Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Mathemathischer Anhang

1.1 Modell-Acemoglu

1.1.1 Appendix A - gewinnmaximale Preis-Mengen-Kombination

Die Produktionsfunktion (**??**) wird nach der einzusetzenden Menge an Zwischengütern ν abgeleitet

$$\frac{\partial y_j}{\partial x_{tj}(\nu)} \overset{!}{=} 0 \tag{1.1}$$

Gemäß der Grenzproduktivitätsentlohnung und unter Berücksichtigung von (**??**) erhält man dann folgenden Limit-Preis:

$$\boxed{\chi_j = \left(\frac{A(\nu)N_{tj}}{x_{tj}(\nu)}\right)^{1-\alpha_j}} \tag{1.2}$$

Wird dieser nach $x_{tj}(\nu)$ umgestellt erhält man die gleichgewichtigen Nachfrage $x(\nu)$ nach Zwischengütern.

$$\chi_j^{\frac{1}{1-\alpha_j}} = \frac{A(\nu)N_{tj}}{x_{tj}(\nu)}$$

$$x_{tj}(\nu) = \chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}} A_t(\nu)N_{tj} \tag{1.3}$$

Daraus lässt sich wiederum der gleichgewichtige Gewinn in den Zwischengütersektoren berechnen. Ausgehend von

$$\pi_{tj}(\nu) = p_t(\nu)x_{tj}(\nu) - x_{tj}(\nu)$$

Wird Gleichung (**??**) und (1.3) eingesetzt, dann erhält man

$$\pi_{tj}(\nu) = [\chi_j - 1]A(\nu)N_{tj}\chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}} \tag{1.4}$$

Die Intensität der Konkurrenz lässt sich an dem Gewinn pro Unternehmen ablesen. Mit steigender Anbieterzahl sinkt dieser und kann dargestellt werden als:

$$\frac{\pi_{tj}(\nu)}{A(\nu)N_{tj}} = [\chi_j - 1]\chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}} \tag{1.5}$$

$$\delta_j = \chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}}[\chi_j - 1] \qquad \text{mit} \qquad \chi_j \leq \frac{1}{\alpha_j}$$

$$\pi_{tj}(\nu) = \delta_j A(\nu)N_{tj} \tag{1.6}$$

Die aggregierte produzierte Menge des Endprodukts berechnet sich aus (**??**), (1.3) und $A_t \equiv \int A_t(\nu)d\nu$ (noch die Grenzen des Integrals nachtragen)

$$y_{tj} = \frac{1}{\alpha_j}N_{tj}^{1-\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}\left(A(\nu)N_{tj}\chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}}\right)^{\alpha_j}$$

$$y_{tj} = \frac{1}{\alpha_j}N_{tj}^{1-\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}A(\nu)^{\alpha_j}N_{tj}^{\alpha_j}\chi_j^{-\frac{\alpha_j}{1-\alpha_j}}$$

$$\boxed{y_{tj} = \frac{1}{\alpha_j}N_{tj}A(\nu)\chi_j^{-\frac{\alpha_j}{1-\alpha_j}}} \tag{1.7}$$

1.1.2 Appendix B - gleichgewichtiger Lohnsatz

Der gleichgewichtige Lohnsatz bestimmt sich, indem die Produktionsfunktion aus Gleichung (**??**) unter der Restriktion der Kosten nach den Produktionsfaktoren abgeleitet wird.

