

Kolloidale Plasmen

Fortgeschrittenenpraktikum

Rouven Klink & Harald Krüger

30. Oktober 2014

Betreut durch Michael Himpel

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
2 Theorie	2
2.1 Entstehung geladener Staubteilchen	2
2.2 Wechselwirkung zwischen Staubteilchen - Kopplungsparameter	4
2.3 Bestimmung der Partikelladung mittels der Resonanzmethode	5
2.4 Temperatur der Staubpartikel	6
3 Versuchsaufbau und Durchführung	6
4 Messergebnisse und Auswertung	7
4.1 Bestimmung der Resonanzfrequenz	7
4.2 Kalibrierung der Kameras	9
4.3 Bestimmung des Wigner-Seitz-Radius	9
4.4 Bestimmung der Staubtemperatur	10
4.5 Bestimmung des Kopplungsparameters	10
4.6 Zusammenfassung und Fehlerbetrachtung	10
4.7 Quellen	10
5 Quellen	10

1 Einleitung

Unter kolloidalen Plasmen werden solche Plasmen verstanden, in denen neben Elektronen, positiv geladenen Ionen und dem neutralem Gashintergrund noch Kleinstteilchen enthalten sind. Diese liegen mit ihrer Größe im Mikrometerbereich. Durch Ionen- bzw. Elektronenströme werden die Staubteilchen aufgeladen und stellen damit eine weitere geladenen Spezies im Plasma dar. Der Mechanismus, der zur Aufladung führt, die Wechselwirkung mit anderen Staubteilchen oder dem Plasma selbst ist momentan ein Forschungsschwerpunkt der Plasmaphysik. Die Untersuchung dieser Art von Plasmen eröffnen neue Einblicke in die Astrophysik (Interstellare Wolken oder Nebel, Planetenringe) können aber auch zur Prozessoptimierung, bspw. in der Computerindustrie, angewendet werden. Dieser Versuch soll sich mit der Bestimmung des Kopplungsparameters Γ befassen. Dafür müssen sowohl die Ladung eines Plasmakristalls, sowie die Temperatur gemessen werden.

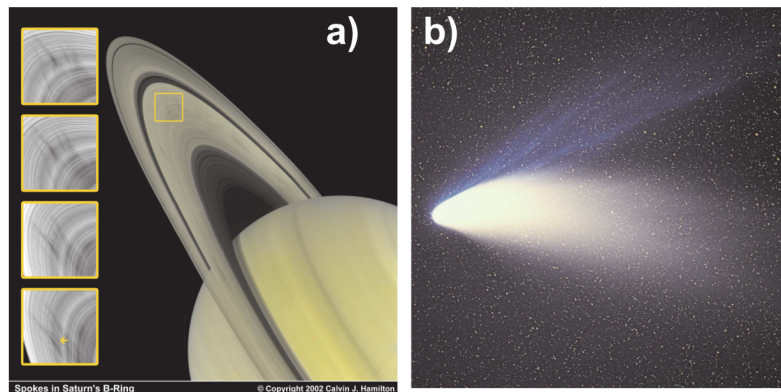


Abbildung 1: Staubigen Plasmen im interstellarem Raum a) in den Ringen des Saturn b) im Schweif eines Kometen [1]

2 Theorie

2.1 Entstehung geladener Staubteilchen

Wie oben schon kurz erwähnt kommt es im Plasma zu einer Aufladung der Staubpartikel und damit zur Ausbildung eines Potentials. Dabei sollen die Staubteilchen nur durch die elektrostatische Wechselwirkung mit den geladenen Teilchen wechselwirken. Ein weiterer Punkt der das Aufladeverhalten maßgeblich bestimmt ist die unterschiedliche Beweglichkeit der Elektronen und Ionen im Plasma. Eine kleinere Beweglichkeit der Elektronen führt zu einer tendenziell negativen Aufladung von Staubteilchen, in Bezug auf das Plasmapotential, so dass jedes Staubteilchen von pos. geladenen Ionen umhüllt wird. Für viele Untersuchungen in Plasmen spielt die Aufladung von Oberflächen, beispielsweise die einer Sonde, eine große Rolle. Das entstehende Potential an diesen Fremdkörpern kann das Plasma je nach Stärke maßgeblich stören. Daher ist es wünschenswert das Störpotential zu kennen. Für staubige Plasmen hat sich eine Theorie etabliert, die 1926 von H. M. MOTT-SMITH und I. LAMGMUIR entwickelt wurde. Die OML-Theorie (Orbital Motion Limit) beruht auf der Annahme, dass sich geladene Teilchen auf stoßfreien Bahnen durch die Staubwolke bewegen und ihre Geschwindigkeit maxwellverteilt ist. Das OML Problem ist also

