

# Protokoll: Kolloide Plasmen

Alexander Jankowski, Philipp Hacker

22. Dezember 2015

Betreuer: Dr. Michael Himpel  
Versuchsdatum: 16./17.12.2015

Note:

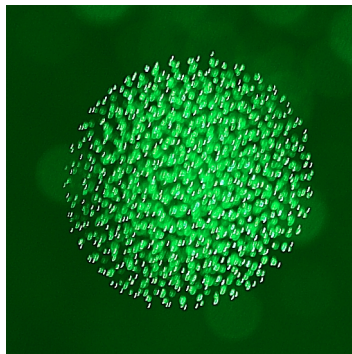
## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Motivation</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufladung von Staubpartikeln</b>	<b>3</b>
3.1	Finite Systeme . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
5.1	Bestimmung der Staubladung . . . . .	10
5.2	Thermische Geschwindigkeit . . . . .	11
5.3	Kopplungsparameter und Fehlerbetrachtung . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>13</b>

## 1 Motivation

Das Feld der Physik komplexer Plasmen vergrößert sich rasant: nicht nur im Labor, sondern auch bei Experimenten in Schwerelosigkeit oder für Optimierungen der Elektronik-Industrie sind staubige Gasentladungen von großem Interesse. Im Speziellen sind komplexer Plasmen in der Astrophysik sehr wichtig, da sich 99% des beobachtbaren Volumens im Weltall im Plasma-Zustand befindet. Interstellare Gaswolken, Kometen-Schweife und planetare Ringe wie um Saturn sind alles staubige Plasmen.

Ziel dieses Versuchs soll die präzise Manipulation eines sog. finiten, zweidimensionalen Yukawa-Systems sein. Insbesondere die Untersuchung der Kopplung und die Arbeit mit komplexen Plasmen, sowie der Beobachtungs- und Auswertungsmethodik sollen wichtige Bestandteile dieses Experimentes sein.



**Abb. 1:** Mit grünen Nd:YAG-Lasern ausgeleuchteter, dreidimensional ausgedehnter Yukawa-Ball. Der verwendete Staub besteht aus homogenen, Malmalin-Formaldehyd-Kügelchen mit einem Radius im  $\mu\text{m}$ -Bereich

## 2 Physikalische Grundlagen

Der in diesem Versuch genutzte Aufbau entspricht dem eines kapazitiv gekoppelten Niederdruck-Radiofrequenz-Plasmas.

Befindet sich ein Fremdteilchen, ein Festkörper oder eine weitere Ladungsträgerspezies in so einer Entladung (nicht nur), so spricht man von komplexen Plasmen. Für das Experiment ist dies der Fall, da hierbei in das Plasma homogene Melamin-Formaldehyd-Partikel mit dem Radius  $a = 71 \mu\text{m}$  eingebracht werden. Diese erfahren, in Abhängigkeit der Parameter der Gasentladung, verschiedenste Wechselwirkungen mit den Ladungsträgern und externen Feldern. Inhalt des Experimentes, welches diesem Protokoll zu Grunde liegt, ist die Bestimmung der Staubladung, -temperatur sowie dem mittleren Abstand zwischen den Teilchen einer Schicht.

## 3 Aufladung von Staubpartikeln

Die Ladung eines Fremdteilchens (Staub) in einem Plasma ist eine dynamische Größe. Sie ist sowohl zeitlich veränderlich, als auch abhängig von den Plasmaparametern, den Partikeleigenschaften sowie deren Trajektorie in der Entladung. Die Ladung eines Teilchens zum Zeitpunkt  $t$  ergibt sich, näherungsweise, aus den Ladungsströmen  $I_k$  der Plasmaspezies auf das Partikel bis zu diesem Zeitpunkt. Im folgenden genügt es, dieses Problem auf einer Zeitskala zu betrachten, in der man die Ladung als konstant unter dem Einfluss der Ströme annehmen kann. Diese werden damit stationär.

