Bachelor-Arbeit zum Thema „Modenanregung in *Yukawa*-Bällen“

Philipp Hacker

1. Mai 2015

Institut für Physik
mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät
Universität Greifswald

Erst-Gutachter: Prof. Dr. André Melzer

Zweit-Gutachter: Prof. Dr. Lutz Schweikhard

Bearbeitungszeitraum: 01.03.2015 bis 12.07.2015

Inhaltsverzeichnis

0 Motivation

1 Physikalische Grundlagen

1.1 Aufladung von Staubpartikeln in einem Plasma

1.2 Staub-Dynamik im Plasma

In einem Plasma wirken viele, u.U. nicht-triviale Kräfte auf den eingefangenen Staub. Im Folgenden werden die wichtigsten Einflüsse auf die Dynamik komplexer Plasmen vorgestellt und beschrieben.

1.2.1 Gravitation und elektrische Feldstärke

Betrachtet man ein Experiment, welches am Erdboden in Nähe der Meereshöhe durchgeführt wird, so muss offensichtlich die vollständige Gravitationskraft berücksichtigt werden. Dies gilt bspw. nicht für Versuche unter Mikrogravitation während Parabelflügen oder in Höhen von mehr als 80 km.

$$F_{\mathrm{g}} = m_{\mathrm{S}} g = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_{\mathrm{S}} g \tag{1}$$

(m_{S} - Masse der Staubteilchen; a - Partikelradius; ρ_{S} - Massendichte des Staubes; g - Erdbeschleunigung)
Natürlich wirkt auf die, durch das ionisierte Gas elektrisch geladenen Partikel eine elektrische Kraft F_{E}, welche aus dem äußeren Feld E der Plasma-Elektroden folgt. Eine elektrische Wechselwirkung mit dem Plasma tritt aufgrund der Quasineutralität nicht auf: innerhalb einer *Debye-Kugel* sind die Veränderung zu schnell, als dass das träge Staubteilchen diesen folgen könnte.

$$F_{\mathrm{E}} = Q_{\mathrm{S}} E = 4\pi\epsilon_0 a \Phi_{\mathrm{fl}} E \tag{2}$$

(Q_{S} - Staubladung; Φ_{fl} - *floating*-Potential)
Diese beiden Kräfte heben sich gerade in der Randschicht einer sog. Radiofrequenz-Entladung (*rf discharge*) auf, da sie für eine oben liegende Kathode antiparallel stehen. Zu beachten ist hierbei der stark unterschiedliche Einfluss des Teilchenradius - $\propto a^3$ und $\propto a$.

1.2.2 Abschirmung und Polarisationskräfte

Die große negative Aufladung der Staubteilchen sorgt über die Coulomb-Wechselwirkung mit den auf das Partikel zuströmenden Ionen dafür, das sich eine Konzentration derer lokal stark ändert. Es entsteht eine Wolke aus langsamen Ionen die quasi in der näheren Umgebung um das Teilchen verbleiben, jedoch nicht mit diesem interagiert und es nach außen hin vor dem Einfall schnellerer pos. Ladungen abschirmen. Somit gibt es keine direkte Rückwirkung der Wolke auf das Partikel, sofern dessen sphärische Symmetrie gegeben ist. Gilt dies nicht, so entsteht ein Multipol- bzw. Dipolmoment $\vec{p}$, welches danach strebt, sich in Richtung des Feldes $\vec{E}$ auszurichten. Damit wirkt eine Kraft F_{Dip} (für ein Dipolmoment) auf das Staubteilchen zurück, welche mit dem Gradienten der Richtungsdifferenz zwischen $\vec{p}$ und $\vec{E}$ geht.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\mathrm{Dip}} &= \vec{\nabla}\left(\vec{p}\vec{E}\right) \\ &\overset{\vec{p}||\vec{E}}{=} \mathit{grad}\,(pE) \end{aligned} \tag{3}$$

