

Paul Falle

Fortgeschrittenenpraktikum

Rouven Klink

18. Januar 2015

Betreut durch

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
2 Theorie	2
2.1 Das Speicherpotential der Paulfalle	2
2.2 Analyse und Interpretation der Bewegungsgleichung	3
2.3 Aufbau einer Paulfalle (schematisch)	4
2.4 Reale Paulfalle	5
3 Versuchsaufbau	5
4 Versuchsdurchführung	6
5 Messergebnisse und Auswertung	6
5.1 Programmierung eines arbiträren Signal mit Hilfe des Funktionsgenerators	6
5.2 Einstellung der Fokussierungsspannung	7
5.3 Schnitte durch das Stabilitätsdiagramm	11
5.4 Diskussion	16
6 Quellen	16

1 Einleitung

Bei der Untersuchung von geladenen Molekülen, Ionen oder Clustern tritt häufig ein Problem bei der Speicherung auf, da geladene Teilchen, sofern sie bspw. mit einer Gefäßwand stoßen, neutralisiert werden. Das Studium dieser Teilchen ist mit diesem Prozess unter Umständen vorbei, da die zu untersuchenden Prozesse nicht mehr beobachtet werden können. Die Paulfalle kann hierbei Abhilfe schaffen. Sie ist ein Gerät zur Speicherung von geladenen Teilchen bis hin zum subatomaren Bereich. Die Teilchen können je nach Parameterwahl für lange Zeitspannen eingefangen oder über weite Wege transportiert werden. Elektrische Wechselfelder mitunter in Kombination mit Gleichspannungen zwingen die Teilchen auf Bahnen, die es ihnen nicht erlauben die Falle zu verlassen. Im folgenden Versuch sollen grundlegenden Fähigkeiten mit dem Umgang einer Paulfalle erlernt und die Arbeitsweise nachvollzogen werden.

2 Theorie

2.1 Das Speicherpotential der Paulfalle

Ein Teilchen mit einer elektrischen Ladung ist genau dann gefangen, wenn die rücktreibenden Kräfte das Teilchen auf einen Punkt lenken. Damit ist die Bewegung des Teilchens beschränkt und kann daher beliebig lange gespeichert werden. Ein einfaches Potential, dass dieser Bedingung genügt ist das harmonische Potential. Die daraus resultierende Kraft nimmt linear mit dem Abstand zum Nullpunkt zu. Dabei muss das (rein) elektrische Potential Φ der Laplace-Gleichung $\Delta\Phi(x,y,z) = 0$ genügen. Ein Ansatz für ein harmonisches Potential im dreidimensionalen Raum lautet:

$$\Phi(x,y,z) = \Phi_0 \cdot (ax^2 + by^2 + cz^2). \quad (1)$$

Darin bezeichnen a, b, c zunächst positive Koeffizienten, welche nach $\Delta\Phi(x,y,z) = 0$ die Bedingung $a + b + c = 0$ erfüllen müssen. Solch ein Potential mit den geforderten Nebenbedingungen führt auf geschlossenen Teilchentrajektorien, deren Umlauffrequenz unabhängig von der Position der Teilchen in der Falle sind, aber abhängig vom Masse-zu-Ladungsverhältnis sind. Eine Lösung von (1) ist:

$$\Phi(x,y,z) = \frac{\Phi_0}{2d_0^2} \cdot (x^2 + y^2 - 2z^2). \quad (2)$$

Wobei d_0 der sog. Fallendimensionsparameter ist und es erlaubt Fallen verschiedener Größen miteinander zu vergleichen. Er ergibt sich aus dem Fallenradius. Anhand der Lösung (2) ist ersichtlich, dass durch das negative Vorzeichen, welches aus der Laplacegleichung kommt, ein abstoßendes Potential entlang der z -Achse auftritt. Mit anderen Worten ein langfristiger Einschluss ist nicht möglich, solange Φ_0 ein konstantes Potential ist. Ein Ansatz derart $\Phi_0 = U_0 + V_0 \cos(\Omega \cdot t)$ bestehend aus einem zeitlich konstanten Offset und einem variierenden Teil führt zum Ziel und das Teilchen kann nun entlang der z -Achse gespeichert werden. Dabei ist anzumerken, dass U_0, V_0 die Amplituden des Offsets bzw. der Wechselspannung sind. Eine Aussage über den Einschluss in xy -Richtung ist noch nicht möglich. Dazu bedarf es einer genaueren Analyse der Bewegungsgleichung.

2.2 Analyse und Interpretation der Bewegungsgleichung

Die allgemeine Bewegungsgleichung des Problems, worin m die Masse und Q die Ladung des Teilchens beschreiben, lautet:

$$m\ddot{\eta} = -Q\nabla\Phi(\eta). \quad (3)$$

Mit $\eta = x, y, z$.

Die Lösung von (3) ist in Gl. (7) nachzulesen. Dabei wurden folgende dimensionslose Parameter und das Potentials aus dem vorherigen Abschnitt eingesetzt.

$$\tau = \frac{1}{2}\Omega t \quad (4)$$

$$a_z = -2a_x = -2a_y = -\frac{8QU_0}{mD_0^2\Omega^2} \quad (5)$$

$$q_z = -2q_x = -2q_y = -\frac{4QV_0}{mD_0^2\Omega^2} \quad (6)$$

$$0 = \frac{d^2\eta}{d\tau^2} + (a_\eta - 2q_\eta \cos(2\tau))\eta \quad (7)$$

Diese hat die Form der allgemeinen Mathieschen Differentialgleichung, deren Lösungen jetzt auf Stabilität untersucht werden sollen. Im allgemeinen versteht man unter dem Begriff stabil eine beschränkte Lösungsmenge, während hingegen es bei unbeschränkten Lösungen zur Instabilität kommt. Physikalisch gesehen bedeutet dies, dass das Teilchen nur im Bereich stabiler Lösungen der DGL in der Falle gefangen bleibt. Zur Beschreibung dieses Verhaltens wird der sog. Stabilitätsparameter β_η eingeführt, welcher sich aus den Größen a_η und q_η näherungsweise nach (8) berechnen lässt. Es ergeben sich nur dann stabile Lösungen und damit eine Speicherung, wenn $0 < \beta_\eta < 1$ erfüllt ist. D. h. die Größen U_0 und V_0 müssen so gewählt werden, dass die Bedingung erfüllt wird. In Abb. 1 ist exemplarisch ein Stabilitätsdiagramm für die Parameter a_z und q_z gezeigt. Für die x -, y -Richtung ist das Diagramm identisch. Da außerdem das Ladungs-zu-Massenverhältnis in den Stabilitätsparameter mit eingeht, ist das Diagramm für unterschiedliche Verhältnisse verschieden. Die Berechnung des Stabilitätsparameters β_η gestaltet sich als kompliziert, da man analytisch auf einen unendlichen Kettenbruch (s. [1]) geführt wird. Nach einer Arbeit von ROSSBACH [3] kann dieser jedoch angenähert werden und besitzt dann die Form (8).