$$\sum_k I_k(\Phi_{\text{fl}}) = \frac{dQ_s}{dt}. \quad (1)$$

Die Elektronen und Ionen im Plasma strömen aufgrund ihrer thermischen Bewegung auf das Fremdteilchen und verleihen diesem über Stöße eine Ladung  $Q_s$ , wobei sich für das Partikel ein elektrostatisches Potential  $\Phi_{\text{fl}}$ , das sog. *floating* Potential, einstellt, für welches Gleichung 1 die *Kirchhoff'sche Knotenregel* gilt. Die dominanten Ladungsströme kommen aus dem Plasma selbst. Hier soll es ausreichen, die Plasmaströme nach *Langmuir* und *Mott-Smith* mit dem sog. *orbital motion limit*-Modell [1] zu beschreiben. Dabei wird angenommen, dass sich ein strömendes Teilchen, welches zu  $Q_s$  beiträgt bzw. damit elektrostatisch wechselwirkt, stoßfrei aus dem Unendlichen (durch die Entladung) darauf zu bewegen kann. Aufgrund der, im Allgemeinen höheren Elektronentemperatur und -beweglichkeit wird  $\Phi_{\text{fl}} < 0$ , woraus eine veränderte Wechselwirkung mit den Teilchen der Ladungsströme folgt.

Unter der Annahme einer *maxwell-artigen* Geschwindigkeitsverteilung für Ionen und Elektronen folgen die Gleichung 3 und Gleichung 2.

$$\text{Ionen: } I_I = \pi a^2 n_I e \sqrt{\frac{8k_B T_I}{\pi m_I}} \left( 1 - \frac{e\Phi_P}{k_B T_I} \right) \quad (2)$$

$$\text{Elektronen: } I_e = -\pi a^2 n_e e \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e\Phi_P}{k_B T_e}\right) \quad (3)$$

Der Unterschied zwischen Gleichung 2 und Gleichung 3 resultiert aus den unterschiedlichen Arten der Wechselwirkung mit dem Staubeilchen. Da  $\Phi_P < 0$  ist, werden Ionen aller Geschwindigkeiten in Richtung des Partikels gelenkt und könnten theoretisch damit stoßen (mit Rücksicht auf die Geschwindigkeitsverteilung und den Streuquerschnitt). Die Elektronen hingegen müssen mindestens eine Geschwindigkeit  $v_{\min} = \sqrt{-2e\Phi_P/m_e}$  besitzen, damit sie die Potentialbarriere zum Partikel überwinden und damit stoßen können. Außerdem finden sich mit  $\sqrt{8k_B T_j/\pi m_j}$  die thermischen Geschwindigkeiten der jeweiligen Spezies  $j$  als Vorfaktoren wieder. Damit werden die Gesamtströme letztendlich zum Produkt aus ungestörter, thermischer Stromdichte und der angepassten Wechselwirkungsfläche des Partikels.

Die bezeichneten thermischen Geschwindigkeiten gehen aus der *Brown'sche Molekularbewegung* hervor. Die genannten Ausdrücke gehen außerdem auf eine *Maxwell'sche* Geschwindigkeitsverteilung zurück, wobei diese Herangehensweise (siehe unten) nicht der Realität entspricht.

Es sei erwähnt, dass die OML-Theorie nicht der Realität entspricht. Die mittlere freie Weglänge eines Ions oder Elektrons hat in etwa die Dimension der Debyelänge  $\lambda_D$  und ist nicht, wie vorausgesetzt, unendlich groß. Des weiteren entsprechen die  $f(v_j)$  in der Praxis nicht isotropen Maxwell-Geschwindigkeitsverteilungen.

Um abschließend die Staubladung zu bestimmen, kann man das Modell eines Kugelkondensators der Kapazität  $C_S$  hernehmen und dieses mit einer Abschirmung  $a/\lambda_D$  verknüpfen (nach [2]).

$$Q_S = Z_S e = C_S \Phi_{fl} = 4\pi\epsilon_0 a \left( 1 + \frac{a}{\lambda_D} \right) \Phi_{fl} \quad (4)$$

Für typische Laborplasmen kann das *floating*-Potential zu  $\Phi_{fl} \approx -2k_B T_e/e$  genähert werden, woraus die Ladungszahl sich zu  $Z_S \approx 1400 \cdot a/1 \mu\text{m} \cdot T_e/1 \text{ eV}$  ergibt.