analog zum Zwei-Körper-Problem oder zur RUTHERFORDstreuung aufzufassen und ermöglicht es somit Stoßquerschnitte zu berechnen, die für die Bestimmung des Potentials notwendig sind. Dazu geht man vorerst von einem Stromfluss auf das Partikel aus. Exemplarisch soll das Vorgehen wie man zum Ionenstrom gelangt kurz erläutert werden. Die Ausgangssituation ist Abb. 2 zu sehen. Wie man sieht handelt es sich um ein Streupproblem mit einem Streuparameter $b > b_c$ (alle $b < b_c$ kollidieren mit dem Partikel und sind nach Voraussetzung nicht zulässig). Kollidiert das Ion nicht mit dem Partikel, bleibt der Drehimpuls des ankommenden Teilchens mit der Geschwindigkeit $v_{i,0}^2$ erhalten. Zusammen mit der Energieerhaltung, Gl. (1),

$$\frac{1}{2}m_i v_{i,0}^2 = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + e\Phi_p, \quad (1)$$

(Darin ist der Term $e\Phi_p$ die potentielle Energie) kann man diese zusammen umschreiben und erhält daraus den Streuparameter (2) in Abhängigkeit der Geschwindigkeit $v_{i,0}^2$, der Masse m_i und des Potentials des Partikels Φ_p .

$$b_c^2 = a^2 \left(1 - \frac{2e\Phi_p}{m_i v_{i,0}^2} \right). \quad (2)$$

Da man in dieser Theorie von Kugelquerschnitten für die Teilchen ausgeht beträgt der Stoßparameter $\sigma_c = \pi \cdot b_c^2$. Jetzt kann der differentielle Strom, der auf das Partikel erfolgt, als

$$dI_i = \sigma_c(v_{i,0}) dj_{i,0} = \sigma_c(v_{i,0}) n_i e v_{i,0} f(v_{i,0}) dv_{i,0} \quad (3)$$

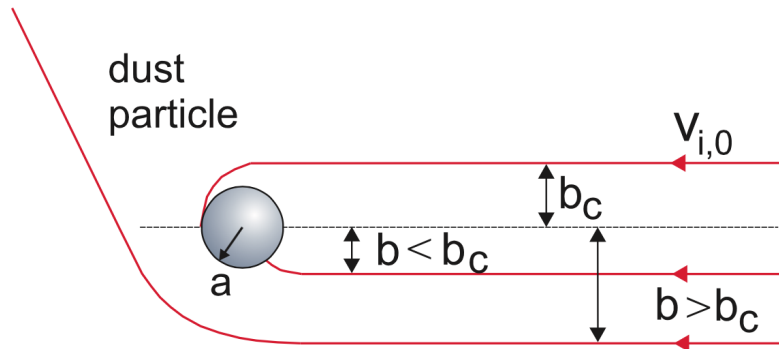


Abbildung 2: Verdeutlichung des Streupproblems mit verschiedenen Streuparametern b [1]

angegeben werden in der $\sigma_c(v_{i,0})$ der Streuquerschnitt des Partikels mit dem Stoßparameter b_c ist, $j_{i,0} = n_i e v_{i,0}$ die Stromdichte, sowie $f(v_{i,0})$ eine Geschwindigkeitsverteilungsfunktion darstellt. Nimmt man nun, wie in der OML Theorie, eine isotrope Verteilung der Geschwindigkeit nach MAXWELL an und integriert $v_{i,0}$ von 0 bis ∞ liefert einem dies die G. (4)

$$I_i = \pi a^2 n_e \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T_i}{m_i}} \cdot \left(1 - \frac{e\Phi}{k_B T_i} \right), \quad (4)$$

