

超陡峭掺杂 PN 结的发展趋势与应用

廖汶锋 无研 231 2023270010

2023 年 12 月 6 日

一. 引言

半导体技术的发展脉络贯穿了 pn 结的历史发展，这是电子器件中的基本元素。从 20 世纪初卡尔·费迪南德·布劳恩 (Karl Ferdinand Braun) 等科学家的贡献^[1]，到 1939 年拉塞尔·奥尔 (Russell Ohl)^[1] 的意外发现，pn 结的确认奠定了变革性突破的基础。尤其是，威廉·肖克利 (William Shockley)、约翰·巴丁 (John Bardeen) 和沃尔特·布拉泰恩 (Walter Brattain) 于 1947 年发明的双极型晶体管^[1]标志着半导体历史的一个关键时刻。

在固定外界环境下 pn 结的电学特性，完全取决于其掺杂浓度及空间电荷区分布，突变结近似 (Abrupt Junction Approximation)^[2] 应运而生，其特点是在结界面处的掺杂浓度突然变化，以及电场线只在空间电荷区内。这个简易模型使得 pn 结的电场和电势分布能够使用高斯定律进行解析计算。这一近似不仅成为二极管、晶体管和集成电路发展的基石，而且为电子器件中对电流进行精确控制提供了简单而有效的手段，如二极管电压电流方程，甚至是以前者为基础所推导得的 BJT 电流电压方程。

从突变结到线性渐变结 (Linear Graded Junction)^[2] 的演变标志着一项重大进展。线性渐变结引入了实际 pn 结非均匀掺杂的情况，假定空间电荷区的掺杂浓度呈现线性渐变 (一阶近似)，提供了更平滑的电学过渡。这一创新假设解决了在高频电路中遇到的一些限制，实现了性能的提升和信号失真的减小。

现在，过渡到我们探讨的重点领域，渐变 pn 结为理解超陡峭 p^+n 结 (Hyperabrupt Junction)^[2] 奠定了基础。通过有意地操纵半导体材料中的掺杂剖面，超陡峭 p^+n 结实现了比前身更为陡峭的电容过渡。这一特性使超突变 p^+n 结特别适用于高频电路应用，其中电容的精确控制和快速信号切换至关重要。在接下来的讨论中，我们将深入探讨超突变 p^+n 结的原理、特性和应用，探索其对现代电子和通信系统领域的独特贡献。本文旨在探讨超突变结的数学建模和应用。通过专注于 HJ 的独特性质，我们深入研究其数学基础，并展示其在现代电子领域的各种应用。从射频电路到电压控制振荡器，超突变结的独特特性为半导体技术的新可能性和进展打开了大门。

二. 理论推导

无论任何 p^+n 结模型，其核心都是由高斯定律出发，计算空间电荷区的电场及电势，然后利用微分电荷的公式得出耗尽区电容的大小。

考虑 p^+n 结的一维模型，假设 n 型区的掺杂浓度为

$$N_D(x, y, z) = N_D(x) = Bx^m \quad (1)$$

由对称性可知 y 和 z 轴上的电场分量为 0。同时知空间电荷区 ($0 \leq x \leq x_n$) 的电荷分布为

$$\rho(x) = qN_D(x) = qBx^m \quad (2)$$

$$\rho(x_n) = qBx_n^m \quad (3)$$

虽然 p^+n 结是超陡峭 p^+n 结的充要条件是 $m < 0$ ，但是在下列计算分析时包含 $m \geq 0$ 的情况，并不会增加任何关于超陡峭 p^+n 结的计算量。

1. 一般情况 ($m \in (-2, -1) \cup (-1, +\infty)$)

以空间电荷区的 p^+ 区边界 ($x_p \rightarrow 0^+$) 为电势零点，结合高斯定律可算得

$$E(x) = \frac{qB}{(m+1)\epsilon_s} (x^{m+1} - x_n^{m+1}) \quad (4)$$

$$U(x) = \frac{qBx}{(m+1)\epsilon_s} \left(x_n^{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+2} \right) \quad (5)$$

$$V_{bi} + V_R = U(x_n) = \frac{qBx_n^{m+2}}{(m+2)\epsilon_s} \quad (6)$$

所以其耗尽区单位面积电容为

$$C(V_R) = \rho(x_n) \frac{dx_n}{dU(x_n)} = \frac{\epsilon_s}{x_n} = \epsilon_s \left(\frac{qB}{(m+2)\epsilon_s(V_{bi} + V_R)} \right)^{\frac{1}{m+2}} \quad (7)$$