In diesem Versuch geht man einen einfacheren, experimentell leichter zugänglichen Weg: die harmonische Anregung einer 2D-Schicht von Staubeilchen. Dabei wird der sog. *bias* (Gleichanteil der rf-Spannung, siehe [3]) an der unteren Elektrode - über welcher sich die Schicht Staub im Plasma 'einfängt' - variiert, sodass eine vertikale (z-Richtung) Schwingung des Systems angeregt wird. Es gilt die Gleichung 5 mit der Neutralgasreibung  $\beta$ , der Anregung  $F_{\text{ext}} \sin(\omega t)$ , der Gravitations- sowie elektrischen Kraft auf das konstant geladene Teilchen  $m_S g$  und  $Q_S E(z)$ .

$$m_S \ddot{z} + m_S \beta \dot{z} + Q_S E(z) - m_S g + F_{\text{ext}} \sin(\omega t) \quad (5)$$

Beachtet man die sog. Ionenwolke um ein jedes Partikel und das in der Randschicht, in welcher die Schicht aus Teilchen eingefangen wird, Elektronenmangel aufweist, so erhält man [4] aus der Poisson-Gleichung Gleichung 6. Verwendet man zusätzlich das Matrix-Schicht-Modell, wonach die Teilchendichten nicht mehr abhängig sind vom Abstand zur Elektrode, so erhält man die allgemein Lösung der reduzierten Bewegungsgleichung zu Gleichung 7.

$$E_1(z) = \frac{e}{\varepsilon_0} (N_I(z)n_e(z)) \quad (6)$$

$$z(t) = A_0 R(\omega) \sin(\omega t - \varphi(\omega)) \quad (7)$$

$$R(\omega) = ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^2)^{-1/2} \quad (8)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\omega \beta}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (9)$$

$$(10)$$

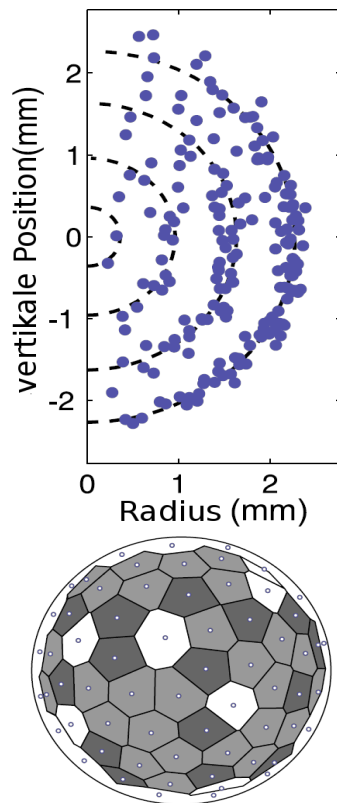
Dabei ist  $R(\omega)$  die Resonanzfunktion oder auch Antwortfunktion des vorliegenden Systems. Ein *fit* dieser Funktion an das Messspektrum ergibt später die Resonanzfrequenz  $\omega_0^2 = Q_S E_1 / m_S$ , womit die Ladung der Partikel bestimmt werden kann.

Für die Berechnung von  $Q_S$  benötigt man jedoch noch die lokale Feldstärke  $E_1$  in der Randschicht. Nach bspw. [3] kann man dafür die *Bohm-Kriterien* heranziehen. Da diese den Partikeln, welche in die Randschicht eindringen, 'Regeln' bezüglich ihrer Geschwindigkeiten und damit auch Dichten auferlegen, lässt sich näherungsweise  $n_I \approx 0,61 n_{I,0}$  mit  $n_{I,0}$  der ungestörten Dichte schreiben. Des weiteren kann ein Elektronentastverhältnis in der Randschicht von  $\alpha \approx 1/3$  angesetzt werden. Das Feld wird letztendlich zu