Worin $a^2 \left(1 - \frac{e\Phi}{k_B T_i} \right) < a^2$ den effektiven Stoßquerschnitt (k_B - Boltzmannkonstante) des Partikel mit den Ionen der Energie $k_B T_i$ darstellt. In beiden Gleichungen ist $\Phi < 0$ das Potential des

Partikels, a der Partikelradius, sowie $T_{e,i}$, $n_{e,i}$ die Temperatur der Elektronen bzw. Ionen und Dichte der Elektronen, Ionen. Analog erhält die Gleichung des Elektronenstromes auf den Partikel.

$$I_e = -\pi a^2 n_e \sqrt{\frac{8 k_B T_e}{\pi m_e}} \cdot \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right), \quad (5)$$

Unter der Annahme einer stationären Ladung des Partikels, was gleichbedeutet ist mit einem verschwindenden Strom auf das Partikel Gl. (6), ändert sich das Potential Φ nicht mehr. Man spricht nun vom sogenannten *floating potential*. Eine näherungsweise Lösung unter Laborbedingungen liefert $\Phi \approx -2k_B T_e / e$.

$$I_e + I_i = 0 \quad (6)$$

2.2 Wechselwirkung zwischen Staubteilchen - Kopplungsparameter

Die nun im Plasma enthaltenen geladenen Staubpartikel können in idealisierter Weise als Punktladungen aufgefasst werden. Die neue Eigenschaft ermöglicht es nun außerdem das Teilchen in einem elektrischen Feld einzufangen. Gleichen sich die Gravitationskraft und die COULOMBKraft gerade aus, so verharrt das Teilchen in der Schwebe und kann untersucht werden. Werden mehrere Teilchen auf einmal eingefangen so wechselwirken sie untereinander ebenfalls. Dieses System aus Punktladungen lässt sich durch nur einen einzigen Parameter beschreiben: den Kopplungsparameter Γ . Der COULOMBKopplungsparameter (Gl. (7)) charakterisiert das Verhältnis aus elektrostatischer Kraft zur thermischen Energie.

$$\Gamma = \frac{Q_d^2}{4\pi\epsilon_0 b_{WS}} \cdot \frac{1}{k_B T_d} \quad (7)$$

Darin enthalten ist die Ladung/Temperatur - Q_d , T_d , die el. Permittivität - ϵ_0 , sowie b_{WS} eine Längeneinheit innerhalb eines WIGNER-SEITZ-Kristalls. Der WIGNER-SEITZ-Radius für zweidimensionale Systeme kann nach

$$b_{WS} = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \quad (8)$$

bestimmt werden. Auftretende Streffekte, wie beispielsweise Abschirmungseffekte, werden hierbei nicht beachtet. Das hat zur Folge, dass der tatsächliche Wert für Γ_{eff} unterhalb des bestimmten Wertes liegen muss. Betrachtet man die zwei Spezialfälle $\Gamma > 1$ und $\Gamma < 1$, so dominiert im ersten Fall die Coulombkraft die Wechselwirkung der Teilchen untereinander. Man spricht von starker Kopplung. Es kann im Schwebefall zu einer regelmäßigen Anordnung von Partikeln kommen, die im Aufbau einer kristallinen Struktur ähneln. Im zweidimensionalen kann man bevorzugt von einer hexagonalen Anordnung ausgehen, da dies die energetisch günstigste Konfiguration ist. Im zweiten Fall wird das Verhalten eines Partikels mehrheitlich durch seine kinetische Energie bestimmt. Die Coulombwechselwirkung ist hierbei nicht ausreichend um eine regelmäßige Ordnung herzustellen. Man spricht auch von schwacher Kopplung. Beachtet man nun zusätzlich noch die Abschirmung so stellt man nach Gl. (9) fest, dass sich eine hohe Abschirmung negativ auf die Kopplung auswirkt und sie verringert.

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma \cdot \exp -\kappa \quad \kappa = \frac{b_{WS}}{\lambda_D} \quad (9)$$

Worin κ ein Parameter für die Abschirmstärke bezeichnet und über die DEBYELänge λ_D definiert ist.

