

**作业 1**

廖汶锋

2024 年 3 月 12 日

1.1. 根据折射定律推导薄透镜焦距的表达式

作业说明：假设某个薄凸透镜，材料的折射率为  $n$ ，透镜的两个表面是半径为  $R_1$  和  $R_2$  的球面，请根据折射定律推导薄透镜焦距的表达式。（提示：根据折射定律和平面几何）

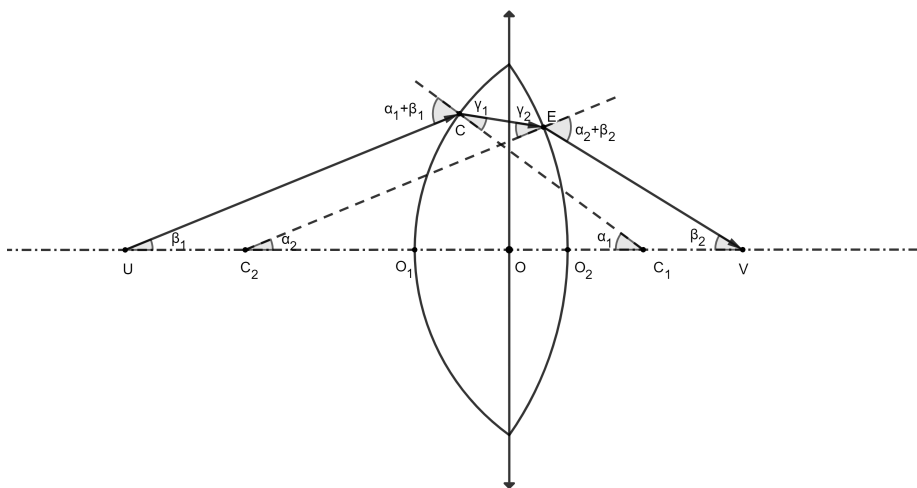


图 1: 薄凸透镜的光路几何示意图

解. 参考光路示意图 1，首先利用折射定律得出如下方程

$$\sin(\alpha_i + \beta_i) = n \sin \gamma_i, \quad i = 1, 2 \quad (1-1)$$

利用平面几何知识可知

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (1-2)$$

结合 (1-1)、(1-2) 及仿轴光线近似，可以得出

$$\begin{aligned} n(\alpha_1 + \alpha_2) &= n(\gamma_1 + \gamma_2) = (\alpha_1 + \alpha_2) + (\beta_1 + \beta_2) \\ \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 &= (n - 1)(\alpha_1 + \alpha_2) \end{aligned} \quad (1-3)$$

然后利用正弦定理知

$$\frac{S_i O_i + R_i}{R_i} = \frac{\sin(\alpha_i + \beta_i)}{\sin \beta_i} \quad (1-4)$$

结合 (1-3)、(1-4) 及傍轴光线近似可得

$$(n-1)(\alpha_1 + \alpha_2) = \beta_1 + \beta_2 = \frac{R_1}{S_1 O_1} \alpha_1 + \frac{R_2}{S_2 O_2} \alpha_2 \quad (1-5)$$

接下来考虑薄透镜近似，首先有

$$R_1 \sin \alpha_1 = R_2 \sin \alpha_2 \quad (1-6)$$

结合 (1-5)、(1-6) 及傍轴光线近似可得

$$\begin{aligned} (n-1)(R_2 + R_1) &= \beta_1 + \beta_2 = \frac{R_1 R_2}{S_1 O_1} + \frac{R_2 R_1}{S_2 O_2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{S_1 O_1} + \frac{1}{S_2 O_2} &= (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (1-7)$$

再次考虑薄透镜近似，运用以下两个条件

$$\begin{cases} S_1 O_1 \approx S_1 O \\ S_2 O_2 \approx S_2 O \end{cases} \quad (1-8)$$

最后结合  $\lim_{S_1 O \rightarrow +\infty} S_2 O = f$  (平行光入射薄凸透镜时，像距等于焦距) 可得

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1-9)$$

## 1.2. 光学分辨极限

作业说明：假设一个镜头在  $F$  值 ( $f/D$ ) 为 5.6 时像差最小，由衍射产生的像方分辨距离是多少？提示：1) 衍射极限公式；2) 可见光波长最短 400nm。

**解.** 像方分辨距离

$$\Delta R_\lambda = 1.22 F \lambda = 2.732 \mu\text{m} \quad (2-1)$$