$$\beta_\eta = a_\eta - \frac{(a_\eta - 1)q_\eta}{2(a_\eta - 1)^2 - q_\eta} - \frac{(5a_\eta + 7)}{32(a_\eta - 1)^3(a_\eta - 4)} - \frac{(9a_\eta^2 + 58a_\eta + 29)q_\eta^6}{64(a_\eta - 1)^5(a_\eta - 4)(a_\eta - 9)} \quad (8)$$

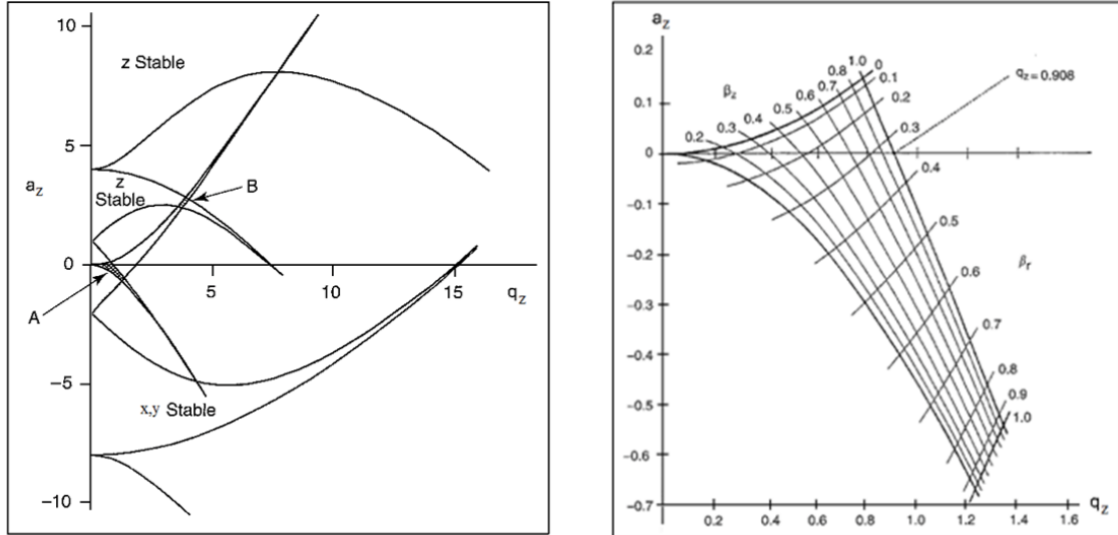


Abbildung 1: Darstellung der stabilen und instabilen Bereiche (links). Ein Parametersatz der zu einer schraffierten Flächen A oder B gehört führt zu einem 3 dimensionalem Teilcheneinschluss. Vergrößert dargestellter Bereich A (rechts) [1].

Die Teilchenbewegung kann aus der Mathieuschen Differentialgleichung erhalten werden, indem (7) in einer Fourier-Reihe entwickelt und nur der erste Term berücksichtigt wird. Man erhält (9).

$$\eta(\tau) = A \left(1 - \frac{q_\eta}{2} \cos(\Omega t) \right) \cos \left(\frac{\beta_\eta}{2} \Omega t - \varphi \right). \quad (9)$$

Dabei bezeichnen A und φ Größen, die stark von den Anfangsbedingungen abhängen. Die Bewegung des Teilchens setzt sich demnach aus einer Überlagerung von zwei einzelnen Bewegungen zusammen. Je nach Argument in den Kosinussen ist die eine Bewegung ausgedehnter (über ein Raumgebiet) als die andere, weshalb man sie auch in eine Makrobewegung mit der Kreisfrequenz $\omega_M = \beta_\eta \Omega / 2$ und eine Mikrobewegung der Kreisfrequenz Ω unterscheidet. Das Teilchen bewegt sich in der Mikrobewegung also mit der Frequenz des Führungsfeldes, für die Makrobewegung hingegen ist der Stabilitätsparameter entscheidend.

2.3 Aufbau einer Paulfalle (schematisch)

Im wesentlichen besteht eine Paulfalle aus einer Ringelektrode, die für einen radialen Einschluss sorgt, sowie jeweils einer Endkappe an beiden Seiten der Paulfalle, was für einen axialen Einschluss des Teilchens sorgt. Die Abb. 2 zeigt diesen Aufbau in schematischer Weise. Die Form der Ringelektrode wird durch die Art des Potentials festgelegt. In unserem Fall handelt es sich um ein harmonisches Potential (oder allgemeiner hyperbolisches Potential), woraus folgt, dass die Elektrode selbst auch hyperbolisch geformt sein muss. Weiter finden sich in der Abb. 2 auch die wichtigsten Fallenparameter wieder. Dabei gibt r_0 den minimalen Abstand von der Ringelektrode zur Fallenmitte an und z_0 den kleinsten Abstand zwischen Fallenmitte und den Endkappen. Daraus lässt sich eine allgemein gültige Aussage über die Fallendimension definieren. Mit dem Fallendimensionsparameter $d_0 = r_0^2/2 + z_0^2$ lassen sich Paulfallen verschiedener Größe

miteinander Vergleichen.

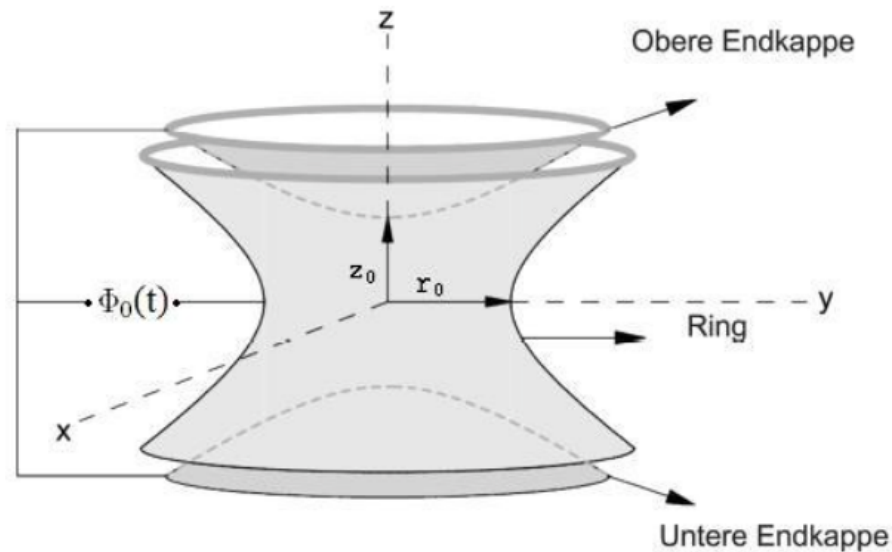


Abbildung 2: Schematischer Aufbau einer Paulfalle. Eingetragen sind die wichtigsten Größen r_0 und z_0 , die zur Charakterisierung der Falle dienen [1].