Weiterhin werden keine Strukturen beobachtet, die von einfach geladenen Elektronen oder Ionen bestehen. Die Ursache darin liegt in der schwachen Kopplung der Teilchen im Vergleich zu den geladenen Partikeln mit einer Ladung im Bereich zwischen 10^2 bis 10^4 Elementarladungen. Bei Ladungen dieser Größenordnung reicht die kinetische Energie ($1/40$ eV bei Raumtemperatur) der Partikeln nicht aus um eine Strukturbildung zu verhindern.

2.3 Bestimmung der Partikelladung mittels der Resonanzmethode

Für die Bestimmung der Ladung der Staubpartikel dient die Resonanzmethode. Verändert man das Elektrodenpotential periodisch, so werden die Staubpartikel zu vertikalen Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage angeregt. Die Gleichgewichtslage ist an dem Punkt, an dem sich die elektrische Kraft und die Gravitationskraft ausgleichen. Zudem muss der Einfluss der Reibung am Neutralgas berücksichtigt werden, wodurch die Schwingung gedämpft wird. Für die Kräftebilanzgleichung erhält man somit eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung.

$$m\ddot{z} + m\beta\dot{z} + Q(z)E(z) - mg = F_{\text{ext}} \cdot \sin \omega \cdot t \quad (10)$$

Darin bezeichnen m die Masse eines Teilchen, $E(z)$ das elektrische Feld der Randschicht, g die Erdbeschleunigung und F_{ext} eine äußere Kraft. Unter der Annahme kleiner Oszillationen kann die Staubladung Q als konstant angenommen. Weiterhin wird der Verlauf des elektrischen Feldes in der Randschicht als linear genähert. Nimmt man außerdem an, dass die Differenz der Ionen- und Elektronendichte unabhängig von der Höhe z ist, kann die Bewegungsgleichung eines getriebenen gedämpften harmonischen Oszillators aufgestellt werden, deren allgemeine Lösung gegeben ist durch

$$z(t) = A_0 R(\omega) \sin(\omega t - \delta(\omega)) \quad (11)$$

dabei ist A_0 ein Amplitudenfaktor. Der Faktor $R(\omega)$ wird als Resonanzfunktion bezeichnet und beinhaltet

$$R(\omega) = (\sqrt{(\omega_{\text{res}}^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^2})^{-1/2} \quad (12)$$

mit dem Faktor β den Gasreibungskoeffizienten. Die Resonanzfrequenz ω_{res} ist gegeben als:

$$\omega_{\text{res}}^2 = \frac{Q}{m} \cdot \frac{\partial E}{\partial z} \quad (13)$$

Der Gradient des elektrischen Feldes (Gl. (14)) kann mit Kenntnissen aus der Plasmaphysik gelöst werden. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass die Ionendichte in der Randschicht geringer ist als im Zentrum der Entladung. Eine Abschätzung der Ionendichte liefert $n_i = 0,61 n_{i,0}$. Für Elektronendichte folgt $n_e = \alpha n_{i,0}$ Mit dem Faktor $\alpha \approx 0,3$.

$$\frac{\partial E}{\partial z} = E_1 = \frac{e}{\epsilon_0} \cdot 0,61 n_{i,0} (1 - \alpha) \quad (14)$$

Somit kann durch eine Auswertung der Resonanzkurve zunächst eine Bestimmung des Gasreibungskoeffizienten erfolgen und im Anschluss daran die Bestimmung der Ladung eines Partikels.

2.4 Temperatur der Staubpartikel

Durch ständige Stöße zwischen Staubpartikeln und Elektronen, Ionen und Neutralteilchen finden Impulsüberträge statt. Sie sorgen für eine Bewegung der Teilchen. Die Vertikalkomponente dieser Bewegung kann dazu genutzt werden um den Teilchen eine Temperatur zuzuordnen. Dieser Begriff der Temperatur ergibt natürlich nur einen Sinn, wenn man zusätzlich annimmt, dass zwischen kinetischer Energie und Temperatur die Beziehung einer BOLTZMANN-Verteilung gilt (s. Gl. (15)).

