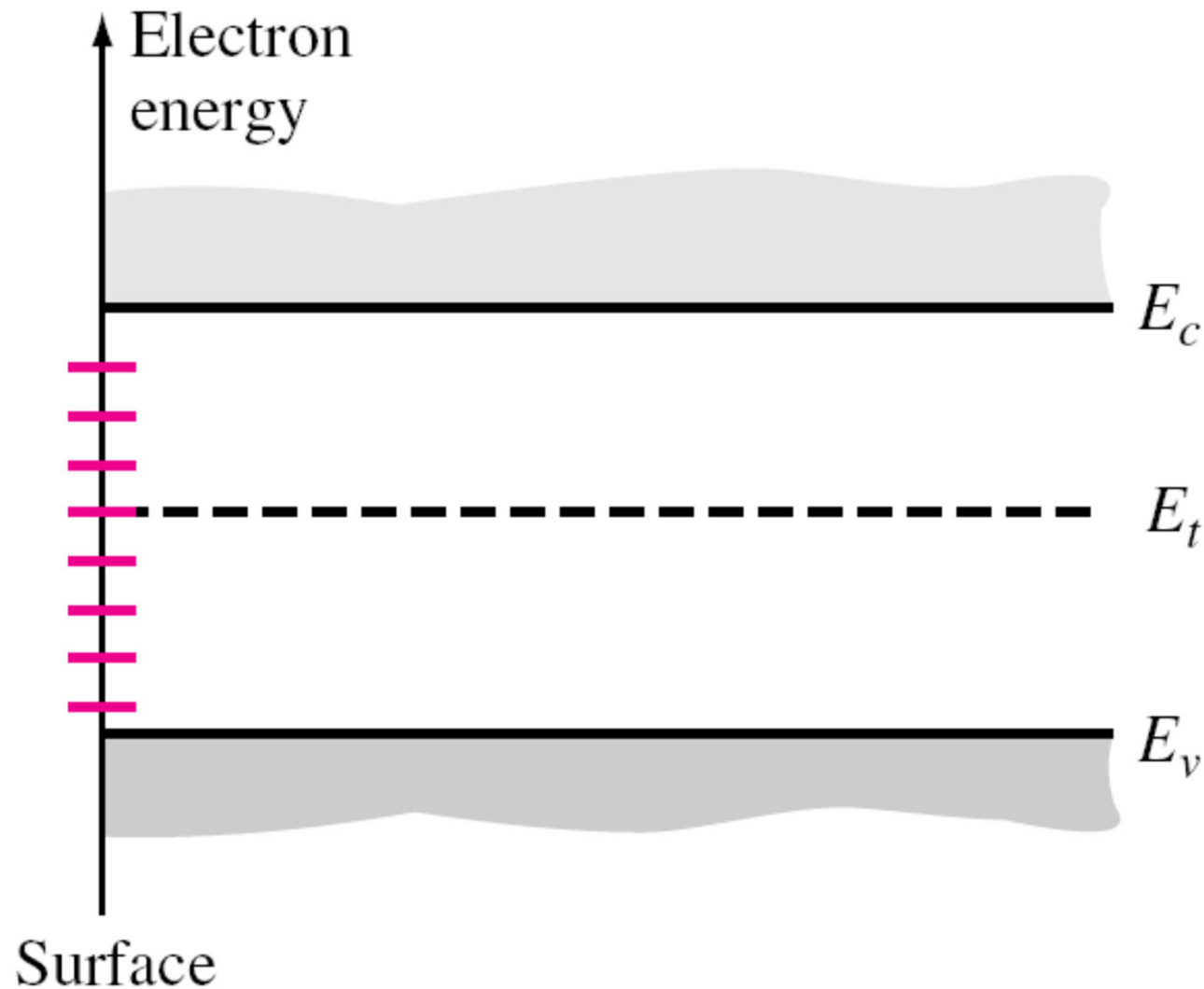
表面态

表面理想的周期性晶格发生中断，出现悬挂键，导致表面态。通常位于禁带中，呈现为分立的能级，可以起到复合中心的作用。

SRH理论表明，过剩少数载流子的寿命反比于复合中心的密度，由于表面复合中心的密度远远大于体内复合中心的密度，因此表面过剩少数载流子的寿命要远远低于体内过剩少数载流子的寿命。