2.4 Reale Paulfalle

Bisher wurden keine Störungen des Systems betrachtet und somit eine ideale Paulfalle diskutiert. In der Realität jedoch sorgen Abweichungen bspw. der Ringelektrode von der Idealform für Störungen im Potential. Damit kann das Potential nicht mehr als harmonisch angenommen werden. Ebenfalls treten mit den gespeicherten Ionen in der Falle, sofern mehr als ein Ion gefangen ist, Raumladungszonen auf, was zu Bildladungen in den Elektroden führt. Dies schirmt die Ionen in der Falle zum Teil ab, so dass die Ionen nicht mehr das volle äußere Feld merken. Diese und weitere Phänomene führen zu sog. nicht-linearen Resonanzen. Eine Änderung des Führungsfeldes kann mitunter dazu führen, dass Ionen auf der Falle entkommen können, obwohl man sich noch im Stabilitätsbereich befindet [1]. Es kommt zu einem starken Abfall in der Zählrate der Ionen. In der Auswertung wird auf diesen Punkt näher eingegangen werden.

3 Versuchsaufbau

Das Hauptelement dieses Versuches stellt eine hyperbolisch geformte Paulfalle dar, die aus zwei Endkappen für den axialen Einschluss und einer Ringelektrode zum radialen Einschluss besteht. Eine Besonderheit dieser Falle ist die vierteilige Gliederung der Ringelektrode, deren Abstände ≤ 1 mm sind. Der Abstand zwischen den Endkappen und dem Fallenzentrum beträgt $z_0 = 4,9$ mm. Die minimale Distanz zwischen Ringelektrode und Fallenmitte beträgt $r_0 = 7$ mm. Zur Ionisierung der Teilchen in der Falle besitzen die Endkappen, sowie die Ringelektrode Bohrungen mit einem Durchmesser von 3 mm. Eingebaut in einem CF100 Doppelkreuz, das die Elektronenkanone (eine aufgeschnittene Halogenlampe), sowie einen Channeltrondetektor enthält, kann die gesamte Apparatur vakuumiert und Messdrücke im Bereich von 10^{-7} bis 10^{-6} mbar erreicht

werden. Ein System aus Linsen und einer Blende vor hinter Elektronenkanone erlaubt es den Elektronenstrahl zu fokussieren bzw. zu blocken. Die Paulfalle selbst wird in diesem Versuch mit verschiedenen Wechsellspannungssignalen (harmonisch und digital) angesteuert. Dazu werden Funktionsgeneratoren benutzt, die es erlauben eigene arbiträre Funktionen zu programmieren.

4 Versuchsdurchführung

Es wurden insgesamt vier Aufgaben in diesem Versuch abgearbeitet. Um sich mit der Apparatur vertraut zu machen und zu verstehen was ein arbiträres Signal ist, wurde sich im ersten Schritt genauer mit dem Funktionsgenerator befasst. Dazu wurde ein beliebiges Signal entworfen, berechnet und anschließend programmiert. Mit Hilfe eines Oszilloskops wurde das Signal auf seine Richtigkeit überprüft. Im nächsten Schritt wurde die Linsenspannung der Elektronenkanone variiert, um die Fokussierung und damit den Eintritt in die Falle zu optimieren. Hierzu wurde in mehreren Schritten vorgegangen. Zu erst wurde grob das Spannungsintervall von 1...1200 V in gleichen Schritten durchfahren. Die Messwerte wurden dabei nicht linear, sondern zufällig gewählt um eventuell auftretende Hystereseeffekte zu minimieren. Für jede eingestellte Spannung wurden die Zählraten des Detektors gespeichert. Es wurde dann ein Bereich um das Zählratenmaximum ausgewählt und die Messung wiederholt. Dabei sah ein Zyklus der Messung wie folgt aus: Durch anlegen einer Spannung an das Filament kommt es zum Elektronenaustritt durch den Glühelktrischeneffekt. Die freien Elektronen werden anschließend in einem Feld auf eine kinetische Energie von etwa 90 eV beschleunigt. Die nachfolgende Blende bestimmt die Dauer (hier 5 ms), in der der Elektronenstrahl in das Fallenvolumen eintreten kann. Dort kommt es u. A. zur Ionisation der Argonatome zu einfach positiv geladenen Ar-Ionen. Diese werden dann für einen Zeitraum von 50 ms in der Falle gespeichert und treffen im Anschluss nach der Speicherung auf einen Detektor, welcher das Signal der aufkommenden Ionen an den Computer weiterleitet.

Nachdem die Linsenspannung bestimmt worden war, an der die größte Ionenzählrate detektiert wurde, sollte ein Schnitt durch ein Stabilitätsdiagramm mit $a_z = 0$ aufgenommen werden. Diese Messung wurde für ein harmonisches, digitales und ein arbiträres Wechsellspannungssignal durchgeführt.

5 Messergebnisse und Auswertung

5.1 Programmierung eines arbiträren Signal mit Hilfe des Funktionsgenerators

Das Ergebnis der ersten Aufgabe in Abb. ?? zu sehen. Um zu diesem Signal zu gelangen, ist es wichtig zu wissen, wie der Funktionsgenerator Punkte in einem Signal interpretiert. In dem uns vorliegenden Gerät ist die Hochachse, die später die Amplitude darstellt, in insgesamt 4096 Punkte unterteilt. Diese gehen von Punkt -2048 über 0 bis hin zum Punkt 2047. Diese Punkte können als ein prozentualer Anteil der eingestellten Amplitude gesehen werden. Bei einer Amplitude von 2 V entspricht der Punkt -2048 also -100 % der eingestellten Amplitude, entsprechend wird auf dem Oszilloskop eine Amplitude von -2 V angezeigt. Ähnlich verhält es sich mit der Signallänge. Diese ist abhängig von der eingestellten Frequenz. Über die Formel $t = \# / f$, worin # die Anzahl der Punkte bezeichnet und f die eingestellte Frequenz, kann die Signallänge, bzw. die Zeit bestimmt werden. In Tab. 1 sind die zur Programmierung des Funktionsgenerators benötigten Daten dargestellt. Unser

erstelltes Signal besteht aus insgesamt 18 Punkten und hat bei einer eingestellten Frequenz von 200 kHz eine Länge von 7,5 ms.

Tabelle 1: Zur Signalprogrammierung benötigte Werte der Zeit h und der Amplitude y .

Punkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zeitpunkt h	0	200	201	400	401	500	700	800	801	850	900
Amplitudenpunkt y	0	0	512	512	0	-512	-512	0	1500	2047	1500

Punkt	11	12	13	14	15	16	17
Zeitpunkt h	901	1000	1200	1300	1301	1500	1501
Amplitudenpunkt y	0	-512	-512	0	512	512	0

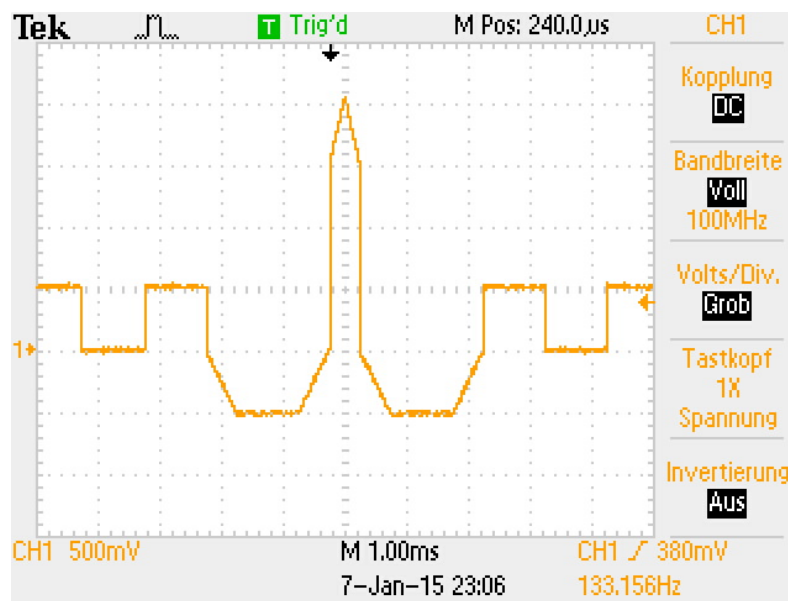


Abbildung 3: Entworfenen arithmetischen Funktion mit Hilfe der Daten aus Tab. 1. Zur Darstellung wurde eine Spannungsamplitude von 2 V_{pp} und eine Frequenz von 200 kHz eingestellt. Es trägt den Namen: *Turm umgeben von Wassergraben und Mauer.*

5.2 Einstellung der Fokussierungsspannung

Um eine maximale Ionenzählrate zu erreichen wurde in diesem Schritt die angelegte Spannung an der Fokussierungslinse variiert. Die aufgenommenen Messdaten zeigen, wie die Zählrate von der Linsenspannung abhängt. Dieser Optimierungsschritt ist im weiteren Verlauf der Messung wichtig um beim späteren Schnitt durch das Stabilitätsdiagramm genügend Ereignisse vorliegen zu haben. Die Abbn. 4 - 7 zeigen die Abhängigkeit der Zählrate von der Spannung. Die erste Messung dient der Übersicht, wo ein Maximum erwartet werden kann. Die nachfolgenden immer feiner werdenden Einteilungen liefern eine größtmögliche Ionenzahl von etwa 2680 counts/Messung

bei einer Spannung von $U_{\text{Linse}} = 745 \text{ V}_{\text{pp}}$. Die Messungen wurden hierbei nicht mit aufsteigender Linsenspannung durchgeführt. Stattdessen wurde für den interessanten Bereich die Messpunkte festgelegt und dann in gemischter Reihenfolge gemessen.

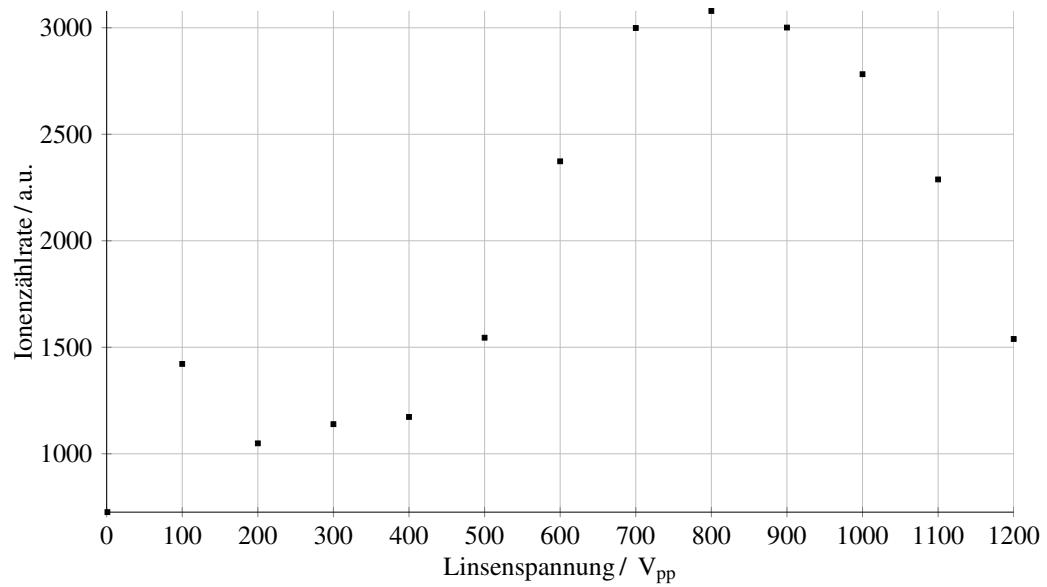


Abbildung 4: Untersuchung der Abhängigkeit der Ionenzahlrate von der Linsenspannung. Der Bereich 1 ... 1200 V wurde grob in 100 V-Schritten durchgeföhren. Es ist ein Maximum bei etwa $U = 800 \text{ V}_{\text{pp}}$ zu erkennen.

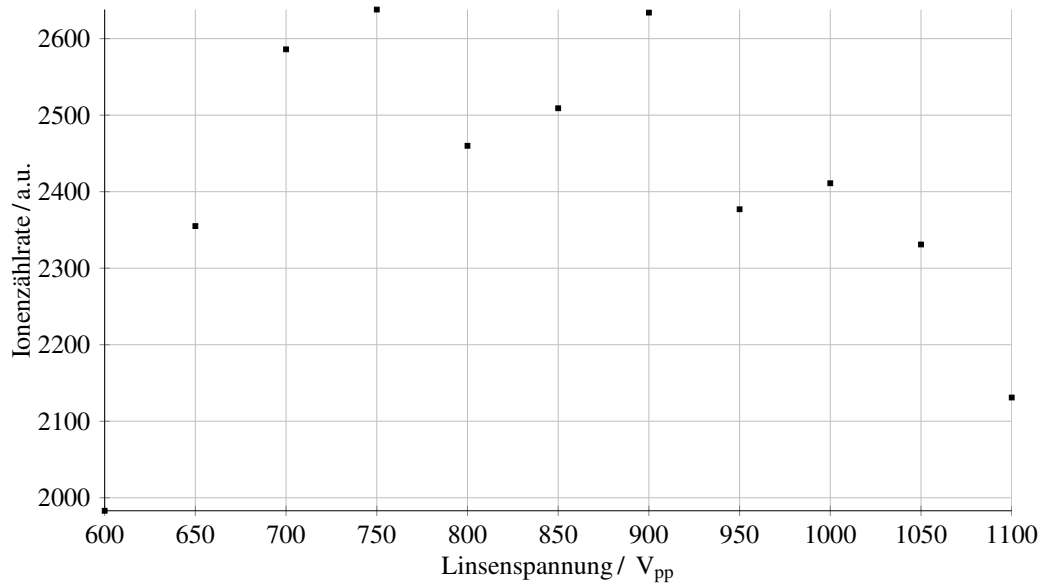


Abbildung 5: Untersuchung der Abhängigkeit der Ionenzählrate von der Linsenspannung. Der Bereich 600 ... 1100 V wurde in 50 V-Schritten durchgeföhren. Es ist ein Maximum bei etwa $U = 750 V_{pp}$ zu erkennen.