Das besagte Dipolmoment entsteht u.a. durch die diversen, gerichteten Ladungsprozesse in dem Plasma. Ein Partikel, welches in der Randschicht eingefangen und von einer Ionenwolke umgeben wird, 'sieht' unterschiedliche *Debye*-Längen über und unter sich aufgrund der lokalen Feldrichtung und der stark vom Mittelwert abweichenden Ionen- und Elektronendichten. Somit ändert sich offensichtlich die Plasmadichte innerhalb des Volumens einer Kugel mit dem, nun ortsabhängigen Radius $\lambda_\mathrm{D}\left(\vec{r}\right)$. Insgesamt folgt daraus eine neue Bestimmungsgleichung für das Potential und damit auch eine neue Kraft F_E.

$$\Delta\Phi\left(\vec{r}\right) - \frac{\Phi\left(\vec{r}\right)}{\lambda_\mathrm{D}^2\left(\vec{r}\right)} = \frac{Q_\mathrm{s}}{\epsilon_0}\delta\left(\vec{r}\right) \tag{4}$$

$$F_\mathrm{E} = \underbrace{Q_\mathrm{S}E}_{\text{(I)}} - \underbrace{\frac{Q_\mathrm{S}^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{\nabla\lambda_\mathrm{D}\left(\vec{r}\right)}{\lambda_\mathrm{D}^2}}_{\text{(II)}} \tag{5}$$

Hierbei stellt (I) die normale Komponente dar und (II) ist zusätzliche Kraft durch die Deformation der Ionenwolke in Richtung kleinerer *Debye*-Längen $\lambda_\mathrm{D}\left(\vec{r}\right)$. Die Kraft F_E kann also dadurch größer oder kleiner werden. Hinzu kommt, dass der veränderte Parameter λ_D von der Driftgeschwindigkeit u_I abhängt, welche die Ionenwolke maßgeblich beeinflusst. Ist jedoch $u_\mathrm{I} < v_\mathrm{th,I}$ so kann man annehmen, dass die Ionenwolke besteht und $\lambda_\mathrm{D}\left(\vec{r}\right) \approx \lambda_\mathrm{D,I}$ gilt.
Sind die Ionen jedoch schneller, womit $u_\mathrm{I} >> v_\mathrm{th,I}$ wird, so können sie nicht mehr vom Feld des Partikels 'gefangen' werden und damit die Ionenwolke bilden. So gilt folglich $\lambda_\mathrm{D}\left(\vec{r}\right) \approx \lambda_\mathrm{D,e}$.
Insgesamt ist der Einfluss der Polarisation vernachlässigbar klein, solange die Teilchen eine Größe von einigen hundert μm nicht übersteigen.

1.2.3 Ionen-Neutralgasreibung

Aufgrund der hohen negativen Ladung des Staubteilchens und der daraus resultierenden elektrostatischen Wechselwirkung existiert ein, relativ auf das Partikel zufließender, Ionenstrom. Weiterhin bewegen sich mit ihrer thermischen Geschwindigkeit die Neutralgasatome durch das Plasma und stoßen mit anderen Teilchen. Die Zahl der Stöße $\mathrm{d}N$ einer Spezies mit einem Target mit dem Streuparameter σ im Zeitintervall $\mathrm{d}t$ ist somit über deren relative Geschwindigkeit v_rel zu diesem in $\mathrm{d}N = n\sigma v_\mathrm{rel}\mathrm{d}t$ gegeben. Hierbei kennzeichnet n die Stromdichte der strömenden Teilchen. Aus diesem Strom folgt ein gewisser Impulsübertrag Δp auf das Target. Hieraus lässt sich eine Kraft F_drag ziehen, die einer Reibung bzw. einer Impulsaufnahme entspricht.

$$F_\mathrm{drag} = \frac{\mathrm{d}N\Delta p}{\mathrm{d}t} = \Delta p n\sigma v_\mathrm{rel} \tag{6}$$

Man spricht hierbei auch von *ambipolarer Diffusion*, da die Ionenströme und damit auch die Ionenreibung zu beiden Polen führen. Man kann diese aus 2 Teilen aufbauen: direkte Kollisionen mit den Ionen F_dir und deren Coulomb-Streuung an den Feldern der neg. geladenen Staubpartikel. Im folgenden soll das sog. *Barnes-Modell* eingeführt werden, welches die besagte Ionenreibung beschreibt.