一般记零偏电容为 C_0 ，其表达式如下

$$C_0 = C(V_R = 0) = \epsilon_s \left(\frac{qB}{(m+2)\epsilon_s V_{bi}} \right)^{\frac{1}{m+2}} \quad (8)$$

此时 (7) 式可以简化为

$$C(V_R) = C_0 \left(1 + \frac{V_R}{V_{bi}} \right)^{-\frac{1}{m+2}} \quad (9)$$

2. 极端情况 ($m = 1$)

此时，空间电荷区电场与位置的函数呈现 $\ln(\cdot)$ 的形式

$$E(x) = \frac{qB}{\varepsilon_s} \ln\left(\frac{x}{x_n}\right) \quad (10)$$

雖然 $E(0^+) \rightarrow -\infty$ ，但是利用 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ （可以用洛必达法则证明）可计算电场的广义积分

$$U(x) = \frac{qBx_n}{\varepsilon_s} \left(\frac{x}{x_n}\right) \left[\ln\left(\frac{x}{x_n}\right) - 1 \right]_x^0 = \frac{qBx_n}{\varepsilon_s} \left(\frac{x}{x_n}\right) \left[1 - \ln\left(\frac{x}{x_n}\right) \right] \quad (11)$$

$$V_{bi} + V_R = U(x_n) = \frac{qBx_n}{\varepsilon_s} \quad (12)$$

可以发现，(12) 式刚好是 (6) 式在 $m=1$ 时的情况，所以耗尽区单位电容就是 (7) 和 (9) 式在 $m=1$ 时的特殊情况。

3. 极陡峭情况 ($m < -2$)

显然空间电荷区的电场分布如同 (4) 式，但若电势零点设在 $x = 0$ 处，则电场积分不收敛。因此，空间电荷区位置区间应修正为 $[x^*, x_n]$ ，此时电场分布修改为

$$U(x) = \frac{qB}{(m+1)\varepsilon_s} \left(\frac{(x^*)^{m+2} - x^{m+2}}{m+2} - x_n^{m+1}(x^* - x) \right) \quad (13)$$

$$V_{bi} + V_R = U(x_n) = \frac{qB}{(m+1)\varepsilon_s} \left(\frac{(x^*)^{m+2}}{m+2} - x_n^{m+1}x^* + \frac{m+1}{m+2}x_n^{m+2} \right) \quad (14)$$

所以其耗尽区单位面积电容为

$$C(V_R; x^*) = \rho(x_n) \frac{dx_n}{dU(x_n)} = qBx_n^m \left[\frac{qB}{(m+1)\varepsilon_s} ((m+1)x_n^{m+1} - (m+1)x_n^m x^*) \right]^{-1} \quad (15)$$

再令 $x^* \rightarrow 0^+$ ，可得

$$C(V_R) = qBx_n^m \left[\frac{qBx_n^{m+1}}{\varepsilon_s} \right]^{-1} = \frac{\varepsilon_s}{x_n} = \varepsilon_s \left[-\frac{qB(x^*)^{m+2}}{m+1} + \frac{(m+2)\varepsilon_s}{qB}(V_{bi} + V_R) \right]^{-\frac{1}{m+2}} \quad (16)$$

但是当 $x^* \rightarrow 0^+$ 时， $C(V_R) \rightarrow +\infty$ ，所以此时 V_{bi} 不再只与 $N_D(x_n)$ 有关。本文只讨论 $m > -2$ 时的情况，其余情况以超出本文范围，不作讨论。