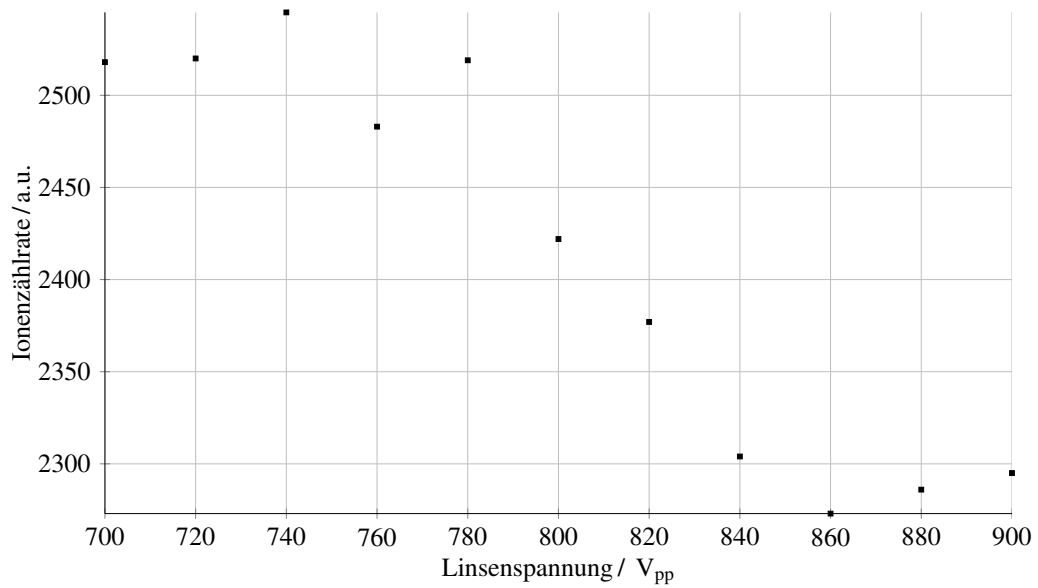


Abbildung 6: Untersuchung der Abhängigkeit der Ionenzählrate von der Linsenspannung. Der Bereich 700 ... 900 V wurde in 20 V-Schritten durchgeföhren. Es ist ein Maximum bei etwa $U = 740 V_{pp}$ zu erkennen.

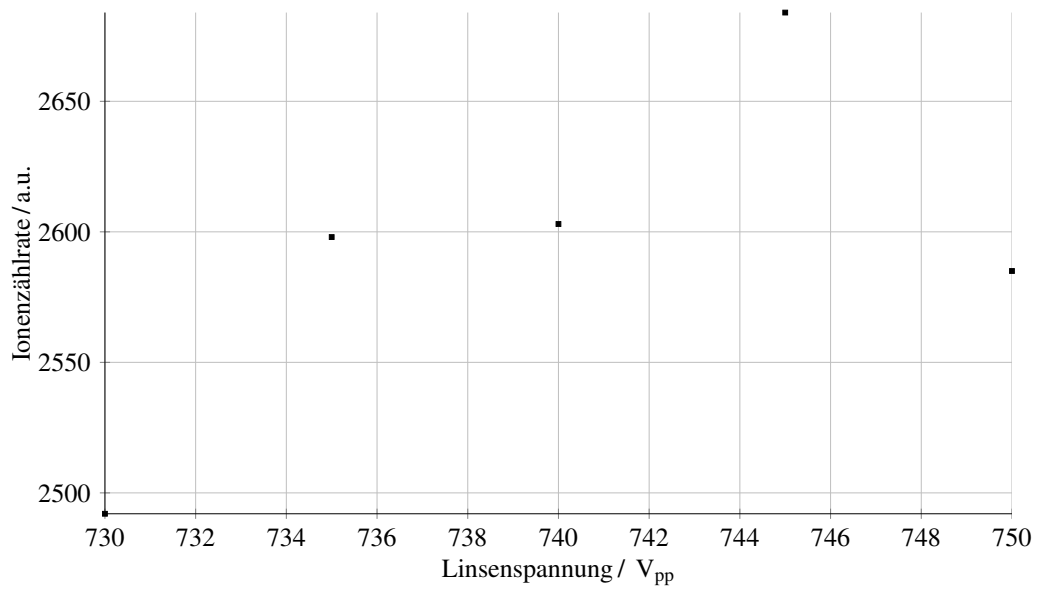


Abbildung 7: Untersuchung der Abhängigkeit der Ionenzählrate von der Linsenspannung. Der Bereich 730 ... 750 V wurde in 5 V-Schritten durchgefahren. Es ist ein Maximum bei etwa $U = 745 \text{ V}_{\text{pp}}$ zu erkennen.

Im folgenden wird eine Linsenspannung von $745 \text{ V}_{\text{pp}}$ verwendet.

5.3 Schnitte durch das Stabilitätsdiagramm

Es wird nun das Stabilitätsdiagramm für die Parameterwahl $a_z = 0$ und q_z beliebig vermessen. Dazu muss vor Beginn der Messung die maximale Spannung nach Gl. (6) berechnet werden, für die gerade noch stabile Teilchentrajektorien und damit die Speicherbedingung erfüllt ist. Aus Abb. 1 (rechts) geht hervor, dass der Schnittpunkt des Stabilitätsbereiches für $a_z = 0$ mit der q_z -Achse bei $q_z = 0,908$ liegt. Umstellen der Gleichung und einsetzen der Frequenz $\Omega = 2\pi \cdot 450 \text{ kHz}$ liefert eine Spannung von $V_0 \approx 36,9 \text{ V}_{pp}$. Daher wird eine Spannung V_0 bis 40 V an die Ringelektrode angelegt. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass die Spannung nicht direkt angelegt wird. Stattdessen wird ein Verstärker genutzt, um das Signal des Funktionsgenerators zu verstärken, da dieser eine maximale Ausgangsspannung von 10 V_{pp} liefern kann. Es muss also zusätzlich noch die Generatorspannung ermittelt werden, die die gewünschte Ringelektroden-Spannung liefert. Es gilt:

$$2,1 \text{ V} \triangleq 10 \text{ V am Experiment}$$

$$9,2 \text{ V} \triangleq 40 \text{ V am Experiment}$$

Zusätzlich wurde im Programm zur Ansteuerung der Anlage eingestellt, dass der Messbereich in $0,12 \text{ V}$ -Schritten durchlaufen werden soll. Im Experiment entspricht dies einer Schrittweite von $0,5 \text{ V}$. Daraus ergeben sich 60 Messwerte pro Messung. Hinzukommt, dass jede Messung zu einer eingestellten Amplitude 200-Mal wiederholt wurde. Die Ereignisse jeder Iteration werden aufsummiert und anschließend abgespeichert. Dies dient dem Zweck einer sicheren Datenauswertung. Die angelegte Frequenz des Wechselfeldes betrug 450 kHz . Diese Messung wurde jeweils für das harmonische Anregungssignal, das digitale Signal und für ein sog. 3-Zustands-Signal durchgeführt. Das Ergebnis der Messung ist in den Abbn. 8 bis 10 dargestellt.