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \quad (15)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Für diesen Versuch wurde eine mit Argon gefüllte Plasmakammer verwendet. Durch anlegen einer HF-Spannung an einer Elektrode am Boden konnte das Argonplasma gezündet werden. Mittels eines Dustdroppers wurden die Kolloide in die Plasmakammer gegeben, sodass ein Plasmakristall entsteht, der im weiteren Versuch untersucht wird. Diese makroskopischen Teilchen unterliegen der Gravitation und werden in der unteren Plasmarandschicht eingefangen, wo sich die elektrische Feldkraft und die Gravitationskraft ausgleichen. Durch eine leicht parabolische Form der Elektrode wird für einen horizontalen Einschluss gesorgt. Mit einem Diodenlaser können die Staubteilchen beleuchtet werden. Das reflektierte Licht kann dann mit zwei CCD-Kameras, je eine oberhalb und seitlich der Kammer, mit einer Aufnahme Frequenz von 25Hz aufgenommen werden.

Durch eine Modifikation des Aufbaus mit einem Frequenzgenerator kann der HF-Spannung ein zusätzliches niederfrequentes harmonisches Spannungssignal überlagert werden. Die Staubteilchen folgen dem Feld für kleine Frequenzen im Bereich von 1 bis 20 Hz sichtbar und führen vertikale Oszillationen aus, die mit der seitlich montierten Kamera gefilmt werden können. Aus der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von der angelegten Frequenz kann eine Resonanzkurve erstellt werden, durch die die Resonanzfrequenz und der Reibungskoeffizient mit dem Hintergrundgas bestimmt werden können.

Um die Staubtemperatur zu ermitteln, wurden die eingefangenen Kolloide von der Top-Kamera über einen gewissen Zeitraum aufgenommen und deren Trajektorien ausgewertet. Mit der dadurch bekannten mittleren Geschwindigkeit kann die kinetische Staubtemperatur bestimmt werden. Für die Bestimmung des WIGNER-SEITZ-Radius des Staubkristalls wird nur eine Aufnahme der Top-Kamera benötigt, durch die die Teilchendichte ausgezählt werden kann.

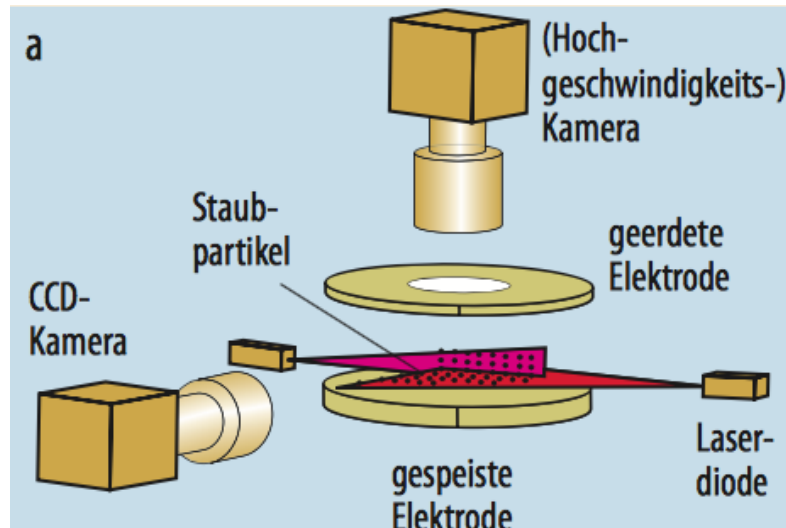


Abbildung 3: Schematischer Versuchsaufbau [2]

4 Messergebnisse und Auswertung

4.1 Bestimmung der Resonanzfrequenz

Anfang der Auswertung bildet die Bestimmung der Resonanzfrequenz der Staubteilchen. Dazu wurden bei einem Druck von etwa 10 Pa, Schwingungsamplituden bei verschiedenen Frequenzen im Bereich zwischen 1 und 20 Hz mit der seitlichen Kamera aufgenommen. Insgesamt wurden 100 Bilder mit der Kamera aufgenommen. Für die Auswertung wurde ein eigens für diesen Versuch geschriebenes Programm (auswertung.m) verwendet. Das Ergebnis der Auswertung ist in der Abbildung 4 zu sehen. Darin dargestellt sind mit blauen Kreuzen die Daten aus der Messung und eine gefittete Funktion (rote durchgezogene Kurve). Mithilfe der Fitfunktion konnten die Resonanzfrequenz, der Gasreibungskoeffizient und ein Amplitudenfaktor bestimmt werden (s. Tab. 1).