$$\max \mathcal{L} = \frac{1}{\alpha_j}N_{tj}^{1-\alpha_j}\left(\int A(\nu)^{1-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j}d\nu\right) + \lambda[C_j - w_jN_{tj} - \chi_j x_{tj}(\nu)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{tj}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{1}{\alpha_j}(1-\alpha_j)N_{tj}^{-\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j} - \lambda w_j = 0$$

$$\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}N_{tj}^{-\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j} = \lambda w_j \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{tj}(\nu)} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{1}{\alpha_j}\alpha_j N_{tj}^{1-\alpha_j} A(\nu)^{1-\alpha_j} x_{tj}(\nu)^{\alpha_j-1} - \lambda\chi_j = 0$$

$$N_{tj}^{1-\alpha_j} A(\nu)^{1-\alpha_j} x_{tj}(\nu)^{\alpha_j-1} = \lambda\chi_j \tag{1.9}$$

$$\frac{w_j}{\chi_j} = \frac{\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j} A(\nu)^{1-\alpha_j} x_{tj}(\nu)^{\alpha_j} N_{tj}^{-\alpha_j}}{A(\nu)^{1-\alpha_j} x_{tj}(\nu)^{\alpha_j-1} N_{tj}^{1-\alpha_j}} \tag{1.10}$$

Werden beide Grenzprodukte zusammengefasst, erhält man das Faktorpreisverhältnis.

$$\frac{w_j}{\chi_j} = \frac{\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j} x_{tj}(\nu)}{N_{tj}} \tag{1.11}$$

Dieser Ausdruck kann nach $x_{tj}(\nu)$ oder N_{tj} umgestellt werden, um es an späterer Stelle einsetzten zu können.

$$x_{tj}(\nu) = \frac{w_j N_{tj}\alpha_j}{\chi_j(1-\alpha_j)} \tag{1.12}$$

$$N_{tj} = \frac{\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j} x_{tj}(\nu)\chi_j}{w_j} \tag{1.13}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\lambda} \stackrel{!}{=} 0$$

$$C_j - w_j N_{tj} - \chi_j x_{tj}(\nu) = 0$$

$$C_j = w_j N_{tj} + \chi_j x_{tj}(\nu) \tag{1.14}$$

In diesen Ausdruck (1.14) wird Gleichung (1.12) einsetzen.

$$C_j = w_j N_{tj} + \chi_j \frac{w_j N_{tj}\alpha_j}{\chi_j(1-\alpha_j)}$$

$$C_j = w_j N_{tj}\left(1 + \frac{\alpha_j}{(1-\alpha_j)}\right)$$

$$C_j = w_j N_{tj}\frac{1}{(1-\alpha_j)}$$

Nach N_{tj} umgestellt erhalten wir die gleichgewichtige Arbeiterzahl

$$\boxed{N_{tj} = \frac{C_j(1-\alpha_j)}{w_j}} \tag{1.15}$$

Beim Zwischengütermarkt wird anschließend Gleichung (1.13) in Gleichung (1.14) eingesetzt.

$$C_j = w_j \frac{\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j} x_{tj}(\nu)\chi_j}{w_j} + \chi_j x_{tj}(\nu)$$

$$C_j = x_{tj}(\nu)\chi_j \left(1 + \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\right)$$
$$C_j = x_{tj}(\nu)\chi_j \frac{1}{\alpha_j}$$

Dies wiederum nach $x_{tj}(\nu)$ umgestellt ergibt die gleichgewichtige Anzahl an Zwischengütern.

$$\boxed{x_{tj}(\nu) = \frac{C_j\alpha_j}{\chi_j}} \tag{1.16}$$

Werden jetzt beide gleichgewichtigen Mengen (1.15) und (1.16) in die Produktionsfunktion (**??**) eingesetzt ergibt sich die Produktionsmenge:

$$y_j = \frac{1}{\alpha_j}\left(\frac{C_j(1-\alpha_j)}{w_j}\right)^{1-\alpha_j} A(\nu)^{1-\alpha_j}\left(\frac{C_j\alpha_j}{\chi_j}\right)^{\alpha_j}$$
$$y_j = \frac{1}{\alpha_j}\frac{C_j^{1-\alpha_j}(1-\alpha_j)^{1-\alpha_j}}{w_j^{1-\alpha_j}}A(\nu)^{1-\alpha_j}\frac{C_j^{\alpha_j}\alpha_j^{\alpha_j}}{\chi_j^{\alpha_j}}$$
$$y_j = \frac{1}{\alpha_j}C_j(1-\alpha_j)^{1-\alpha_j}\alpha_j^{\alpha_j}w_j^{\alpha_j-1}A(\nu)^{1-\alpha_j}\chi_j^{-\alpha_j} \tag{1.17}$$