复合理论

表面态示意图，通常表现为禁带中的分立能态



复合理论

例如，对于n型半导体材料，其体内过剩载流子的复合率为：

$$R = \frac{\delta p}{\tau_{p0}} \equiv \frac{\delta p_B}{\tau_{p0}}$$

其中 δp_B 为体内过剩少数载流子空穴的浓度，我们同样可以写出表面处过剩载流子的复合率为：

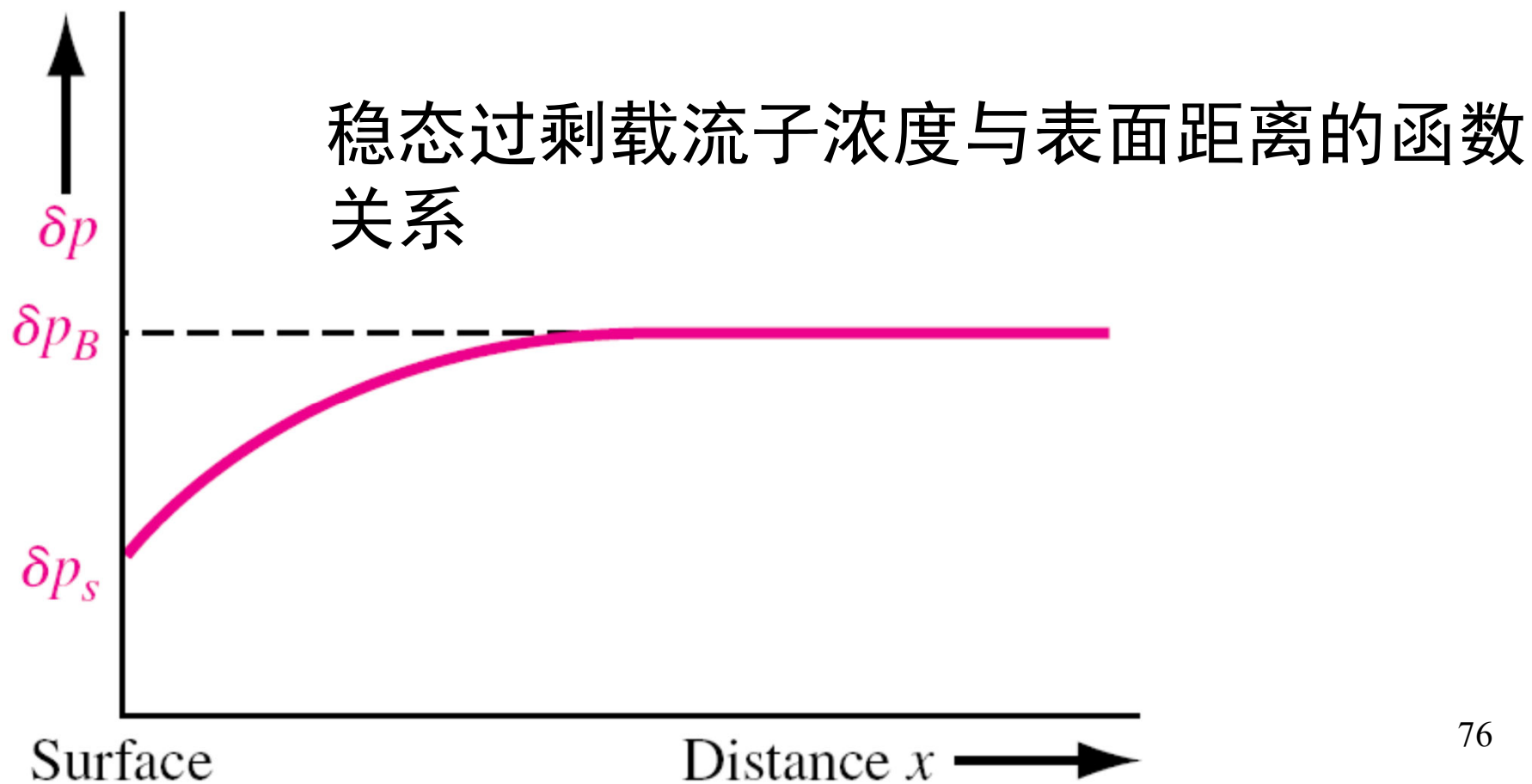
$$R_s = \frac{\delta p_s}{\tau_{p0s}}$$

其中 δp_s 为表面处过剩少数载流子空穴的浓度， τ_{p0s} 为表面处过剩少数载流子空穴的寿命。假设半导体材料中各处过剩载流子的产生率相同，稳态时，产生率与复合率相等，因此表面处与体内的复合率相同。

复合理论

又因为 $\tau_{p0s} < \tau_{p0}$, 所以有 $\delta p_s < \delta p_B$

可见, 表面处的过剩载流子浓度通常要小于体内, 如图所示。



复合理论

表面复合速度

由图可见，在表面处存在一个过剩载流子浓度的梯度，因此过剩载流子不断地由体内扩散到表面处并复合掉。这种扩散可以通过下述方程来描述：

$$-D_p \left[\hat{n} \cdot \frac{d(\delta p)}{dx} \right] \Big|_{surf} = s \delta p \Big|_{surf}$$

s 称为表面复合速度，其单位为cm/sec。

复合理论

基本现象——表面有促进载流子复合作用

- 表面经过细磨的样品，载流子寿命短；
- 细磨后再经过化学腐蚀的样品，载流子寿命长
- 同样表面情况的样品，样品小，载流子寿命短

表面复合是指在样品表面发生的复合过程

- 表面处的杂质和表面特有的缺陷也在近代中形成

复合中心能级——表面复合是一种间接复合

- 表面态通常都是深能级——有效的复合中心

实际样品的寿命是体内复合与表面复合的综合效果

总复合概率

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_V} + \frac{1}{\tau_S}$$

表面复合率 (U_s) ——单位时间内通过单位面积复合掉的电子空穴数

$$U_s = \frac{\text{复合数目}}{\text{单位时间} \times \text{单位表面积}} = s(\Delta p)_s$$

表面复合率 (U_s) ——单位时间内通过单位面积复合掉的电子空穴数 ($\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$)

表面处的非平衡载流子 $(\Delta p)_s$ 都以 s 大小垂直速度流出了表面, s ——表面复合速度 (cm/s)

考虑n型半导体, 有 $U_s = \sigma_+ \bar{v}_T N_{st} (\Delta p)_s = s_p (\Delta p)_s$

N_{st} 为复合中心面密度

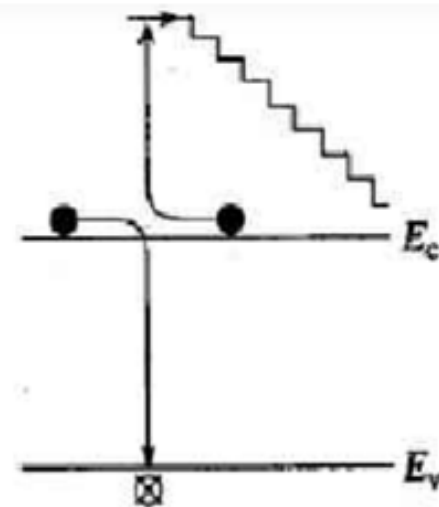
空穴表面复合速度: $s_p = \sigma_+ \bar{v}_T N_{st}$

表面复合速度: Ge: $10^2 \sim 10^6 \text{cm/s}$; Si: $10^3 \sim 5 \times 10^6 \text{cm/s}$;

较高的表面复合速度会使更多的注入载流子在表面复合消失, 影响器件性能——减小表面复合

四、俄歇复合

概念：载流子从高能级向低能级跃迁，发生电子-空穴复合时，把多余的能量传给另一个载流子，使这个载流子被激发到能量更高的能级上去，当它重新跃迁回低能级时，多余的能量以声子形式发出，这种符合称为俄歇复合。