$$E_1 = \frac{e}{\varepsilon_0} 0,61 n_{I,0} (1 - \alpha) . \quad (11)$$

### 3.1 Finite Systeme

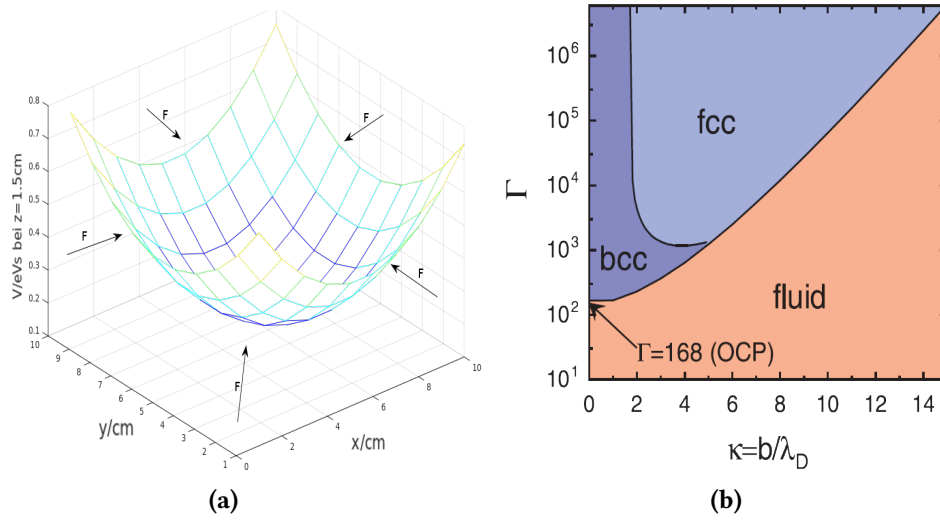
Ein sog. *Yukawa-System* kann, wie bereits erwähnt, durch das Erzeugen eines externen Potentials erzeugt werden: beispielsweise durch räumliche Begrenzung mit einer Küvette oder einem Ring, welche sich im Plasma aufladen und damit eine nach innen gerichtete, elektrische Kraft auf den ebenfalls negativ geladenen Cluster ausüben. Das aus den Kräften auf die Staubpartikel resultierende Potential kann als harmonisch angenommen werden, siehe Abbildung 3a. In diesem Versuch befindet sich ein Metallring über der unteren Elektrode, welcher den Einfang bietet und so die Erzeugung von Yukawa-Systemen ermöglicht.



**Abb. 2:** Teilchen-Verteilung und kristalline Schalenstruktur eines dreidimensional ausgedehnten, sog. *Yukawa-Balls*,  $N = 190$  (nach [5])

Um ein Maß für die Stabilität eines staubigen Plasmas zu erhalten, geht man, wie bei Festkörpern und deren Elektronengasen, von einer Punktladung  $Q$  vor dem Hintergrund der Ionen und Elektronen aus (*one component plasma* - OCP). Der Kopplungsparameter  $\Gamma$  in Gleichung 12 beschreibt somit die elektrostatische Wechselwirkung eines Teilchens mit seinen Nachbarn in Einheiten der thermischen Energie.

Für ein  $\Gamma > 1$  spricht man von einer starken Kopplung innerhalb des Clusters bzw. des Plasmas. Mit  $\Gamma \geq \Gamma_k$  liegen kristalline Systeme vor. Bei einem kleineren Wert gehen die Cluster in einen flüssigen bzw. gasförmigen Zustand über (Abbildung 3b). Das heißt, dass ein System aus Staubpartikeln „schmelzen“ kann, bringt man durch Lasereinstrahlung o.ä. gezielt Energie in den Cluster ein und verringert damit die Ordnung bzw. erhöht die thermische Bewegung. Dabei verschwindet zuerst die Winkelabhängigkeit, was das Auflösen der kristallartigen Strukturen innerhalb des Clusters zur Folge hat.



**Abb. 3:** (a): Harmonischer Einfang des Potentials  $V$  in eVs mit globalem Minimum (dunkel). Darstellung für eine Elektrodenhöhe von 1,5 cm. (b): Phasendiagramm nach [2] für eine effektive Coulomb-Kopplung nach Gleichung 12.

$$\Gamma = \frac{Z_s e^2}{4\pi\epsilon_0 b_{WS} k_B T_S} ; \quad \Gamma_{C,eff} = \Gamma \exp\left(-\frac{b_{WS}}{\lambda_D}\right) \quad (12)$$

Die große  $b_{WS}$  ist der *Wigner-Seitz*-Radius: er ist analog zu  $\bar{b}$ , dem mittleren Teilchenabstand, eine Skala für Längen in diesen Systemen. Insbesondere ist  $b_{WS}$  eine 'korrektere' Größe, da sich der Staub zweidimensionaler Objekte in hexagonalen bzw. pentagonalen Zellen anordnet. Die Zusammensetzung eines solchen *finite Yukawa-Systems* ist in Abbildung 2 dargestellt. Außerdem: auf Grund der, auf die Partikel wirkenden Kräfte und der Coulomb-Wechselwirkung des Staubes streben die Systeme bei entsprechenden Umgebungsparametern eine energetisch günstige, kristallartige Struktur an. Der effektive Parameter für Coulomb-Wechselwirkungen  $\Gamma_{C,eff}$  entspricht einer modifizierten Kopplung mit Rücksicht auf die Abschirmung durch die Ionenwolke ([?], [?]) um ein Partikel bzw. den Cluster. Aus diesem Grund führt man die Abschirmstärke  $\kappa = b_{WS}/\lambda_D$  ein, welche angibt, um wie viel die elektrostatische Wechselwirkung mit einem Teilchen der Ladung  $Q$  innerhalb einer Elementarzelle der Staubpartikel abgeschwächt ist. Außerdem folgt daraus der Zusammenhang für die Phasengrenze in Abbildung 3b  $\Gamma(\kappa)$ : für große *Wigner-Seitz*-Radien bzw. sehr kleine Debye-Längen verschwindet die Wechselwirkung zwischen den Staubteilchen nahezu vollständig.