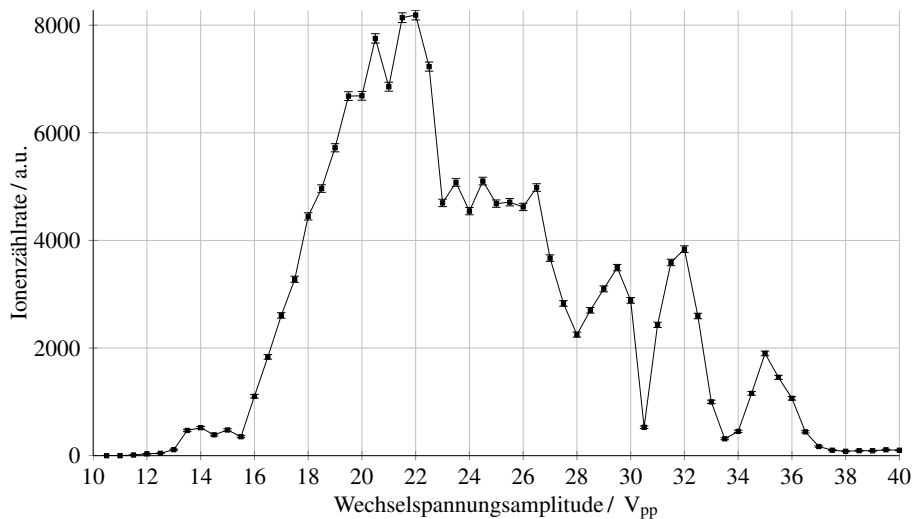


Abbildung 8: Querschnitt durch das Stabilitätsdiagramm mit dem Parameter $a_z = 0$. Zur Ionenspeicherung wird ein harmonisches Wechselspannungssignal angelegt, dessen Amplitude im Bereich von $10 \dots 40 \text{ V}_{pp}$ variiert wird. Die Frequenz beträgt 450 kHz . Linien dienen lediglich zur Führung der Augen.

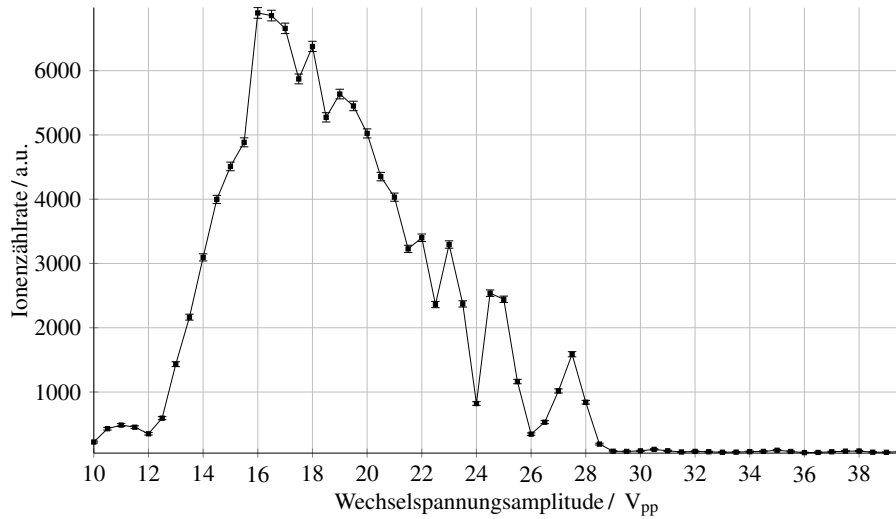


Abbildung 9: Querschnitt durch das Stabilitätsdiagramm mit dem Parameter $a_z = 0$. Zur Ionenspeicherung wird ein digitales Wechselspannungssignal angelegt, dessen Amplitude im Bereich von $10 \dots 40 V_{pp}$ variiert wird. Die Frequenz beträgt 450 kHz. Linien dienen lediglich zur Führung der Augen.

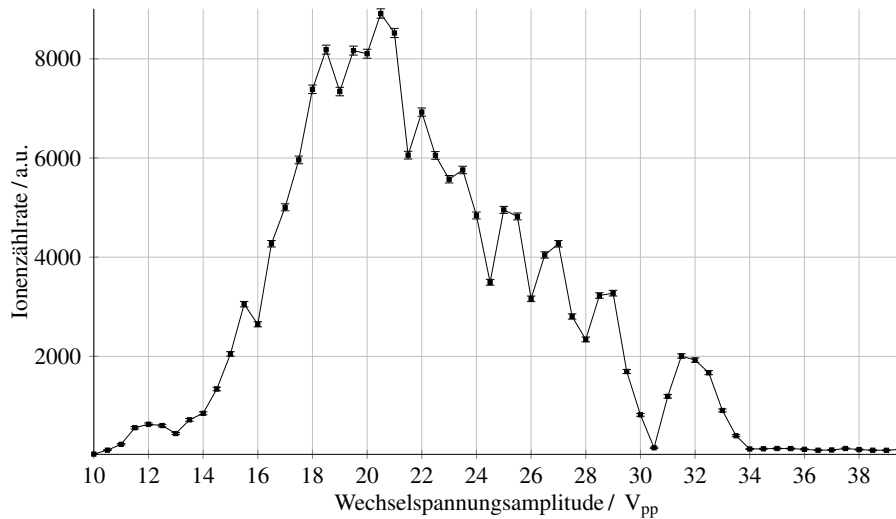


Abbildung 10: Querschnitt durch das Stabilitätsdiagramm mit dem Parameter $a_z = 0$. Zur Ionenspeicherung wird ein 3-Zustands-Wechselspannungssignal angelegt, dessen Amplitude im Bereich von $10 \dots 40 V_{pp}$ variiert wird. Die Frequenz beträgt 450 kHz. Linien dienen lediglich zur Führung der Augen.