带间**Auger**复合

俄歇复合特点：

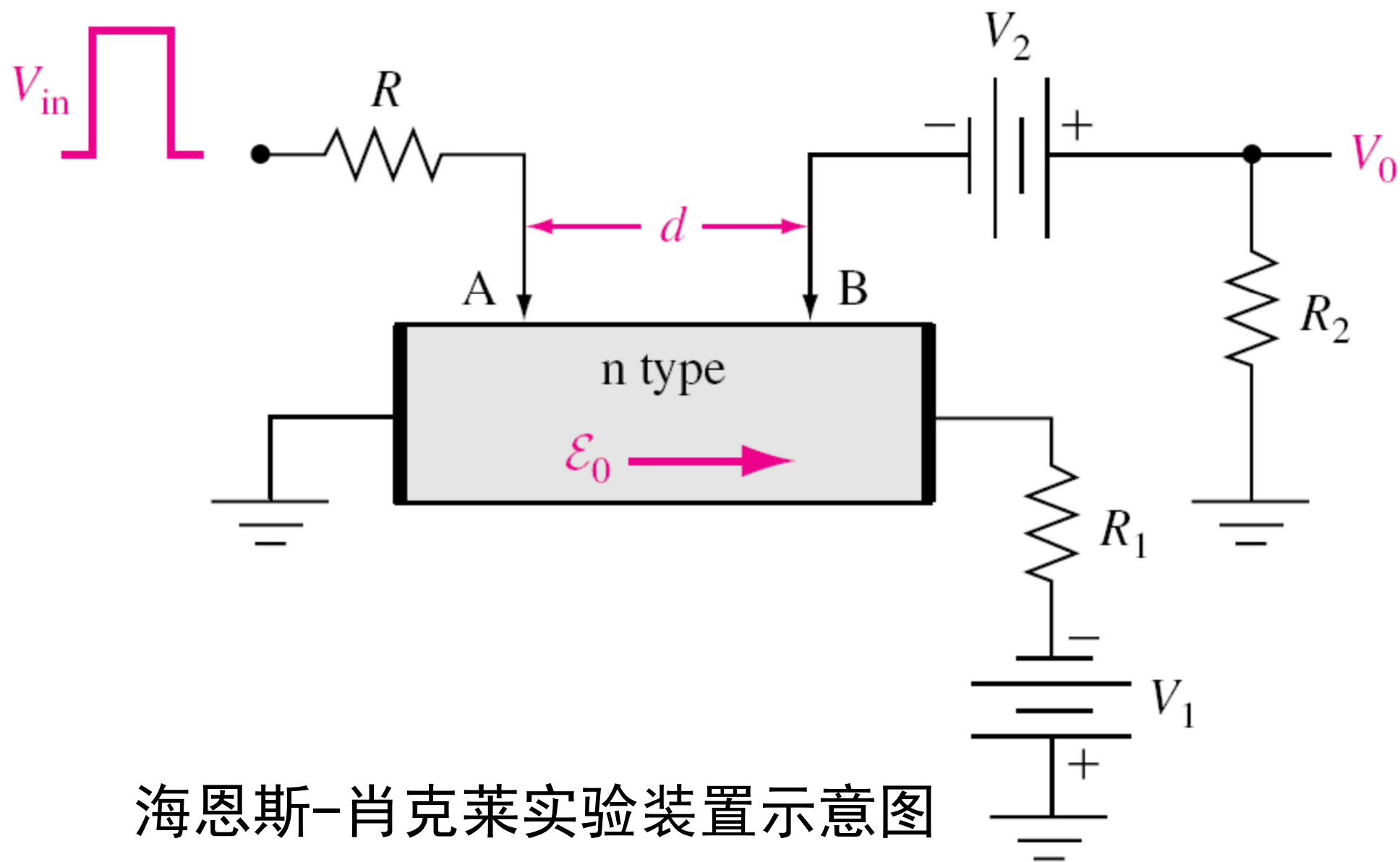
- 1) 非辐射复合
- 2) 三粒子过程
- 3) 带间俄歇复合在**窄禁带半导体中及高温情况**起重要作用；与杂质有关的俄歇复合常常是影响半导体发光器件的发光效率的重要原因

海恩斯-肖克莱实验

下面介绍一个能够直观地演示非平衡过剩载流子特性的实验，即海恩斯-肖克莱实验，该实验的装置如下页图所示。

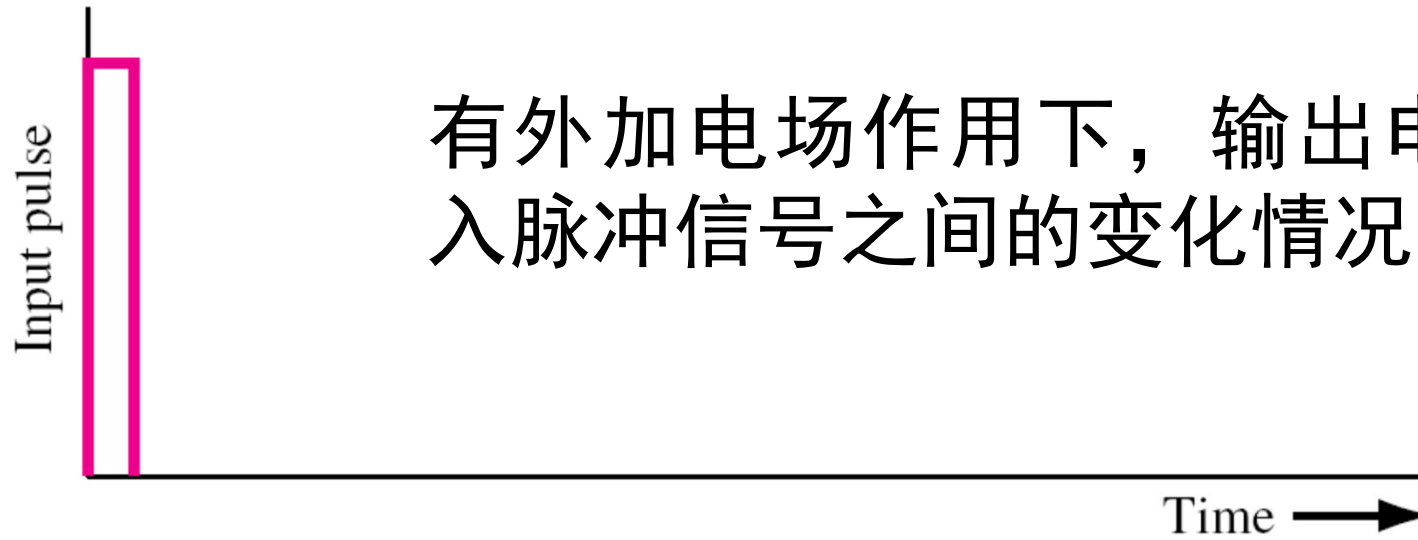
外加电压 V_1 给n型半导体材料中建立一个沿着 $+x$ 方向的电场 \mathcal{E}_0 ，过剩少数载流子空穴由接触点A注入到半导体材料中，并在外加电场的作用下逐渐向右边漂移；接触点B为整流接触，该接触点被外加电压 V_2 反向偏置，当它收集到漂移过来的部分过剩少数载流子空穴之后，就会在输出端产生一个输出信号 V_0 。这个实验实际上就是前面讨论过的例题，下面我们来看输出信号与输入脉冲信号之间的变化情况。