三. 文献探讨

追溯超陡峭 p^+n 结的历史，“hyperabrupt”这个词最早是在 1961 年^[3]由 A.SHIMIZU 和 J.NISHIZAWA 在研究可变电容二极管 (Varactor) 时提出。他们当时以指数衰减形式 ((17) 式) 去建立空间电荷区电荷分布，得出耗尽区电容与反偏电压的超越方程：((18) 式)

$$\rho(x) = q[N_0 \exp(-\alpha x) + N_b] \quad (17)$$

$$\frac{V_R + V_{bi}}{qN_0\alpha^2/\epsilon_s} = 1 - \left(1 + \frac{\alpha\epsilon_s}{C}\right) \exp\left(-\frac{\alpha\epsilon_s}{C}\right) + \frac{N_b}{2N_0} \left(\frac{\alpha\epsilon_s}{C}\right)^2 \quad (18)$$

当 $N_b \ll 2N_0$ 且 $C \gg \alpha\epsilon_s$ 时，(18) 式可以近似为

$$\ln \frac{V_R + V_{bi}}{qN_0\alpha^2/\epsilon_s} \approx 2 \ln(\alpha\epsilon_s) - 2 \ln C \quad (19)$$

在对数坐标系中，反偏电压与电容呈线性关系，如图 1 所示。

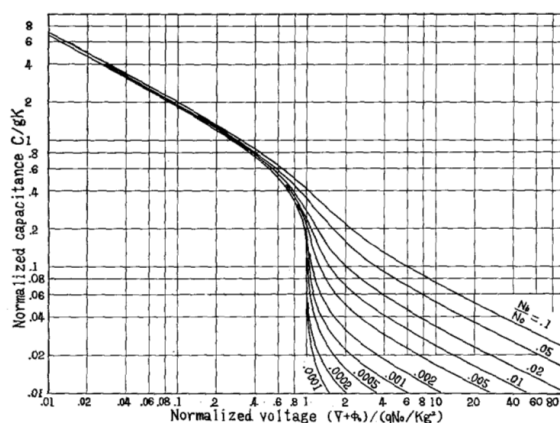


图 1：指数衰减形式空间电荷分布下，反偏电压 V_R 与耗尽区单位电容 C 的对数关系^[3]

经过两年的演化，J.J. Chang、J.H. Forster 和 R.M. Ryder 在 1963 年^[4]制作高电压灵敏度的可变电容二极管时，提出了两种的超陡峭 p^+n 结。第一种是 n 型空间电荷区电荷分布形如分段阶跃函数，即靠近表面的薄层电荷浓度与空间电荷区内部的电荷浓度各自为常数，其电场分布和电势分布可以利用高斯定律分段计算。第二种是上一节所提及的 $m = 1$ 时情况，以这种分布所制成的可变电容二极管并用于谐振器中，其跨导增益已经达至 83%。

作为当时高速发展的项目，Peter M. Norris 和 Paul Heidenreich 在 1967 年^[5]证明了若 $C \propto (V_R + V_{bi})^{-\gamma}$ ，那么空间电荷区的电荷分布必然是 $N_D(x) = K_2\gamma^{-1}(\gamma^{-1} - 1)x^{\gamma^{-1}-2}$ 。取 $B = K_2\gamma^{-1}(\gamma^{-1} - 1)$ ， $m = \gamma^{-1} - 2$ ，就是上文建立的超陡峭 p^+n 结空间电荷分布。另一方面，他们以 $\gamma \approx 2$ 的参数制作可变电容二极管，成功实现谐振频率与反偏电压呈线性的功能，其品质因数高达 378，能够用在 AM 广播中。

随着离子注入技术提升，用合金扩散制作的超陡峭 p^+n 结的方法逐渐被离子注入取代，R.A. Moline 和 G.F. Foxhall 在 1972 年^[6]首次利用离子注入制作出呈现单边高斯分布的空间电荷区，并且发现比起单次完成的离子注入，多次不同参数的离子注入能够呈现更为精准的效果。自此，制作超陡峭 p^+n 结的方法就以离子注入为主。