Diese wird wiederum in die Kostenfunktion $C_j = c_j y_j$ eingesetzt, um die Grenzkosten zu berechnen.

$$y_j = \frac{1}{\alpha_j}c_j y_j(1-\alpha_j)^{1-\alpha_j}\alpha_j^{\alpha_j}w_j^{\alpha_j-1}A(\nu)^{1-\alpha_j}\chi_j^{-\alpha_j}$$
$$1 = \alpha_j^{\alpha_j-1}(1-\alpha_j)^{1-\alpha_j}w_j^{\alpha_j-1}A(\nu)^{1-\alpha_j}\chi_j^{-\alpha_j}c_j$$
$$c_j = \alpha_j^{1-\alpha_j}(1-\alpha_j)^{\alpha_j-1}w_j^{1-\alpha_j}A(\nu)^{\alpha_j-1}\chi_j^{\alpha_j} \tag{1.18}$$

Nachdem das Grenzprodukt für Zwischengüter bereits berechnet wurde wird jetzt für die Lohnsatzbestimmung das Grenzprodukt der Arbeit gebildet. Die Produktionsfunktion (**??**) wird nach N_j abgeleitet. $w_j = WGP_j \Longleftrightarrow w_j = p_j GP_j$

$$\frac{\partial y_j}{\partial N_j} \stackrel{!}{=} 0 \tag{1.19}$$

$$\frac{1}{\alpha_j}(1-\alpha_j)N_j^{1-\alpha_j-1}A(\nu)^{1-\alpha_j}x_{tj}^{\alpha_j} = 0 \tag{1.20}$$

Gemäß der Gewinnmaximierungsbedingung $p_j = c_j$ ergibt sich durch das Einsetzen von Gleichung (1.18)

$$p_j = \alpha_j^{1-\alpha_j}(1-\alpha_j)^{\alpha_j-1}w_j^{1-\alpha_j}A(\nu)^{\alpha_j-1}\chi_j^{\alpha_j} \tag{1.21}$$

Im Gewinnmaximum entspricht außerdem der Faktorpreis dem Wertgrenzprodukt und somit entspricht der Lohnsatz $w - j$ dem Grenzprodukt der Arbeit laut Gleichung (1.20) multipliziert mit dem Güterpreis p_j gemäß Gleichung (1.21) gleichgesetzt.

$$w_j = \frac{1}{\alpha_j}(1-\alpha_j)N_j^{-\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j}\alpha_j^{1-\alpha_j}(1-\alpha_j)^{\alpha_j-1}w_j^{1-\alpha_j}A(\nu)^{\alpha_j-1}\chi_j^{\alpha_j} \tag{1.22}$$

$$w_j = N_j^{-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j}\alpha_j^{-\alpha_j}(1-\alpha_j)^{\alpha_j}w_j^{1-\alpha_j}\chi_j^{\alpha_j}$$

$$w_j^{1-1+\alpha_j} = \left(\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\right)^{\alpha_j}\chi_j^{\alpha_j}N_j^{-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j}$$

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\chi_j N_j^{-1}x_{tj}(\nu)$$

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\frac{\chi_j x_{tj}(\nu)}{N_j} \tag{1.23}$$

Mit der gleichgewichtigen Nachfrage nach Zwischengütern (1.3)ergibt sich zunächst

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\frac{\chi_j \chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}}A(\nu)N_j}{N_j} \tag{1.24}$$

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\chi_j^{-\frac{1}{1-\alpha_j}}A(\nu) \tag{1.25}$$

und mit dem gewinnmaximalen Preis $\chi_j = p_j(\nu)$ entnommen aus Gleichung (1.2), lässt sich der sektorspezifische Lohnsatz herleiten.