Auch für die Anpassungsvorgang wurde ein Matlab Skript verwendet. Dazu wurden der "data-Array an die Datei resfuc.m übergeben. In einer weiteren Datei (fit.m) wurden Anpassungsparameter festgelegt, die zum Fitten nötig waren.

Tabelle 1: Anpassungsparameter

Amplitudenfaktor A_0 in px	$1 \cdot 10^5$
Gasreibungskoeffizient β in $1/s$	11,99
Resonanzfrequenz ω_{res} in $1/s$	73,85

Nun kann die Staubladung nach Gl. (13) bestimmt werden. Dazu muss jedoch vorerst die Ionendichte im Zentrum der Entladung berechnet werden. Aus der Quasineutralitätsbedingung eines Plasmas und mit Hilfe der Abb. 1 aus der Versuchsanleitung bei 10 Pa und einer Speiseleistung

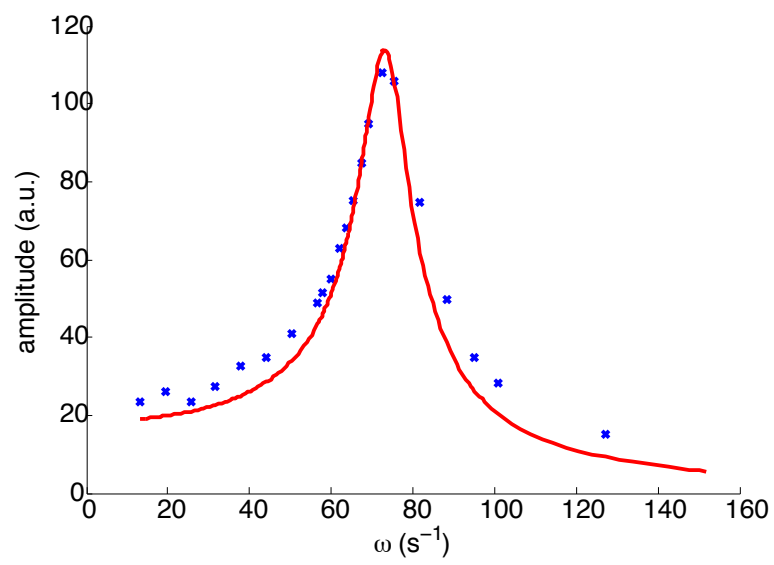


Abbildung 4: Messpunkte (Kreuze) für die Schwingungsamplituden in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$ und der Fit-Funktion (durchgezogene) Linie

von 7 W kann die Elektronen/Ionendichte extrapoliert werden

($n_i = (0,7 \pm 0,05) \cdot 10^{15} \text{ 1/m}^3$). Damit ergibt sich eine Ladungsdichte in der Randschicht von

$$n_i = 0,61(0,7 \pm 0,05) \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{m}^3} = (4,27 \pm 0,31) 10^{14} \frac{1}{\text{m}^3}$$

Und für das elektrische Feld somit $E_1 = (3,3 \pm 0,24) 10^6 \text{ V/m}^2$.

Die gegebene Dichte der Partikel (1514 kg/m^3) und der Partikelgröße (Durchmesser) $d_p = 12,26 \mu\text{m}$ können dazu genutzt werden die Masse des Teilchens zu bestimmen, woraus sich zu guter letzt die Staubladung bestimmen lässt zu:

$$Q_d = (2,41 \pm 0,16) \cdot 10^{-15} \text{ C}$$

Dies entspricht etwa einer Anzahl von 15071 ± 1022 Elementarladungen.

4.2 Kalibrierung der Kameras

Zur Kalibrierung der Kameras wurde ein Stück Millimeterpapier etwa in der Entfernung zur Kamera positioniert, in der auch die Staubpartikel in der Schwebe waren. Dazu wurde nach den Aufnahmen der Fokus, sowie der Zoom nicht mehr variiert. Das aufgenommene Foto wurde im Anschluss auf dem PC vermessen, wobei ein Ablesefehler von etwa $\pm 5 \text{ px}$ zugrunde gelegt wird.