Ionenreibung: *Barnes-Modell* Für die Bestimmung von F_dir wird angenommen, dass nur die Ionen, welche für eine Ladungsänderung der Partikel sorgen, auch diese direkt treffen. Im Rückblick auf die Bestimmung der Ionenströme in 1.1 wird die Kraft durch Kollisionen zu

$$F_{\mathrm{dir}} = \pi a^2 m_{\mathrm{I}} \tilde{v} n_{\mathrm{I}} u_{\mathrm{I}} \left(1 - \frac{2e\Phi_{\mathrm{Fl}}}{m_{\mathrm{I}}\tilde{v}^2}\right) \quad . \tag{7}$$

(n_{I} - Ionenkonzentration; u_{I} - Ionen-Driftgeschwindigkeit; m_{I} - Ionenmasse)
Das Produkt aus Masse und mittlerer Geschwindigkeit der Ionen $m_{\mathrm{I}}\tilde{v} = m_{\mathrm{I}}\sqrt{u_{\mathrm{I}}^2 + v_{\mathrm{th,I}}^2}$ entspricht dem Impulsübertrag.
Für die Coulomb-Streuung müssen alle diejenigen Ionen miteinbezogen werden, welche mit dem Feld des Staubes 'stoßen'. Hierfür wird der Streuquerschnitt $\tilde{\sigma}$ der Ionen-Elektronen-Wechselwirkung auf den aktuellen Fall angepasst.

$$\tilde{\sigma} = 4\pi b_{\frac{\pi}{2}}^2 \ln(\Lambda) = 4\pi b_{\frac{\pi}{2}}^2 \ln\left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}}{b_{\frac{\pi}{2}}}\right) \tag{8}$$
$$b_{\frac{\pi}{2}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_{\mathrm{I}} v^2}$$

Der Stoßparameter $b_{\frac{\pi}{2}}$ beschreibt eine Ablenkung um $90\,^\circ$. Für die Ionenreibung müssen weitere Bedingungen mit eingebunden werden: die Coulomb-Streuung außerhalb der Ionenwolke ist irrelevant, die Staubpartikel haben eine endliche Ausdehnung und damit existiert ein minimaler Stoßparameter b_{k}. Damit wird das gesuchte σ zu

$$\sigma = \int_{b_{\mathrm{k}}}^{\lambda_{\mathrm{D}}} \tilde{\sigma} \mathrm{d}\left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}}{b_{\frac{\pi}{2}}}\right) = 4\pi b_{\frac{\pi}{2}}^2 \ln\left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}^2 + b_{\frac{\pi}{2}}^2}{b_{\mathrm{k}}^2 + b_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^{1/2}$$
$$F_{\mathrm{Coul}} \overset{*}{=} \frac{2\pi a^2 e^2 \Phi_{\mathrm{Fl}}^2}{m_{\mathrm{I}}\tilde{v}^3} n_{\mathrm{I}} u_{\mathrm{I}} \ln\left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}^2 + b_{\frac{\pi}{2}}^2}{b_{\mathrm{k}}^2 + b_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^{1/2} \quad . \tag{9}$$

Wobei in * für die vollständige Coulomb-Kraft durch Ionen F_{Coul} auf ein Partikel benutzt wurde, dass dieses mit Ladung $Z_{\mathrm{S}}e = Q_{\mathrm{S}}$ als Kugelkondensator als $Q_{\mathrm{S}} = 4\pi\epsilon_0 a\Phi_{\mathrm{Fl}}$ ausgedrückt werden kann. Wichtig zu beachten ist jedoch, dass nur Ionen einen Beitrag leisten, die innerhalb eines Stoßparameters $\lambda_{\mathrm{D}} \approx \lambda_{\mathrm{D,e}}$ am *target* vorbei fliegen.
Die gesamte Kraft durch Ionen auf die Staubteilchen ist somit die Summe der Kräfte aus direkten Stößen und Coulomb-Kollisionen $F_{\mathrm{ion}} = F_{\mathrm{dir}} + F_{\mathrm{Coul}}$, welche zusammen dargestellt sind in Abb. 1.