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\left(\left(\frac{A(\nu)N_j}{x_{tj}(\nu)}\right)^{1-\alpha_j}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha_j}}A(\nu)$$

$$w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\frac{A(\nu)^{-\alpha_j}N_j^{-\alpha_j}}{x_{tj}(\nu)^{-\alpha_j}}A(\nu)$$

$$\boxed{w_j = \frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}A(\nu)^{1-\alpha_j}N_j^{-\alpha_j}x_{tj}(\nu)^{\alpha_j}} \tag{1.26}$$

Berechnung des gleichgewichtigen Lohnsatzes zwischen beiden Sektoren ergibt sich aus der Summe der einzelnen Sektoren.

$$N_1 + N_2 = N = 1 \tag{1.27}$$

$$N_1 = 1 - N_2 \tag{1.28}$$

Beide Lohnsätze werden miteinander gleichgesetzt.

$$w_1 = w_2 \tag{1.29}$$

$$\frac{1-\alpha_I}{\alpha_I} A(\nu)^{1-\alpha_I}(1-N_{II})^{-\alpha_I} x_{tI}(\nu)^{\alpha_I} = \frac{1-\alpha_{II}}{\alpha_{II}} A(\nu)^{1-\alpha_{II}} N_{II}^{-\alpha_{II}} x_{tII}(\nu)^{\alpha_{II}}$$

$$\boxed{\frac{\frac{1-\alpha_I}{\alpha_I} A(\nu)^{1-\alpha_I} x_{tI}(\nu)^{\alpha_I}}{\frac{1-\alpha_{II}}{\alpha_{II}} A(\nu)^{1-\alpha_{II}} x_{tII}(\nu)^{1-\alpha_{II}}} = \frac{N_{II}^{-\alpha_{II}}}{(1-N_{II})^{-\alpha_I}}} \tag{1.30}$$

1.1.3 Appendix C - Abstand zu WTG eines Landes

Der Abstand zur Welttechnologiegrenze wird definiert als relative Lage der LTG zur WTG

$$a_{tj} = \frac{A_{tj}}{\overline{A}_{tj}} \tag{1.31}$$

Dabei gilt, dass die Produktivität eines Landes, die LTG, zu gleichen Teilen aus jungen und alten Unternehmen besteht.

$$A_{tj} = \frac{A_{tj}^y + A_{tj}^o}{2} \qquad \text{und für die WTG gilt} \qquad \overline{A}_{tj} = \overline{A}_{t-1j}(1-g)$$

Werden beide Ausdrücke in (1.31) eingesetzt erhält man eine detailierte Aufschlüsselung über die Produktivitäten der Unternehmensarten.

$$a_{tj} = \frac{A_{tj}^y + A_{tj}^o}{2\overline{A}_{t-1j}(1-g)} \tag{1.32}$$

Die Produktivität junger Unternehmer beträgt:

$$A_{tj}^y = \sigma_j(\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1}) \tag{1.33}$$

Die Produktivität eines Unternehmens, wenn alle Unternehmer in dem Unternehmen verbleiben und die älteren weniger qualifizierten nicht ausgetauscht werden, also ($R_{tj} = 1$), beträgt:

$$A_{tj}^o(R_{tj} = 1) = \eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1} \tag{1.34}$$

Setzt man (1.33) und (1.34) in (1.32) ein, dann erhält man:

$$a_{tj}(R_t = 1) = \frac{\sigma_j(\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1}) + (\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1})}{2\overline{A}_{t-1j}(1-g)} \tag{1.35}$$

Die gegenwärtige WTG wird auf 1 normiert, $\overline{A}_{tj} = 1$, und es gilt, dass $A_{t-1j} = a_{t-1j}$.

$$a_{tj}(R_t = 1) = \frac{\sigma_j(\eta + \lambda\gamma a_{t-1}) + (\eta + \lambda\gamma a_{t-1})}{2(1-g)} \tag{1.36}$$

Dies kann auch umformuliert werden als:

$$\boxed{a_{tj}(R_t = 1) = \frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}[\eta + \lambda\gamma a_{t-1}]} \tag{1.37}$$