Nach [6] kann der Wigner-Seitz-Radius 2-dimensionaler Systeme über Gleichung 13 abgeschätzt werden.

$$b_{WS} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1/2} \bar{b} \quad (13)$$

## 4 Durchführung

Wie bereits erwähnt handelte es sich bei diesem Versuch um ein kapazitiv gekoppeltes, Niederdruck-rf-Plasma. Die Elektrodenfrequenz lag typischerweise bei 13,56 MHz. Die Kammer ist prinzipiell wie ein Plattenkondensator konzipiert: eine untere, scheibenförmige Elektrode liegt direkt an dem rf-Generator mit einige Watt Leistung an, der übrige Teil der Kammer ist geerdet. Somit liegt eine asymmetrische Entladung vor, was insbesondere Konsequenzen für die Ausbildung der Randschicht und den *bias* hat. Über eine Pumpe wird die Kammer bis auf einen Restdruck von etwa  $10^{-1}$  Pa evakuiert, damit sie möglichst frei von Umgebungsluft ist und anschließend eine Argon-Entladung bei 5 – 15 Pa erzeugt werden kann. Weiterhin befindet sich im Deckel der Kammer eine Durchführungen für den Staub aus MF (Melamin-Formaldehyd) - 7,1  $\mu\text{m}$  im Radius mit einer Dichte von  $1514 \text{ kg/m}^3$ . Die Partikel werden über ein Reservoir der Größe eines 1 Cent-Stückes mit einer  $\mu\text{m}$ -großen Bohrung in die Entladung eingebracht.

Zur Verfügung steht außerdem eine Laserdiode mit  $\lambda = 685 \text{ nm}$  und einer maximalen Leistung von 1 W. Dazu befinden sich eine Zylinderlinse zur Auffächerung des Strahls zwischen Kammer und Laser.

Die Kammer hat einen Innendurchmesser von  $\approx 20 \text{ cm}$ , wobei deren Deckel und Boden aus Edelstahl und die Wände aus Aluminium bestehen. Vier große, seitlich angebrachte Fenster ermöglichen, aus der Ebene den Blick auf das Experiment. Im Deckel der Kammer befindet sich ein weiteres, kreisrundes Fenster. Die Beobachtung des Systems wird durch zwei zueinander orthogonal CCD-Kameras realisiert, wobei diese durch die genannten Glas-Einsätze in der Kammer schauen.

**Versuchstag 1, 16.12.2015** Nach Inbetriebnahme des Aufbaus - Argon einfüllen, Druck auf 14,9 pa regeln, rf-Generator einschalten und eine eingespeiste Leistung von 7 W einstellen - galt es, eine möglichst zweidimensionale Struktur aus Staubpartikeln einzufangen. Dies gestaltete sich durchaus als kompliziert, da bereits viele Teilchen im Reservoir durch die Umgebungsluft oder Prozesse im Plasma verklumpt waren und diese Störkörper das zu betrachtende System manipulierte. Wiederholtes ein- und ausschalten des Plasmas, und damit das 'Auswerfen' der Partikel, wurde genutzt, um letztendlich eine Schicht aus ca. 13 Teilchen zu erzeugen.