Tabelle 2: Umrechnung von Pixel auf mm

Kamera	Umrechnung
Seitenkamera	1 mm = $48,45 \pm 0,45 \text{ px}$
Top-Kamera	1 mm = $106,7 \pm 0,3 \text{ px}$

4.3 Bestimmung des Wigner-Seitz-Radius

Im diesem Schritt soll ein weiterer Parameter des Kopplungsparameters nach Gl. (8) estimmt werden: der Wigner- Seitz-Radius. Hierzu wird aus der ermittelten mittleren Partikelzahl aus der Kristallauswertung, die Dichte der Teilchen bestimmt, wobei die Fläche der Teilchen hierbei aus den aufgenommen Bildern abgeschätzt wird. Hier wurde wiederum eine Ablesetolleranz 5 px für die Längen angenommen und mit dem Umrechnungsfaktor der Top-Kamera umgerechnet. Die gefundenen Größen, wie Fläche A , Dichte n und Wigner-Seitz-Radius b_{WS} sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen.

Tabelle 3: Teilchenanzahl, Dichte, Fläche zur Bestimmung des Wigner-Seitz-Radius

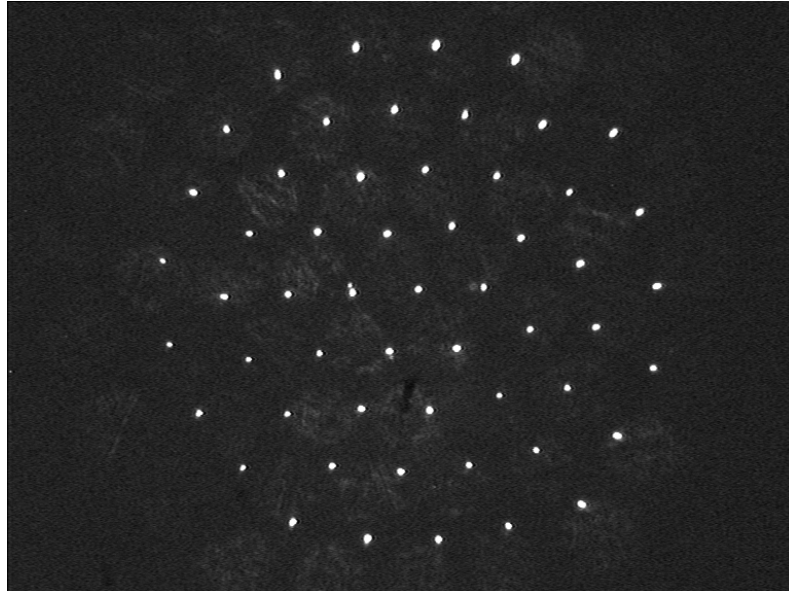
mittlerer Partikelanzahl	Fläche A in m^2	Dichte n / $1/\text{m}^2$	Radius b_{WS} / μm
55 ± 1	$(1,61 \pm 0,01) 10^{-5}$	$(3,4 \pm 0,1) 10^5$	(306 ± 4)

Der Wigner-Seitz-Radius beträgt somit $619,3 \mu\text{m}$ mit einer Abweichung von $3,7 \mu\text{m}$.

4.4 Bestimmung der Staubtemperatur

4.5 Bestimmung des Kopplungsparameters

4.6 Zusammenfassung und Fehlerbetrachtung



4.7 Quellen

In diesem Protokoll wurden folgende Quellen verwendet:

- (1) Introduction to Colloidal (Dusty) Plasmas (Lecture Notes) [http://www.physik.uni-greifswald.de/fileadmin/physik/ag_melzer/skript.pdf]
- (2) PLASMAPHYSIK Strukturen aus Staub (Artikel) (http://www5.physik.uni-greifswald.de/pdf/physik_journal07_melzer.pdf)

Ein besonderer Dank geht an Herrn Michael Himpel für die in das Experiment und Hilfe.

5 Quellen