Werden die älteren weniger qualifizierte Unternehmer ausgetauscht und ersetzt, $(R_{tj} = 0)$, dann liegt der Abstand zur WTG bei:

$$A^o_{tj}(R_{tj} = 0) = \lambda(\eta\overline{A}_{t-1} + \gamma A_{t-1}) + (1-\lambda)\sigma_j(\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1}) \tag{1.38}$$

Dies wiederum zusammen eingesetzt mit (1.33) in (1.32) ergibt:

$$a_{tj}(R_t = 0) = \frac{\sigma_j(\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1}) + \lambda(\eta\overline{A}_{t-1} + \gamma A_{t-1}) + (1-\lambda)\sigma_j(\eta\overline{A}_{t-1} + \lambda\gamma A_{t-1})}{2\overline{A}_{t-1j}(1-g)} \tag{1.39}$$

Nach der Normierung $\overline{A}_{tj} = 1$ und Substitution von $A_{t-1j} = a_{t-1j}$ lautet dies:

$$a_{tj}(R_t = 0) = \frac{\sigma_j(\eta + \lambda\gamma a_{t-1}) + \lambda(\eta + \gamma a_{t-1}) + (1-\lambda)\sigma_j(\eta + \lambda\gamma a_{t-1})}{2(1-g)} \tag{1.40}$$

Erneut umformuliert ergibt sich:

$$\boxed{a_{tj}(R_t = 0) = \frac{1}{2(1-g)}\left[\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta + (1 + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma a_{t-1}\right]} \tag{1.41}$$

Beide möglichen Abstände zur WTG zusammengefasst:

$$a_{tj} = \begin{cases} \frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}[\eta + \lambda\gamma a_{t-1}] & \text{if } R_{tj} = 1 \\ \frac{1}{2(1+g)}[(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta + (1 + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma a_{t-1j}] & \text{if } R_{tj} = 0 \end{cases} \tag{1.42}$$

1.1.4 Appendix D - Abhängigkeit der Projektgröße σ auf den Schwellenwert a_r

Dieser Abschnitt zeigt wie der Schwellenwert a_r von der Projektgröße σ abhängt. Dafür wird a_{rj} nach σ abgeleitet, um die Veränderung zu zeigen.

$$\frac{da_{rj}}{d\sigma} = \frac{\partial a_{rj}}{\partial \sigma} + \frac{\partial a_{rj}}{\partial g} * \frac{\partial g}{\partial \sigma} + \frac{\partial a_{rj}}{\partial \delta}\frac{\partial \delta}{\partial \sigma} \tag{1.43}$$

$$\frac{(\eta+\lambda\gamma)(1-\mu)+\eta\left(-1+\mu-\frac{2(1+i)[\eta(2-\lambda)+(2-\lambda)\lambda\gamma]\mu\sigma}{(\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma])^2}+\frac{2(1+i)\mu}{\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma]}\right)}{\gamma\lambda(1-\mu)\sigma}$$
$$-\frac{-(\eta+\lambda\gamma)(1-\mu)(1-\sigma)+\eta\left((1-\mu)(1-\sigma)+\frac{2(1+i)\mu\sigma}{\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma]}\right)}{\gamma\lambda(1-\mu)\sigma^2} \tag{1.44}$$

Durch Vereinfachung und Umformulierung erhält man:

$$-\frac{\frac{\eta^2[-4+2\lambda+i(-4+2\lambda)]\mu\sigma^2}{(\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma])^2)}+\lambda\gamma\left[1+\eta[-1+\frac{\eta(-4+2\lambda+i(-4+2\lambda)]\sigma^2}{(\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma])^2})\right]}{\gamma\lambda(-1+\mu)\sigma^2} \tag{1.45}$$

Eine erneute Ableitung zeigt, um welche Art von Extremwert es sich handelt.