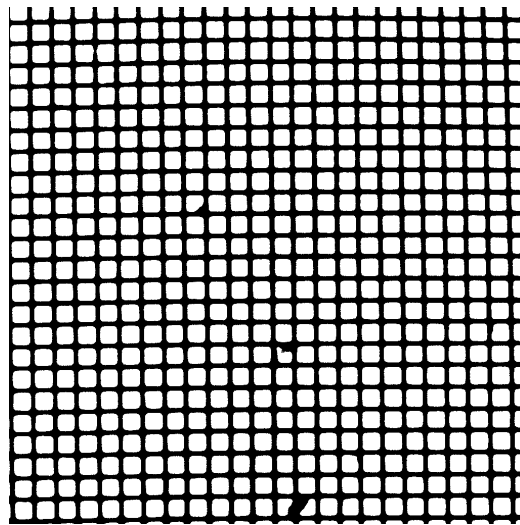
Dieser Einrichtung schloss sich die externe Anregung des Elektrodenbias und somit des Systems über einen Frequenzgenerator an. Bei festgehaltener Amplitude wurde die Frequenz im Bereich zwischen 4,997 Hz und 31 Hz variiert, um eine grobe Abschätzung des Resonanzverhaltens zu bekommen. Danach wurden Aufnahmen für feste Frequenzen über 100 frames (in 4 Sekunden, 25 fps) mit der Seitenkamera gemacht. Dafür wurde die Kamera auf das Experiment bestmöglich fokussiert. Die Blende wurde so eingestellt, dass der Hintergrund dunkel, die Teilchen jedoch noch gut sichtbar waren. Man erhielt schließlich ein Bildersequenz im \*.bmp-Format in Graustufen.

**Versuchstag 2, 17.12.2015** Im Vorfeld des zweiten Versuchstages wurde der Staub im Reservoir erneuert, sodass Verklumpungen nicht mehr den Einfang erschwerten. Nach erneuter Inbetriebnahme (gleiches Verfahren) bei 14,6 pa Arbeitsgas-Druck und



7 W **IN** sowie 1 W **OUT** wurde erneut ein 2D-System mit rund 21 Teilchen erzeugt. Dabei verfuhr man wie am ersten Tag. Um Informationen über die mittleren Teilchenabstände sowie Verschiebungen pro Zeit - auf Grund der Brown-Bewegung - wurde mit der Oberkamera eine Aufnahme über 1000 frames bei 60 frames pro Sekunde gemacht. Die Einstellung der CCD-Kamera wurden analog zum ersten Versuch unternommen. Man erhielt gleichartige Daten.

Nach dieser Messung schaltete man das Experiment ab, schloss alle Ventile und ließ wieder Umgebungsluft in die Kammer, um diese zu Öffnen. An die Stelle, an welcher das System eingefangen wurde, galt es dann, ein Stück Millimeterpapier zu platzieren. Dieses nutzte man dann für die Kalibration bezüglich der Ortsauflösung bei unverändertem Fokus der Kamera.



**Abb. 4:** Kalibration mit Millimeterpapier.

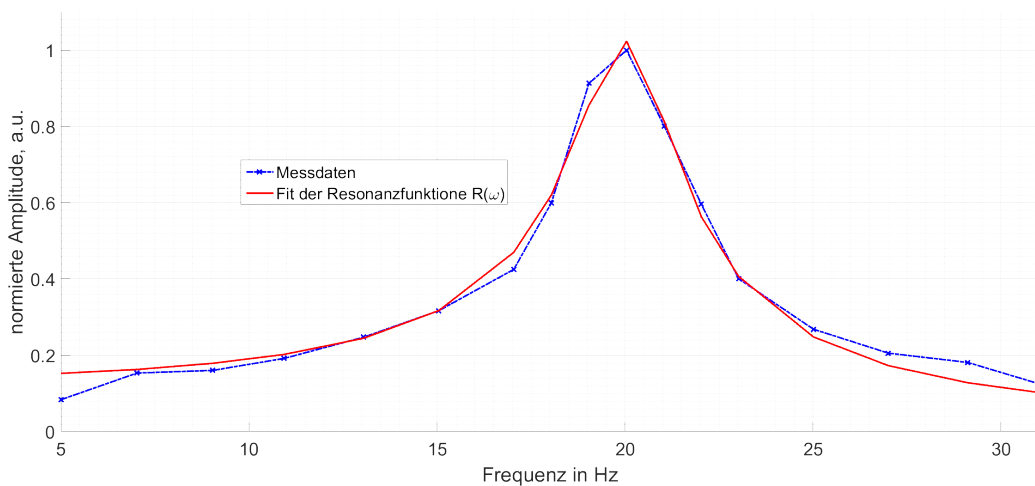
## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Staubladung

Nach Erhalt der Bilddateien wurden die Sequenzen aus den \*.bmp-Bildern für jeweils eine Anregungsfrequenz überlagert. Mit Hilfe von Benutzer-Abfragen in einer graphischen Oberfläche (*ginput(n)*) wurden dann die maximalen Auslenkungen der Teilchen in vertikaler Richtung bestimmt. Man erhielt eine Art überbelichtetes Bild über die gesamte Messdauer. Die Tabelle 1 zeigt die Werte in Pixeln zu den Anregungsfrequenzen. Zusammen mit einem Fit der Antwortfunktion Gleichung 7 zeigt Abbildung 5 das graphische Ergebnis.