1.2.4 Neutralgasreibung

Die Stöße mit den Neutralgasatomen können, ebenso wie die mit Ionen, als Kraft durch Reibung aufgefasst werden. Diese sorgen insbesondere für eine Verlangsamung der Bewegung der Staubteilchen. Die Kraft F_{N} wird, in ähnlicher Weise wie F_{dir}, durch einen Impulsübertrag über einen Strom von Neutralgasteilchen auf einen effektiven Querschnitt ausgedrückt.

$$F_{\mathrm{N}} = -\delta \frac{4}{3}\pi a^3 m_{\mathrm{N}} v_{\mathrm{th,N}} n_{\mathrm{N}} v_{\mathrm{S}} \tag{10}$$

(m_{N} - Neutralgasatommasse; $v_{\mathrm{th,N}}$ - thermische Geschw. der Neutralgasatome; n_{N} - Neutralgasdichte; v_{S} - Staubteilchengeschw.)

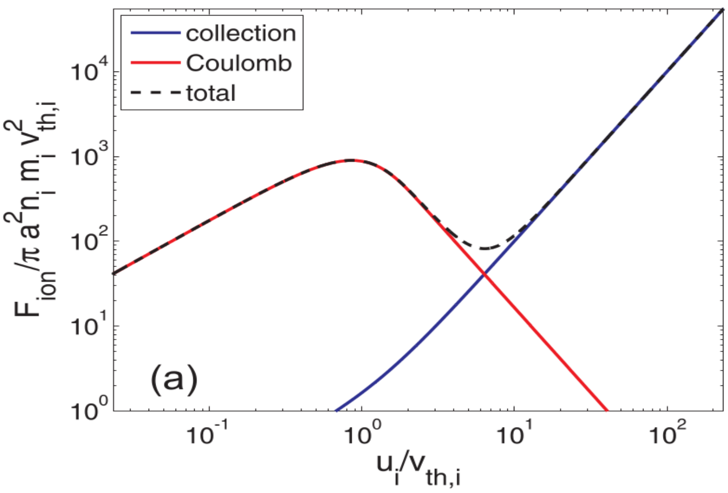

Abb. 1: Berechnete Kräfte F_{Coul}, F_{dir} und die Summe beider auf einer doppelt-logarithmischen Skala.

Der Faktor δ beschreibt hierbei die Art, wie die Neutralgasatome mit dem Staub stoßen. Eine spiegelnde Reflexion tritt für ein $\delta = 1$ auf. Mit steigendem δ wird die Kollision immer diffuser, bis hin zu einem Wert von $\delta = 1{,}44$.
Für den berühmten *Milikan*-Öltropfen-Versuch zur Bestimmung der Ladung eines Elektrons wurde, 1924 von *P. S. Epstein*, ebenso ein Ausdruck für die Kraft durch Neutralgasreibung bestimmt. Dabei ist β der Reibungskoeffiziént und ρ_{S} die Dichte des Staubmediums.

$$F_{\text{N}} = -m_{\text{S}}\beta v_{\text{S}} = -m_{\text{S}} v_{\text{S}} \delta \frac{8}{\pi} \frac{p}{a \rho_{\text{S}} v_{\text{th,N}}} \tag{11}$$