$$\frac{\eta\left(\frac{4(1+i)[\eta(2-\lambda)+(2-\lambda)\lambda\gamma]^2\mu\sigma}{(\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma])^3}-\frac{4(1+i)[\eta(2-\lambda)+(2-\lambda)\lambda\gamma]\mu}{(\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma])^2}\right)}{\gamma\lambda(1-\mu)\sigma}$$
$$-\frac{2\left((\eta+\lambda\gamma)(1-\mu)+\eta\left[-1+\mu-\frac{2(1+i)[\eta(2-\lambda)+(2-\lambda)\lambda\gamma]\mu\sigma}{(\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma])^2}+\frac{2(1+i)\mu}{\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma]}\right]\right)}{\gamma\lambda(1-\mu)\sigma^2}$$
$$+\frac{2\left(-(\eta+\lambda\gamma)(1-\mu)(1-\sigma)+\eta\left[(1-\mu)(1-\sigma)+\frac{2(1+i)\mu\sigma}{\lambda\gamma[1+\sigma+(1-\lambda)\sigma]+\eta[\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma]}\right]\right)}{\gamma\lambda(1-\mu)\sigma^3} \tag{1.46}$$

Wird dieser Term wiederum vereinfacht, lautet er:

$$-\frac{1}{\gamma\lambda(-1+\mu)\sigma^3}\Bigg[\frac{(1+i)\eta(-2+\lambda)(-4\eta\lambda-4\lambda\gamma)(\eta+\lambda\gamma)\mu\sigma^2}{(\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma])^3}+2\Big[\lambda\gamma(-1+\mu+\sigma-\mu\sigma)+$$
$$\frac{(-2-2i)\eta\mu\sigma}{\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma]}\Big]-2\sigma\Big[-(\eta+\lambda\gamma)(-1+\mu)+\eta\Big(-1+\mu+$$
$$\frac{2(1+i)(-2+\lambda)(\eta+\lambda\gamma)\mu\sigma}{(\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma])^2}-\frac{2(1+i)\mu}{\eta[\lambda(-1+\sigma)-2\sigma]+\lambda\gamma[-1+(-2+\lambda)\sigma]}\Big)\Big]\Bigg] \tag{1.47}$$

dieser Therm ist größer/ kleiner 0..... das bedeutet.....

$$ \tag{1.48}$$

1.1.5 Appendix E - Nicht-Konvergenz-Falle für die Imitationsstrategie, $[R = 1]$

also der Schnittpunkt mit der 45° Linie soll berechnet werden. Dann gilt, dass der Entwicklungsstand heute = Entwicklungsstand morgen ist bei der entsprechenden Strategie.

$$\tilde{a_j}_{R=1} = \frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}[\eta + \lambda\gamma\tilde{a_j}_{R=1}] \tag{1.49}$$

$$-\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\eta = \lambda\gamma\tilde{a_j}_{R=1}\left(\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\right) - \tilde{a_j}_{R=1} \tag{1.50}$$

$$\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\eta = \tilde{a_j}_{R=1}\left(\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\lambda\gamma - 1\right) \tag{1.51}$$

$$\tilde{a_j}_{R=1} = \frac{\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\eta}{-\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}\lambda\gamma + \frac{\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}}{\frac{1+\sigma_j}{2(1+g)}}} \tag{1.52}$$

$$\boxed{\tilde{a_j}_{R=1} = \frac{(1-\sigma_j)\eta}{2(1+g) - \lambda\gamma(1+\sigma_j)}} \tag{1.53}$$

1.1.6 Appendix F - Nicht-Konvergenz-Falle für die Innovationsstrategie, $[R = 0]$

also der Schnittpunkt mit der 45° Linie soll berechnet werden. Dann gilt, dass der Entwicklungsstand heute = Entwicklungsstand morgen ist bei der entsprechenden Strategie.