Frequenz in Hz	normierte Amplitude
4,997	0,083
7,022	0,153
9,033	0,16
10,93	0,191
13,05	0,247
15,05	0,312
17,04	0,425
18,04	0,599
19,04	0,912
20,04	1
21,04	0,801
22,03	0,598
23,02	0,4
25,01	0,268
27,0	0,206
29,11	0,181
31,0	0,125

**Tab. 1:** Frequenze und normierte Amplituden der Aufnahme von Versuchstag 1.



**Abb. 5:** Resonanzantwort der 2D-Schicht von Teilchen bei externer Anregung über den Elektroden-bias. Fit der Resonanzfunktion Gleichung 7.

Der Reibungskoeffizient wurde zu  $\beta = 17,682 \text{ 1/s}$ . Die Resonanzfrequenz bzw. die Kreis-Resonanzfrequenz ergab sich als:

$$f_0 = 20,088 \text{ Hz} \quad \omega_0 = 126,22 \text{ rad/s} . \quad (14)$$

Mit der gegebenen Dichte, dem Radius und  $m_s = 4/3\pi a^3 \rho$  ergibt sich eine Masse zu  $2,26910^{-12} \text{ kg}$  je Teilchen. Bei einer Leistung von  $7 \text{ W}$  und einem Druck von  $\approx 15 \text{ pa}$  erhält man aus [7] eine Elektronendichte im Plasma von  $\approx 0,710^{15} \text{ m}^{-3}$ . Über Gleichung 11 und  $n_e = \alpha n_i$  folgt damit eine Feldstärke in der Randschicht über der Elektrode von  $4,15210^7 \text{ V/m}$ .

Über die Definition der Resonanzfrequenz  $\omega_0^2 = Q_s E_1 / m_s$  ergibt sich letztendlich

$$Q_s = 8,7110^{-16} \text{ Coul} \approx 5436 \cdot e \quad (15)$$

## 5.2 Thermische Geschwindigkeit

Mit Hilfe der zur Verfügung gestellten Software *KristallAuswertung.m* wurde die mittlere Verschiebung der Teilchen von einem frame zum anderen in den Aufnahmen des 2. Versuchstages bestimmt. Wichtig dabei ist, dass nur 9 der ca. 21 Teilchen im System von der Software betrachtet wurden. Es wurde mit rund 60 fps für 1000 frames aufgenommen.

Das Programm ermittelte eine Verschiebung von  $0,99 \pm 0,68 \text{ px}$  pro Bild. Da der Fehler die Größenordnung des Ergebnisses hat, ist dieses Ergebnis zu hinterfragen.

Mittels der Kalibration mit dem Millimeterpapier (siehe Abbildung 4) erhielt man den Maßstab von  $43,01 \text{ px/mm}$ . Damit wird die mittlere thermische Geschwindigkeit zu

$$v_{\text{th},s} = 0,023 \text{ mm/frame} = 1,381 \text{ mm/s} . \quad (16)$$

Zusammen mit dem, von der Software angegebenen Fehler erhält man, dass der Wahre Wert  $v_{\text{th,true}}$  im Intervall  $[2,329; 0,4324] \text{ mm/s}$  liegen muss. Das Unterstreicht die Aussage von vorher wiederum, da die Intervalllänge etwa die Dimension des ersten Wertes hat.

Im gleichen Zuge wie die Festlegung der Skalen, kann die Bestimmung des mittleren Teilchenabstandes  $\bar{b}$  vorgenommen werden. Man erhält den Wert  $0,795 \text{ mm}$ , woraus sich der Wigner-Seitz-Radius nach Gleichung 13 zu

$$b_{\text{WS}} = 0,739 \text{ mm} \quad (17)$$

ergibt.