海恩斯-肖克莱实验

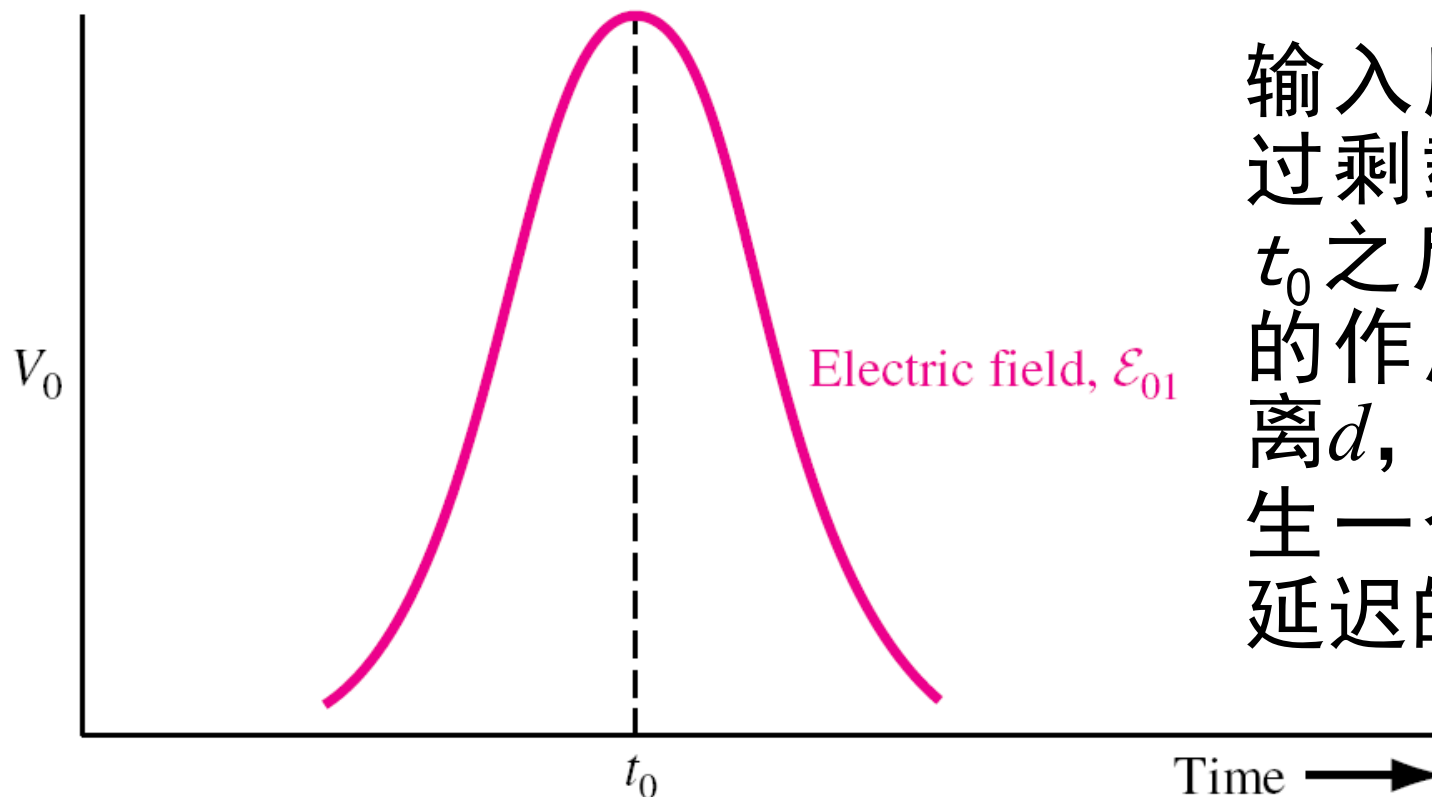


海恩斯-肖克莱实验装置示意图

海恩斯-肖克莱实验

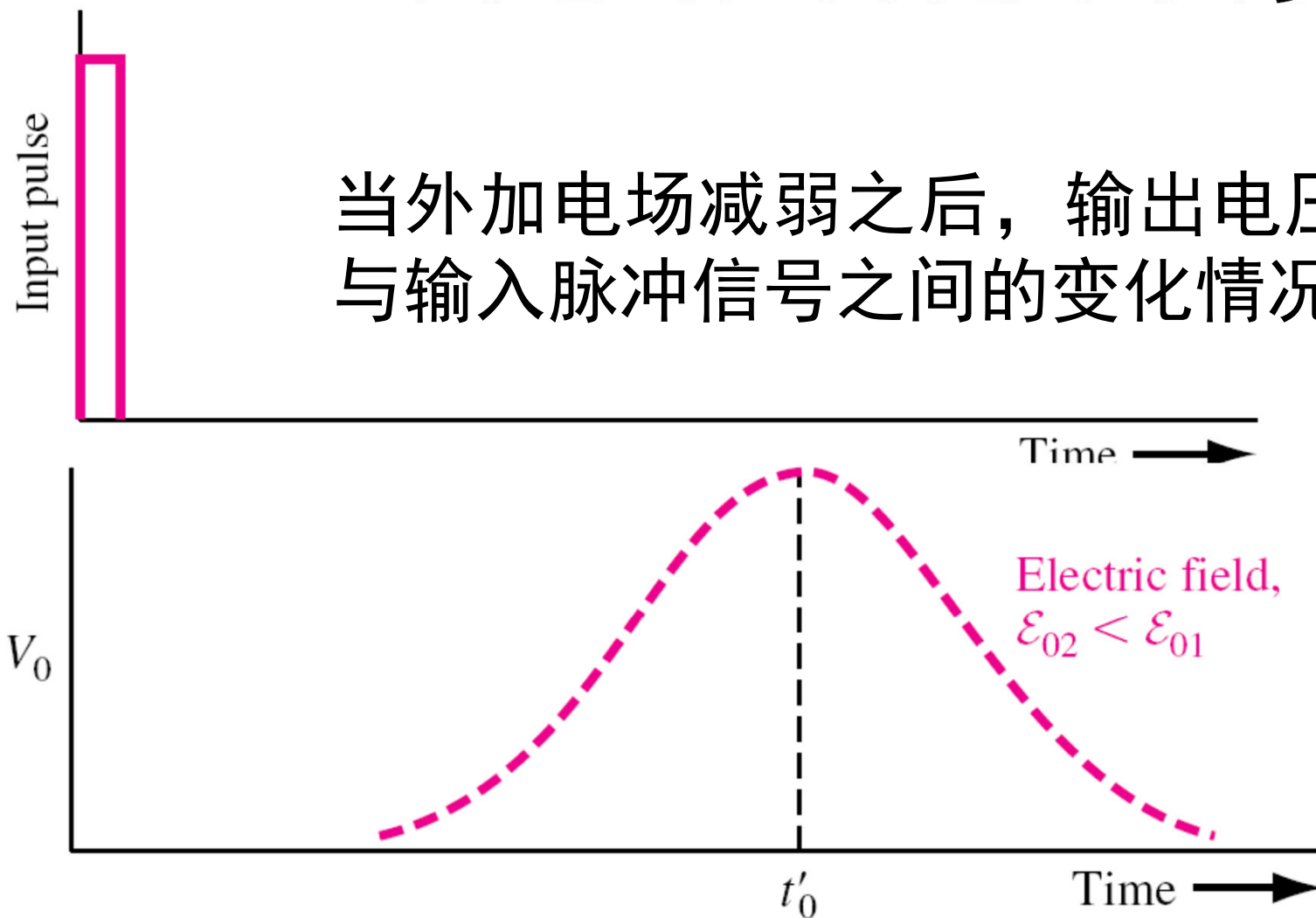


有外加电场作用下，输出电压信号与输入脉冲信号之间的变化情况。



输入脉冲信号产生的过剩载流子经过时间 t_0 之后，在外加电场的作用下漂移通过距离 d ，最后在输出端产生一个衰减、展宽且延迟的输出信号。

海恩斯-肖克莱实验



当外加电场减弱之后，输出电压信号与输入脉冲信号之间的变化情况。

当外加电场减弱之后，注入的过剩载流子在外加电场作用下漂移通过距离 d 所需时间更长，最后在输出端产生一个更为衰减、展宽且延迟的输出信号。

海恩斯-肖克莱实验

利用海恩斯-肖克莱实验结果，可以确定半导体材料中少数载流子的**迁移率、寿命和扩散系数**。

根据例题给出的结果，可知在外加电场作用下过剩少数载流子的分布为：

$$\delta p(x,t) = \frac{e^{-t/\tau_{p0}}}{(4\pi D_p t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_p \mathcal{E}_0 t)^2}{4D_p t}\right]$$