In den drei Abbildungen zeichnet sich der erwartete Verlauf ab. Zu beachten ist hierbei, dass nur etwa die Hälfte der gespeicherten Ionen detektiert wurden, da der Detektor nur Oberhalb der Paulfalle montiert ist. Ionen die aus der Falle nach unten entweichen, was ebenfalls möglich ist, können aus baulichen Gründen nicht nachgewiesen werden. Mit Hinblick auf das Stabilitätsdia-

gramm aus Abb. 1 wird für die Ionenzählrate erst ein Anstieg erwartet. Der Speicherbereich ist anfangs sehr klein, so dass sich Unterschiede in der kinetischen Energie der Teilchen, die durch den Ionisationsvorgang hervorgerufen werden, stark bemerkbar machen. Es folgt ein Maximum der Zählrate. Im weiteren Verlauf ist anhand gleicher physikalischer Überlegungen wieder ein abklingendes Verhalten der Detektionen zu erwarten. Ein Vergleich der drei Abbildungen zeigt jedoch einen Unterschied im Verlauf. Während bei der Ansteuerung mit einem harmonischen Signal die Zählrate ab einer Spannung $V_0 = 37,5 \text{ V}_{pp}$ auf den Wert 0 sinkt (dies stimmt im Übrigen mit der vorher ermittelten Grenze gut überein), erfolgt dieser Abfall bei der Verwendung eines digitalen Signals schon wesentlich früher bei einer Spannung von etwa $V_0 = 29 \text{ V}_{pp}$. Dieser Punkt liegt im Diagramm für das 3-Zustands-Signal bei ca. 34 V_{pp} . Für die letzten beiden Signaltypen stimmt die berechnete Grenze also scheinbar nicht mehr. Betrachtet man jedoch die beiden Signale genauer so stellt man fest, dass die Ionen länger eine Kraft erfahren. Dies folgt aus einer anschaulichen Überlegung. Ionen in einem harmonischen Potential spüren nur eine sehr kurze Zeitspanne die maximale Amplitude, davor und danach eine jeweils kleinere. Daher werden sie in der Falle nicht soweit aus ihrer Ruhelage ausgelenkt. Bei anlegen eines digitalen Signals hingegen kommen sehr steile Signalfanken vor, so dass das Ionen fast über eine halbe Periode der vollen Amplitude ausgesetzt ist. Daher führen hier schon kleinere Wechselfspannungsamplituden dazu, dass die Ionen auf instabile Trajektorien geführt werden und somit der Falle entkommen. Mathematisch lässt sich auch eine Fouriertransformation der Signaltypen durchführen. Als Ergebnis würde man herausbekommen, dass die Amplitude der ersten Oberwelle im digitalen Signal um den Faktor $4/\pi \approx 1,273$ größer ist als die des harmonischen Signals. Demnach müsste das Verhältnis zwischen *cut-off*-Spannung aus Abb. 8 und Abb. 9 gerade diesen Faktor liefern.

$$37,5 \text{ V} \cdot \frac{\pi}{4} = 29,45 \text{ V} \quad (10)$$

(Tatsächlich beträgt Amplitudenverhältnis 1,2931.) Die Rechnung zeigt, dass diese Verhalten in guter Näherung erhalten ist. Die selbe Rechnung kann mit dem 3-Zustands-Signal durchgeführt werden. Das 3-Zustands-Signal wurde mittels einer arbiträren Funktion programmiert. Die Frequenz betrug in diesem Fall 40 MHz. Es setzte sich aus einem Amplitudenverhältnis von insgesamt $1/3$ der Periode auf High-/bzw. Low-Potential, sowie $1/6$ auf 0-Potential zusammen. Die genaue Signalform kann der Tab. 2 entnommen werden und ist in Abb. 11 dargestellt. Hier ergibt sich der Skalierungsfaktor jedoch nicht zu $4/\pi$, sondern zu ungefähr 1,103. Wahrscheinlich liegt der Wert für diesen Skalierungsfaktor sogar etwas höher oder niedriger, was der Elektronik, vor allem aber dem Verstärker zuzuschreiben ist, der für eine leichte Abweichung im Signal sorgt.

Tabelle 2: Zur Signalprogrammierung benötigte Werte für das 3-Zustands-Signal.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Zeitpunkt h	0	1	30	31	43	44	74	75	87
Amplitudenpunkt y	0	2047	2047	0	0	-2048	-2048	0	0

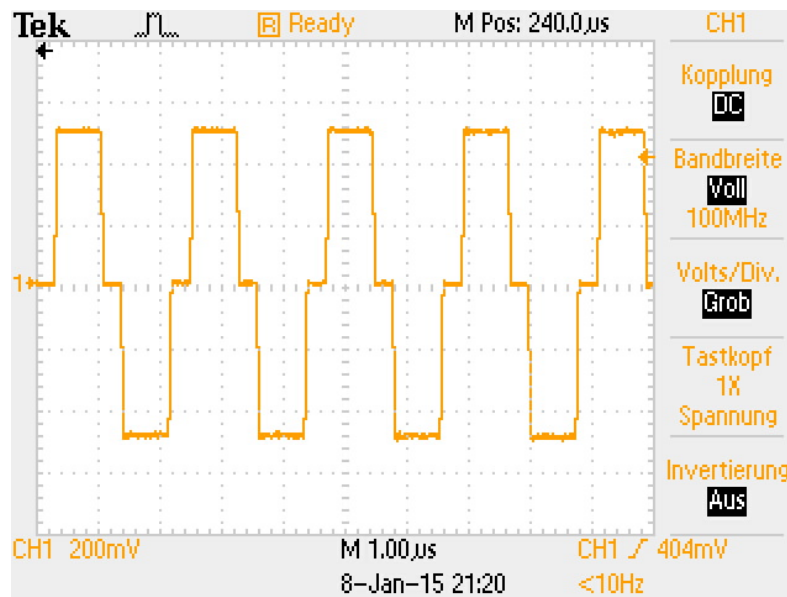


Abbildung 11: Darstellung des 3-Zustands-Signals. Die Frequenz beträgt 40 MHz während die Amplitude von 2,1 ... 9,18 V_{pp} durchmoduliert wird.

3-Zustands-Signale werden vor allem dort eingesetzt, wo beispielsweise chemische Reaktionen untersucht werden sollen. Aufgrund des Stabilitätsdiagramms können Ionen und Elektronen und sogar Ionen verschiedener Sorten wegen ihres unterschiedlichen Masse zu Ladungsverhältnisses nicht gleichzeitig gespeichert werden. Sollen nun aber chemische Reaktionen oder Ionenumladungsvorgänge untersucht werden, so müssen mitunter Elektronen im Fallenvolumen zur Verfügung stehen. Abhilfe schafft hier ein 3-Zustands-Signal. Während der Phase in dem das 0-Potential anliegt können Elektronen beispielsweise in das Fallenvolumen geleitet werden und dort Wechselwirken. Das Resultat ist das gleiche als würden die Elektronen von Beginn an in der Falle sein. Man nutzt hierbei also gezielt die Zeit an dem das Massepotential vorherrscht um Reaktionen der Ionen auszulösen.