1.2.5 Thermophoretische Kraft

In einer Plasmakammer kann, durch Aufheizung oder Abkühlung einer der Elektroden bzw. Kammerbegrenzungen ein, bspw. der Gravitation oder dem elektrischen Feld entgegen gerichteter Temperaturgradient angelegt werden.
Die Kraft kann folgendermaßen erklärt werden: auf der Seite der höheren Temperatur haben die Neutralgasteilchen im Mittel eine größere Geschwindigkeit und Impuls, woraus ein positiver Impulsübertrag in Richtung niedrigerer Temperaturen folgt. Mit der Wärmeleitfähigkeit des Neutralgases κ_{N} folgt für die thermophoretische Kraft F_{th} Gl. (12). Auf Grund $\propto a^2$ ist diese Kraft besonders wichtig für Teilchen mit einem Radius kleiner als μm. Sie wird für die Formation von sog. *Yukawa-Clustern* genutzt (siehe 1.3).

$$F_{\text{th}} = -\frac{32}{15} \frac{a^2 \kappa_{\text{N}}}{v_{\text{th,N}}} \textit{grad}\,(T) \tag{12}$$

1.2.6 Kraft durch *Laser*-Einstrahlung

Der Einsatz von *Laser* (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) hat in Versuchen zu kolloidalen Plasmen verschiedene Gründe: einerseits wird der *target*-Bereich mit ihnen ausgeleuchtet, andererseits können unterschiedliche dynamische Eigenschaften des Staubes untersucht werden.
Die Manipulation von eingefangenen Teilchen wird bspw. durch die Fokussierung eines *Laser*strahls

auf ein Partikel realisiert. Hierbei spielt der Impulsübertrag der Photonen mit Impuls p_{Ph}, welcher dem Strahlungsdruck p_{Strahl} entspricht und die photophoretische Kraft F_{ph} eine Rolle.

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{Strahl}} = \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{ph}}}{A_{\mathrm{L}}\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{ph}}}{A_{\mathrm{La}}\mathrm{d}t}\frac{h}{\lambda} = \frac{I_{\mathrm{L}}}{c} \\ F_{\mathrm{Strahl}} &= \gamma\frac{I}{c}\pi a^2 \end{aligned} \tag{13}$$

(N_{ph} - Anzahl der, die das Partikel treffenden Photonen; λ,ν - Lasergrößen; A_{L} - Querschnittsfläche des *Laser*; γ - Wechselwirkungskoeffizient für den Stoß Photon-Staub)

Für ein $\gamma = 2$ in Gl. (13) liegt eine Totalreflexion vor, für $\gamma = 1$ wird der Impuls der auftreffenden Photonen vollständig absorbiert.

Geht man davon, dass die Photonendichte nicht isotrop über die Querschnittsfläche A_{L} ist, so existiert ein Intensitätsgradient über die Strecke eines Strahlradius. Somit treten innerhalb der Strahlungsfläche auf ein Partikel unterschiedliche Kräfte durch den *Laser* auf: im Mittel treffen mehr Photonen das Partikel auf der Seite, welcher dem Strahlmittelpunkt zugewandt ist, als auf der entgegengesetzten. Somit entsteht eine Kraft, welche senkrecht auf der *Laser*-Richtung steht und zum Strahllot zeigt. Ein *Laser*-Strahl kann also zum Einfang von (einem) ausgewählten Partikeln benutzt werden.

Bei der photophoretischen Kraft wird die resultierende Dynamik aus dem, durch die Stöße mit Photonen erzeugten Temperaturgradienten über ein einzelnes Partikel beschrieben. Wie bereits erläutert, liegt ein Strahldichtegradient für eine Fläche von A_{S} vor, woraus eine unterschiedliche Staubaufheizung durch die Stoßreibung folgt.