峰值点处满足： $x - \mu_p \mathcal{E}_0 t = 0$

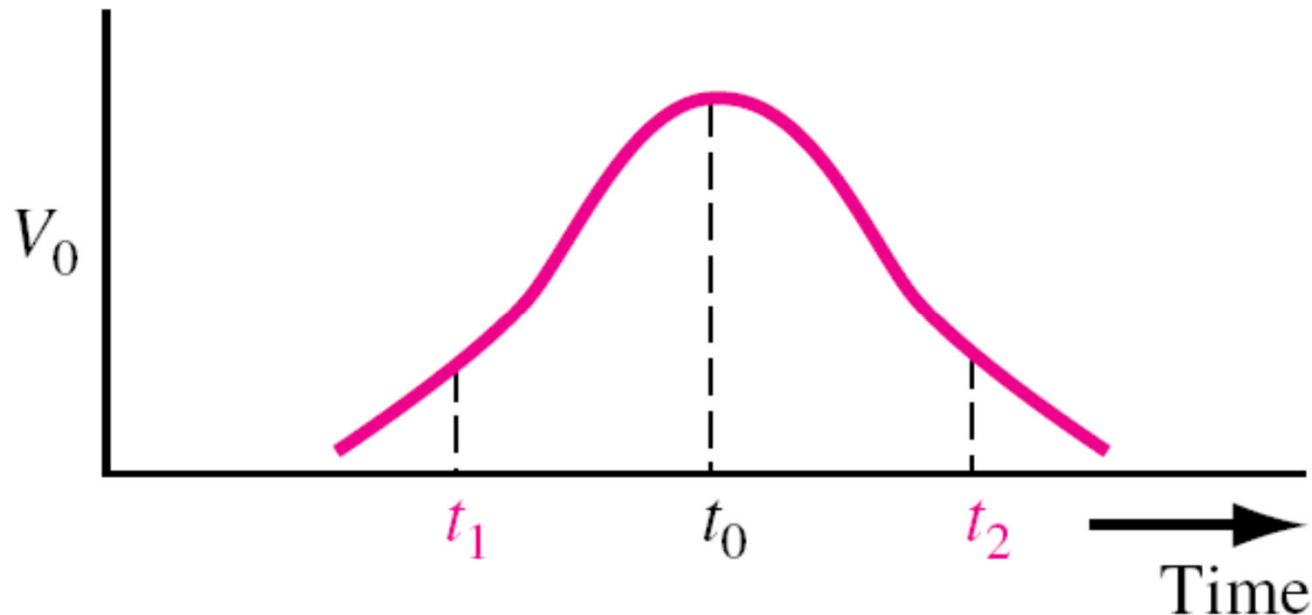
因此可以求得少数载流子的迁移率为：

$$\mu_p = \frac{d}{\mathcal{E}_0 t_0}$$

海恩斯-肖克莱实验

如图所示，在输出响应信号波形图中， t_1 、 t_2 为输出信号下降为峰值点 e^{-1} 倍的时间，假设 t_1 、 t_2 相差不大，则 t_1 、 t_2 满足下述方程：

$$(d - \mu_p \mathcal{E}_0 t)^2 = 4D_p t$$



海恩斯-肖克莱实验

由此可以求得：

$$D_p = \frac{(\mu_p \mathcal{E}_0)^2 (\Delta t)^2}{16t_0}$$

其中：

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

上述分布曲线下所包含的面积 S 正比于尚未与多数载流子电子复合掉的过剩空穴数，因此有：

$$S = K \exp\left(\frac{-t_0}{\tau_{p0}}\right) = K \exp\left(\frac{-d}{\mu_p \mathcal{E}_0 \tau_{p0}}\right)$$

上式中 K 为常数。通过改变外加电场 \mathcal{E}_0 ，绘出 $\ln(S)$ 与 $(d/\mu_p \mathcal{E}_0)$ 之间的变化曲线，利用该曲线（实际为直线）的斜率即可求得少数载流子的寿命 τ_{p0} 。

准费米能级

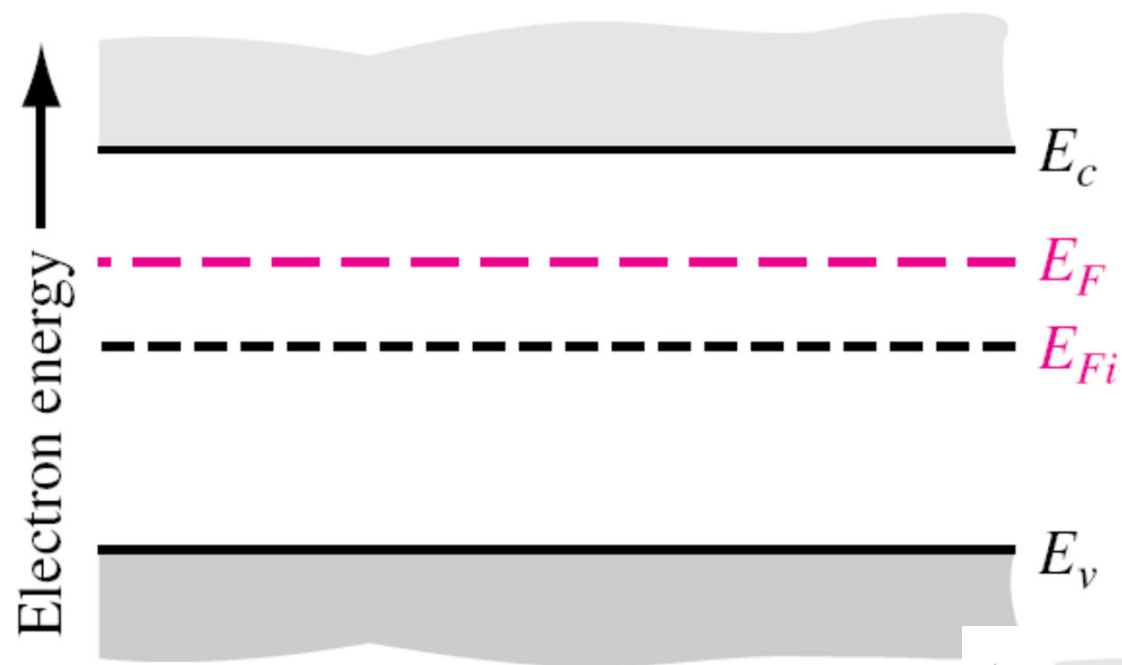
在热平衡条件下，电子和空穴的浓度是费米能级位置的函数，即：

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

其中 E_F 和 E_{Fi} 分别是费米能级和本征费米能级， n_i 是本征载流子浓度。对于n型和p型半导体材料，其 E_F 和 E_{Fi} 的位置分别如下图所示。