Allen drei Verläufen ist ebenfalls gemein, dass sie neben der Abbruchkante des Detektorsignals (Punkt mit Zählrate null) starke Einbrüche der Ionenzählrate aufweisen. Eine Analyse des harmonischen Signals zeigt, dass ein Einbruch bei einer Spannung von etwa 30,5 V_{pp} auftritt. Eine Bestimmung mittels (6) liefert dafür einen Wert von $q_z = 0,74$. Ein Vergleich mit der Abb. 12 zeigt, dass sich an der Stelle für diesen q_z -Wert eine nicht-lineare Resonanz befindet. Gemäß dem Faktor von $4/\pi$ sollte diese Stelle im Fall des digitalen Signals bei 24,6 V liegen. Ein Blick in die Abbildung 9 verrät, dass tatsächlich ein Minimum der Zählrate bei 24 V liegt. Die Abweichungen lassen sich wiederum durch die Verzerrungen aufgrund der Elektronik erklären. So dass man sagen kann, dass es sich in beiden Fällen um die gleiche nicht-lineare Resonanz handelt.

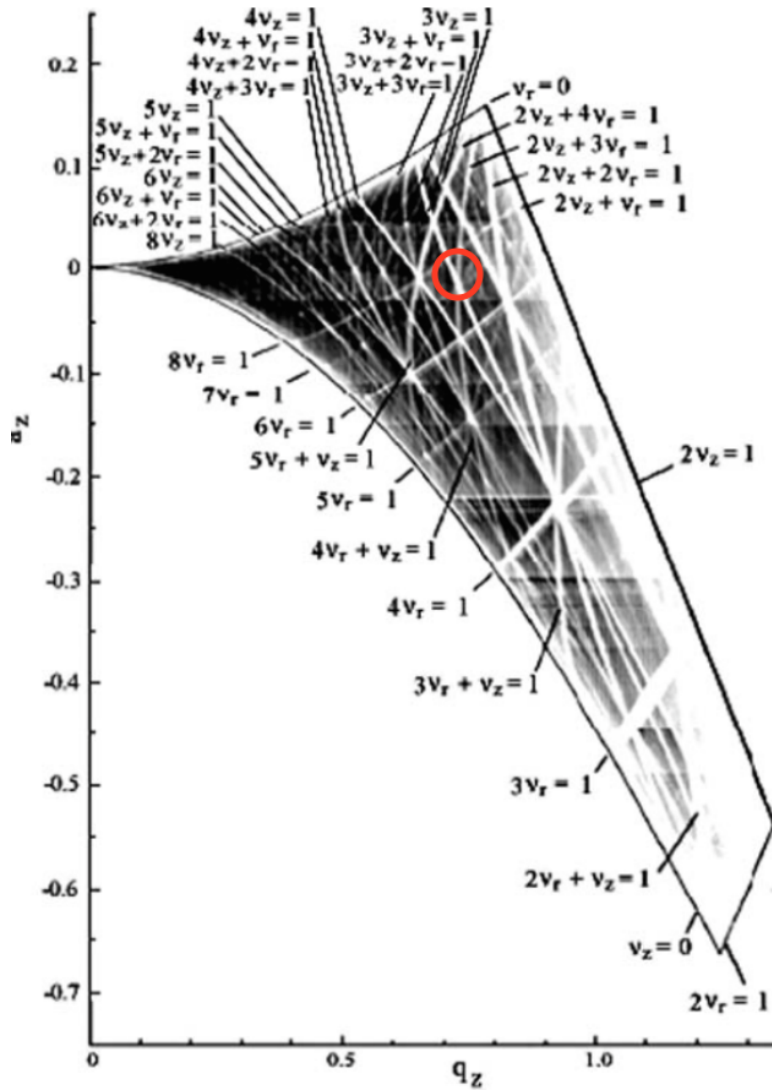


Abbildung 12: Positionen nicht-linearer Resonanzen innerhalb des ersten Stabilitätsbereiches nach einer Arbeit von [4]. Der Bereich für den $q_z \approx 0,74$ gilt wurde markiert.

Als letzte Aufgabe sollten die Stabilitätsparameter β_z und β_r bei der Spannung $V_0 = 21,5$ V für ein harmonisches Wechselspannungssignal bestimmt werden. Diese Spannung ist interessant, da hier die höchste Zählrate der Ionen detektiert wurde. Dazu werden die Parameter $q_z = 0,5296$ und $q_r = -0,2648$ benötigt. Daraus ergeben sich die Stabilitätsparameter $\beta_z = 0,1591$ und $\beta_r = 0,0360$. Es können nun die Bewegungsfrequenzen der Makrobewegung der Ionen in axialer bzw. radialer Richtung berechnet werden.

$$v_z = 89,76 \text{ kHz} \quad (11)$$

$$v_r = 47,74 \text{ kHz} \quad (12)$$

5.4 Diskussion

Im Versuch konnten einige grundlegende Fähigkeiten im Umgang mit einer Paulfalle erlernt werden. Es wurde auf insgesamt drei Schwerpunkte eingegangen, wobei der Hauptaugenmerk auf die Vermessung des Stabilitätsbereiches gelegt wurde. Dabei haben sich die theoretischen Voraussagen, welche aus der Mathieuschen Differentialgleichung folgen, experimentell bestätigen lassen. Bis auf eine kleinere Abweichungen im Amplitudenverhältnis vom Literaturwert [2], verursacht durch die zwischengeschaltete Elektronik und damit einhergehend eine Verschiebung der $\text{Ios-}\beta$ -Linien, konnten ebenfalls nicht-lineare Resonanzen beobachtet und zugeordnet werden. Diese ermöglichen es dem Ion, obwohl es sich im Bereich stabiler Bewegungsbahnen befindet, aus der Falle zu entkommen. Weiterhin konnte mit dem Faktor aus dem Verhältnis der Amplituden dargestellt werden, dass die Ionen hauptsächlich der ersten Fourierkomponente (Oberschwingung) folgen. Dies konnte ebenfalls dadurch gezeigt werden, dass sich der *cut-off* der Zählrate dem im harmonischen Signal wieder annähert, sobald ein 3-Zustands-Signal angelegt wird. Weitere Oberwellen höherer Ordnung üben so gut wie keinen Einfluss auf die Trajektorie der Ionen aus.

6 Quellen

- 1.) Versuchsanleitung zur Paulfalle aus dem Fortgeschrittenen Praktikum
- 2.) S. BANDELOW, G. MARX, L. SCHWEIKHARD, *The stability diagram of the digital ion trap*, Int. J. Mass. Spectrom. Ion Proc., (336), **2013**
- 3.) F. ROSSBACH, *Nichtlineare Dynamik in der Paulschen Ionenfalle*, **1995**
- 4.) R. ALHEIT et al., *Higher order non-linear resonances in a Paul trap*, Int. J. Mass. Spectrom. Ion Proc., (154), **1996**