Somit kennen wir alle wichtigen Größen des Systems. Damit können wir weitere Berechnungen anstellen: nach  $v_{\text{th},s}^2 = 8k_B T_s / (\pi m_s)$  (analog Gleichung 3 usw.) bestimmt man die Staubtemperatur.

$$T_s = 123174 \text{ K} \hat{=} 10,61 \text{ eV} \quad (18)$$

### 5.3 Kopplungsparameter und Fehlerbetrachtung

Da alle notwendigen Größen für die Berechnung von Gleichung 12 nun bekannt sind, errechnet man leicht dessen Wert. Zusätzlich ist in [7] die Debye-Länge  $\lambda_D = (525 \pm 25) \mu\text{m}$  gegeben.

$$\Gamma = 5,423 \quad \Gamma_{\text{C,eff}} = 1,326 \quad (19)$$

Das spricht offensichtlich für ein stark gekoppeltes System, in welchem aber noch die thermische und elektrische Wechselwirkung die gleichen Dimensionen besitzen. Auch in Rückblick auf die Ladung bzw. die Ladungszahl scheinen die erhaltenen Größen realistisch. In derartigen Laborplasmen sind  $10^2 \dots 10^4 \cdot e$  gegeben. Auch die thermische Energie von  $\approx 10 \text{ eV}$  ist im Rahmen der Experiment-Parameter eine gute Größe.

Wählt man eine andere Herangehensweise an die Staubladung, nämlich über Gleichung 4, so ergeben sich gänzlich andere Größen. Des Weiteren ist die Elektronendichte aus [7] bekannt, weswegen die dafür notwendige Elektronentemperatur bestimmt werden kann ( $\approx 0,61 n_{e,0}$ ). Bezieht man außerdem noch das Fehlerintervall der Debye-Länge mit ein, so ergeben sich die folgenden Größen:

$$\begin{aligned} T_e &\in [27130 \text{ K}; 22421 \text{ K}] \\ Z_S &\in [23346; 19319] \\ \Gamma &\in [100,03; 68,5] \\ \Gamma_{\text{C,eff}} &\in [26,08; 15,61] \end{aligned}$$

Im Hinblick auf die Kopplungsparameter und Staubtemperaturen erscheinen diese Ergebnisse sinnvoller, als die obigen. Der Wert von  $\Gamma$  deutet eine sehr starke, aber noch keine kristalline Kopplung an. Der Effektiv-Wert repräsentiert das ebenfalls. Die Beobachtungen am System - schwache Amplituden, kleines thermisches Schwanken - stimmen mehr mit den neuen Größenintervallen überein, als die vorherigen. Das Modell des gedämpften, getriebenen harmonischen Oszillators als Staubteilchen kann also als ungenügend betrachtet werden.

Für die benutzerdefinierte Eingaben kann man einen Fehler von  $\pm 2 \text{ px}$  ansetzen. Die Abweichungen pflanzen sich folgendermaßen fort:

$$\begin{aligned} b_{\text{WS}} &\in [0 \text{ 781 mm}; 0 \text{ 698 mm}] \\ Z_S &\in [5831; 5012] \\ T_S &\in [9,68 \text{ eV}; 11,67 \text{ eV}] \\ v_{\text{th,S}} &\in [1,319 \text{ mm/s}; 1,448 \text{ mm/s}] \\ \Gamma &\in [5,624; 5,253] \end{aligned}$$

Die Auswirkungen der Fehler in einer GUI sind allgemein gering. Sie verändern die Interpretationsmöglichkeiten der errechneten Werte nicht.

Abschließend bleibt die Frage, ob und in welcher Ordnung ein Fehler in der Ermittlung von  $\bar{b}$  und dem mittleren Schwankungsquadrat in *KristallAuswertung.m* vorliegt.

## 6 Anhang

### Literatur

- [1] H. M. Mott-Smith and Irving Langmuir. The theory of collectors in gaseous discharges. 28:727–763, 1926. 3
- [2] Andre Melzer. Introduction to colloidal (dusty) plasmas, lecture notes. 2012. 4, 7
- [3] A. Piel. Plasma physics - an introduction to laboratory, space and fusion plasmas. 2010. 4, 5
- [4] André Melzer, Thomas Trottenberg, and Alexander Piel. Experimental determination of the charge on dust particles forming coulomb lattices. 191, 1994. 5
- [5] O. Arp, D. Block, A. Piel, and A. Melzer. Dust coulomb balls: Three-dimensional plasma crystals. 93:165004, 2004. 6
- [6] Sergey V. Vladimirov Hubertus M. Thomas V.N. Tsytovich, Gregor Morfill. Elementary physics of complex plasmas. *Springer Science, Business Media*, 05.12.2007. 7
- [7] Praktikumsanleitung Praktikum für Fortgeschrittene. Versuch: Kolloide plasmen. *Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Institut für Physik*. 11, 12