准费米能级



n型半导体材料

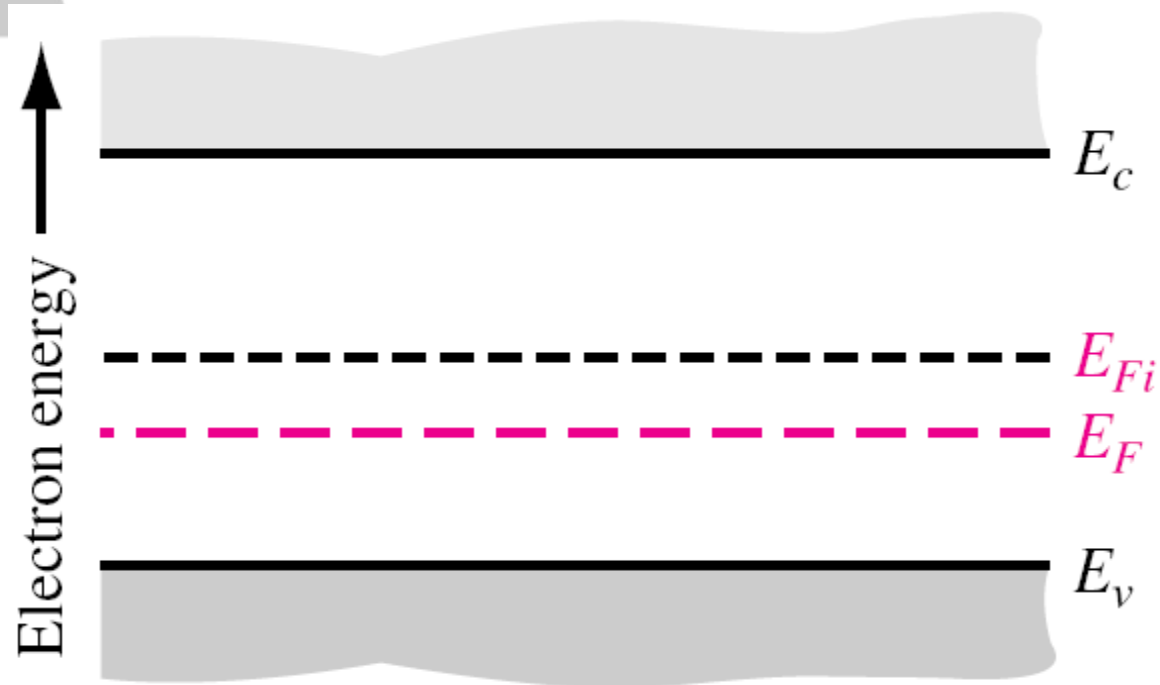
$$E_F > E_{Fi}$$

$$n_0 > n_i > p_0$$

p型半导体材料

$$E_F < E_{Fi}$$

$$n_0 < n_i < p_0$$



准费米能级

当有过剩载流子存在时，半导体材料就不再处于热平衡状态，此时费米能级就失去意义，但这种情况可以分别为电子和空穴定义一个适用于非平衡条件下的准费米能级，即：

$$n_0 + \delta n = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_0 + \delta p = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT}\right)$$

其中 E_{Fn} 和 E_{Fp} 就是**电子和空穴的准费米能级**，在非平衡条件下，电子的总浓度和空穴的总浓度分别是其准费米能级的函数。

准费米能级

Example 6

To calculate the quasi-Fermi energy levels.

Consider an n-type semiconductor at $T = 300$ K with carrier concentrations of $n_0 = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, and $p_0 = 10^5 \text{ cm}^{-3}$. In nonequilibrium, assume that the excess carrier concentrations are $\delta n = \delta p = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

■ Solution

The Fermi level for thermal equilibrium can be determined from Equation (8.69a). We have

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln \left(\frac{n_0}{n_i} \right) = 0.2982 \text{ eV}$$

We can use Equation (8.70a) to determine the quasi-Fermi level for electrons in nonequilibrium. We can write

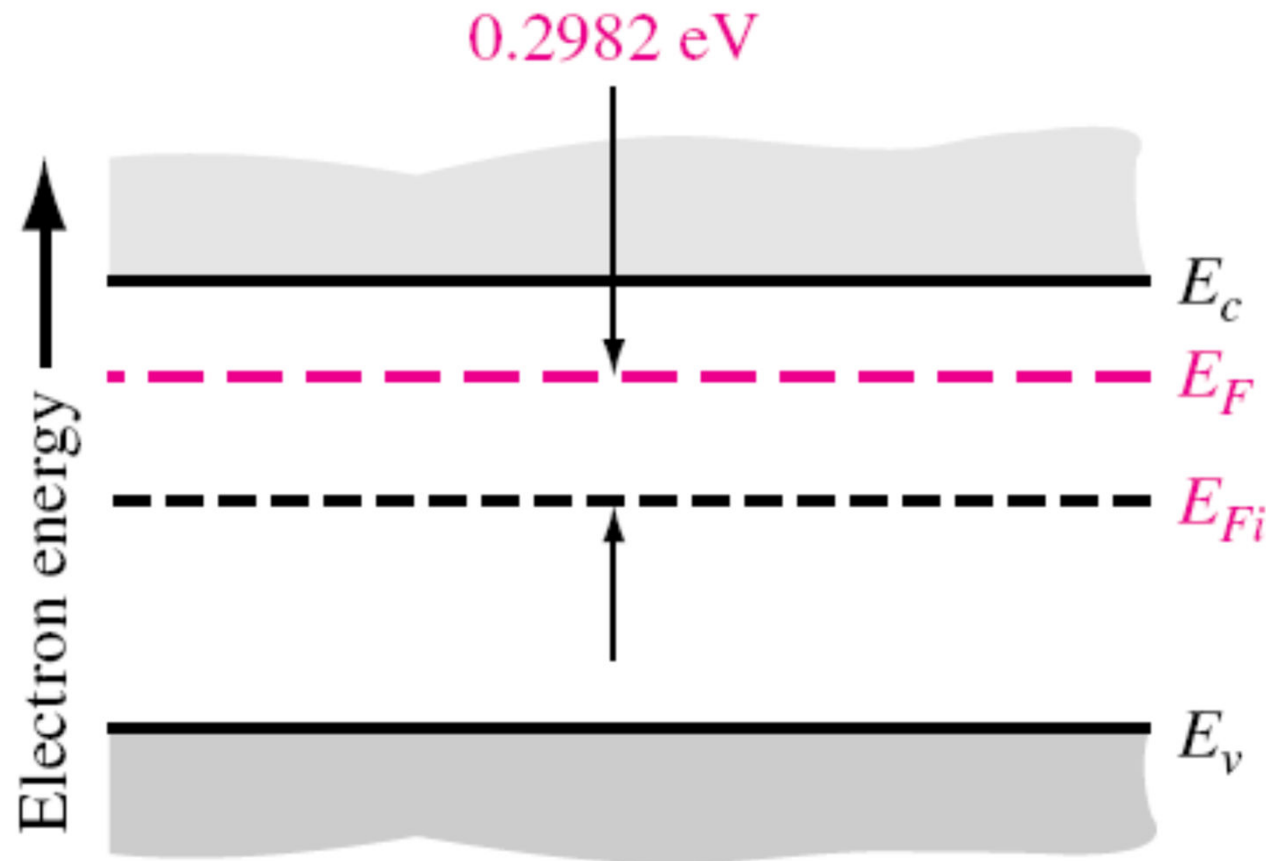
$$E_{Fn} - E_{Fi} = kT \ln \left(\frac{n_0 + \delta n}{n_i} \right) = 0.2984 \text{ eV}$$