Treffen nun Neutralgasatome auf die heißere Seite, so werden sie dort schneller reflektiert, als von der kälteren. Die Differenz des Impulsübertrags resultiert in der photophoretischen Kraft, die entgegen des Gradienten der Photonendichte und damit in Richtung der heißen Seite der Partikel zeigt. Je nach der Absorptionsfähigkeit besitzen die Teilchen unterschiedliche Temperaturgradienten. Somit stellt sich eine heiße Front aus den Teilchen auf, welche eine gute Absorption und somit insgesamt höhere Temperatur aufweisen. Für diese Partikel zeigt F_{ph} in Richtung des Strahls. Analog wirkt die photophoretische Kraft für schlecht absorbierende Teilchen in entgegengesetzte Richtung. Somit ergibt sich F_{ph} in Gl. (14) mit dem Wärmeleitungskoeffizienten κ_{S} des Staubes, dem Gasdruck p und der Gastemperatur T.

$$F_{\mathrm{ph}} = \frac{\pi a^2 p I_{\mathrm{L}}}{6\left(pav_{\mathrm{th,n}} + \kappa_{\mathrm{S}}T\right)} \tag{14}$$

1.2.7 Einfang und Gleichgewicht

1.3 Finite Yukawa-Cluster

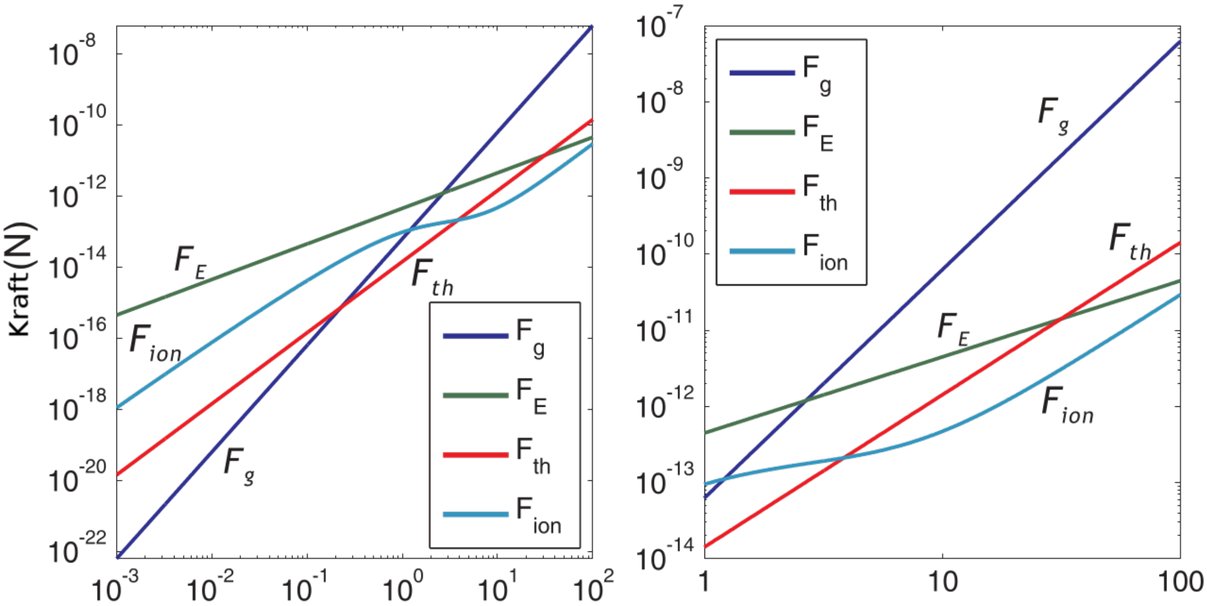

Abb. 2: Kräfte als Funktion des Teilchenradius in einem Argon-Plasma (Parameter: $\kappa_{\mathrm{N}} = 0{,}016\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}^3}$; $\rho_{\mathrm{S}} = 1{,}5 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $T_{\mathrm{e}} = 2\,\mathrm{eV}$; $\Phi_{\mathrm{fl}} = -4\,\mathrm{V}$; $E = 1000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$; $n_{\mathrm{I}} = 10^5\,\mathrm{m}^{-3}$; $u_{\mathrm{I}} = v_{\mathrm{th,I}} = v_{\mathrm{th,N}} = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

2 Durchführung

3 Auswertung

4 Literatur

Literatur

5 Anhang