1978 年^[7]，J.L. Heaton、R.S. Posner、T.B. Ramachandran 和 R.E. Walline 采用砷化镓，结合气相外延技术制作超陡峭 p^+n 结可变电容二极管，使其设计出线性变频压控振荡器，其变频斜率是 $\frac{df}{dV_R} = 12.5\text{MHz/V}$ 。1992 年^[8]，P. Alinikula、K. Choi 和 S.I. Long 利用超陡峭 p^+n 结指数可控的特性，制作出可调增益的 Class E 功率放大器；2007 年^[9]，P. Mousavi、I. Ehtezazi、S. Safavi-Naeini 和 M. Kahrizi 采用超陡峭 p^+n 结可变电容二极管制作左手非线性传输线，以此传输及调制亮孤子。2018 年^[10]，Divya Pathak 和 Ioannis Savidis 利用超陡峭 p^+n 结可变电容作为功率均分器的滤噪声电容，使得具滤噪声电容的电路比原电路的减少了 40%-60% 的高频噪声。

四. 总结

随着 PN 结和科技的发展，我们对于 PN 结的外部及内部结构特性有着更高的要求。由突变结近似演化成线性缓变结，直至到了今时今日的超陡峭结。透过分析超陡峭 p^+n 结的空间电荷区特性，结合高斯定律可以发现耗尽区电容 C 与反偏电压 V_R 呈 $C \propto (V_{bi} + V_R)^{-\frac{1}{m+2}}$ 的幂次关系。通过翻阅文献，发现超陡峭 p^+n 结的空间电荷分布是由指数分布演化成单边高斯分布，最终才演化成幂次分布。箇中原因包括合金扩散技术被离子注入技术取代，而且随着此技术的提升，已经能够利用多参数多次注入使其电荷分布接近理想分布。与此同时，超陡峭 p^+n 结的用途也随之增加，自 1961 年的变容二极管开始，逐渐渗透到压控振荡器、功率放大器、左手非线性传输线，甚至是作为集成电路的可调降噪电容。因此，超陡峭 p^+n 结的技术会随着技术水平的提升及具体环境需要，逐步加入到更多的领域当中，发挥其独一无二的作用。

五. 参考文献

1. "History of the Transistor". <https://www.sjsu.edu/faculty/watkins/transist.htm>. Retrieved 8 December 2023.
2. [美]Donald A. Neamen 著，半导体物理与器件，赵毅强、姚素英、史再峰等译，第四版，北京：电子工业出版社，2018
3. A. Shimizu and J. Nishizawa, "Alloy-diffused variable capacitance diode with large figure-of-merit," in IRE Transactions on Electron Devices, vol. 8, no. 5, pp. 370-377, Sept. 1961, doi: 10.1109/T-ED.1961.14814.
4. J. J. Chang, J. H. Forster and R. M. Ryder, "Semiconductor junction varactors with high voltage-sensitivity," in IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 10, no. 4, pp. 281-287, July 1963, doi: 10.1109/T-ED.1963.15193.

5. P. M. Norris and P. Heidenreich, "Hyperabrupt Tuning Diode Theory and Application to AM Radio," in IEEE Transactions on Broadcast and Television Receivers, vol. 13, no. 2, pp. 87-91, July 1967, doi: 10.1109/TBTR1.1967.4320075.
6. R. A. Moline and G. F. Foxhall, "Ion-implanted hyperabrupt junction voltage variable capacitors," in IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 19, no. 2, pp. 267-273, Feb. 1972, doi: 10.1109/T-ED.1972.17406.
7. J. L. Heaton, R. S. Posner, T. B. Ramachandran and R. E. Walline, "Gallium arsenide hyperabrupt tuning varactors," 1978 International Electron Devices Meeting, Washington, DC, USA, 1978, pp. 302-306, doi: 10.1109/IEDM.1978.189413.
8. P. Alinikula, K. Choi and S. I. Long, "Design of Class E power amplifier with nonlinear parasitic output capacitance," in IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, vol. 46, no. 2, pp. 114-119, Feb. 1999, doi: 10.1109/82.752911.
9. S. Gupta and C. Caloz, "Dark and Bright Solitons in Left-Handed Nonlinear Transmission Line Metamaterials," 2007 IEEE/MTT-S International Microwave Symposium, Honolulu, HI, USA, 2007, pp. 979-982, doi: 10.1109/MWSYM.2007.380183.
10. D. Pathak and I. Savidis, "On-Chip Power Supply Noise Suppression Through Hyperabrupt Junction Varactors," in IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, vol. 26, no. 11, pp. 2230-2240, Nov. 2018, doi: 10.1109/TVLSI.2018.2856087.