Equation (8.70b) can be used to calculate the quasi-Fermi level for holes in nonequilibrium. We can write

$$E_{Fi} - E_{Fp} = kT \ln \left(\frac{p_0 + \delta p}{n_i} \right) = 0.179 \text{ eV}$$

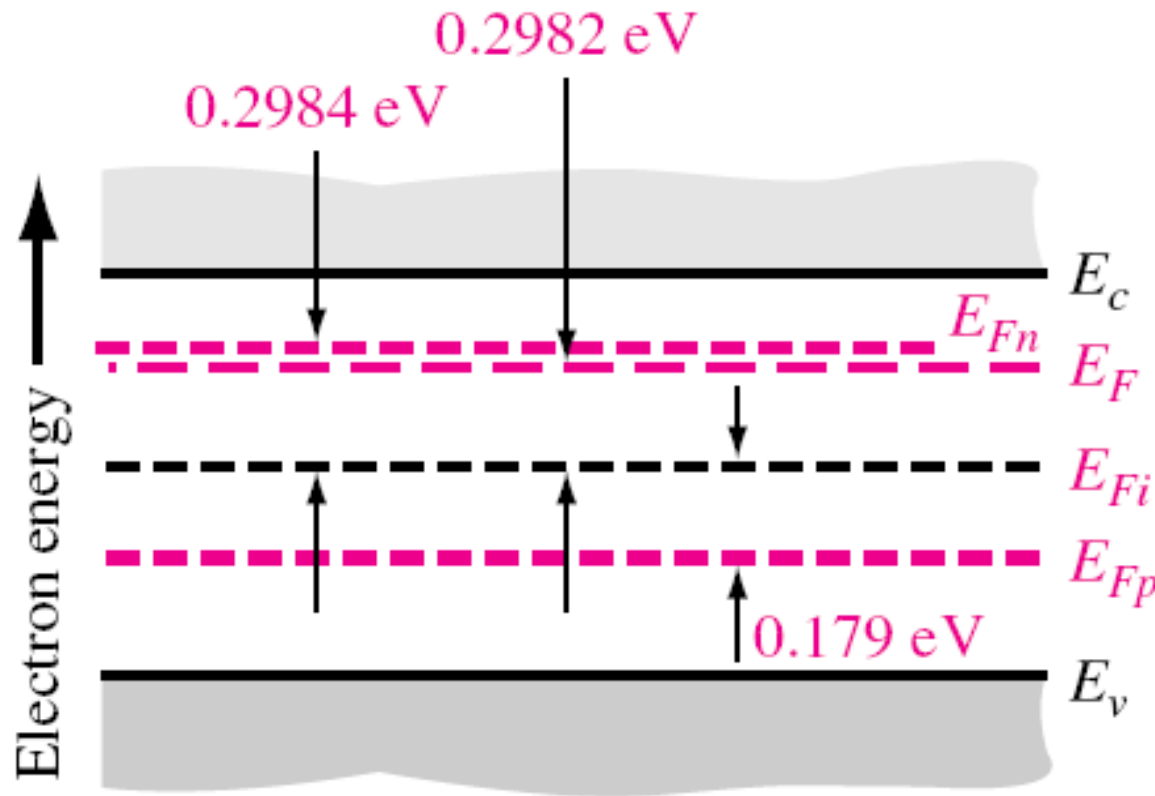
准费米能级

一块处于热平衡状态的n型半导体材料，其掺杂浓度为 $N_d = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ ，其本征载流子浓度为 $n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3}$ 。



准费米能级

处于非热平衡状态，所产生的过剩电子和过剩空穴的浓度为 $\delta n = \delta p = 10^{13} \text{cm}^{-3}$ 。



从图中可见，在小注入条件下，由于多子电子的浓度变化不大，因此**电子的准费米能级只有很小改变。**

而少子空穴的浓度由于发生了很大的变化，因此空穴的准费米能级同样也发生了很大的改变。

例题：金在n型或p型硅中都可以成为有效的复合中心。假定Si中Au的浓度为 $5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ ，比较室温下n，p型Si中少数载流子的寿命。已知室温下，实验测得n型Si中的空穴俘获系数 $r_p = 1.15 \times 10^{-7} \text{cm}^3/\text{s}$ ，p型Si中的电子俘获系数 $r_n = 6.3 \times 10^{-8} \text{cm}^3/\text{s}$ 。

解：n型Si中空穴寿命即为少子载流子的寿命

$$\tau = \tau_p = \frac{1}{N_t r_p} \approx 1.7 \times 10^{-9} \text{s}$$

p型Si中电子寿命即为少子载流子的寿命

$$\tau = \tau_n = \frac{1}{N_t r_n} \approx 3.2 \times 10^{-9} \text{s}$$

$$\tau_p / \tau_n = \frac{1}{N_t r_n} \approx 1.9$$

本章小结

1.载流子的产生与复合

- 产生率与导带中的空状态密度以及价带中的占据态密度有关。由于导带中几乎全部是空状态，价带中几乎全是满的，因而小的电子和空穴浓度 n_i （与态密度比）几乎不影响和产生率有关的占据几率（近似常数）。
- 复合率与导带中的占据态密度以及价带中的空状态密度有关，因此复合率和电子空穴浓度有关。
- 小注入：过剩载流子的浓度远远低于热平衡时多数载流子的浓度

2.微电子器件三大方程：泊松方程，输运方程，连续性方程

3. 双极输运方程及在不同条件下的求解

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

4. 复合理论

产生与复合的主要过程：

带-带复合，通过复合中心的复合（SRH复合），俄歇复合，表面复合

净复合率，少子寿命的计算

5. 海恩斯-肖克莱实验

测量少子寿命的方法

6. 准费米能级的相关计算

非平衡载流子小结