$$\tilde{a_j}_{R=0} = \frac{1}{2(1+g)}[(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta + (1+\sigma_j+(1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma\tilde{a_j}_{R=0}] \tag{1.54}$$

$$\frac{1}{2(1+g)}(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta = \tilde{a_j}_{R=0} - \tilde{a_j}_{R=0}\frac{(1+\sigma_j+(1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma}{2(1+g)} \tag{1.55}$$

$$\frac{1}{2(1+g)}(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta = \tilde{a_j}_{R=0}\left[1 - \frac{(1+\sigma_j+(1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma}{2(1+g)}\right] \tag{1.56}$$

$$\tilde{a}_{j_{R=0}} = \frac{(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta}{2(1+g)} * \frac{2(1+g)}{2(1+g) - (1+\sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma} \tag{1.57}$$

$$\boxed{\tilde{a}_{j_{R=0}} = \frac{(\lambda + \sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\eta}{2(1+g) - (1+\sigma_j + (1-\lambda)\sigma_j)\lambda\gamma}} \tag{1.58}$$

$$ \tag{1.59}$$

$$ \tag{1.60}$$

$$ \tag{1.61}$$

$$ \tag{1.62}$$

$$ \tag{1.63}$$

$$ \tag{1.64}$$

$$ \tag{1.65}$$

$$ \tag{1.66}$$

$$ \tag{1.67}$$

(1.68)

(1.69)

(1.70)

(1.71)

(1.72)

(1.73)

(1.74)

(1.75)

(1.76)

(1.77)

(1.78)

1.1.7 Effekte der Exportförderung auf die Strategien

Wie verändert sich $[R = 1]$, wenn sich σ ändert, bei einer endogenen WTG

$$a_t[R=1] = \frac{(1+\sigma)}{2(1+g(\sigma))}(\eta + \lambda\gamma a_{t-1}) \tag{1.79}$$

$$\frac{\partial a_t[R=1]}{\partial\sigma} = 0 \tag{1.80}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{(\eta + a_{t-1}\gamma\lambda)(\eta(2-\lambda) + \gamma(2-\lambda)\lambda)(1+\sigma)}{(\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2} \\ &+\frac{\eta + a_{t-1}\gamma\lambda}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)} = 0 \end{aligned} \tag{1.81}$$

vereinfacht man diesen Term, erhält man

$$\frac{(\eta + a_{t-1}\gamma\lambda)(\gamma\lambda(\lambda-1) + \eta(2\lambda-2))}{(\eta(\lambda(\sigma-1)-2\sigma) + \gamma\lambda((\lambda-2)\sigma-1))^2} \tag{1.82}$$

Betrachten wir nur den Ordinatenabschnitt lässt sich bestimmen ob dieser ansteigt oder sinkt bei einer Veränderung der Projektgröße.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \frac{(1+\sigma)}{2(1+g(\sigma))}\eta}{\partial\sigma} = &-\frac{\eta(\eta(2-\lambda) + \gamma(2-\lambda)\lambda)(1+\sigma)}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2} \\ &+\frac{\eta}{\gamma\lambda(1+\sigma(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)} \end{aligned} \tag{1.83}$$

vereinfacht erhält man

$$\frac{\partial \frac{(1+\sigma)}{2(1+g(\sigma))}\eta}{\partial\sigma} = \frac{\eta(\gamma\lambda(\lambda-1) + \eta(2\lambda-2))}{(\eta(\lambda(\sigma-1)-2\sigma) + \gamma\lambda(\sigma(\lambda-2)-1))^2} \tag{1.84}$$

Im Folgenden wird die Reaktion der Steigung genauer betrachtet

$$\begin{aligned} \frac{\partial \frac{(1+\sigma)}{2(1+g(\sigma))}\lambda\gamma a_{t-1}}{\partial\sigma} = &-\frac{a_{t-1}\gamma\lambda(\eta(2-\lambda) + \gamma(2-\lambda)\lambda)(1+\sigma)}{(\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2} \\ &+\frac{a_{t-1}\gamma\lambda}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma) + \eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)} \end{aligned} \tag{1.85}$$

dies wiederum vereinfacht ergibt

$$\frac{\partial \frac{(1+\sigma)}{2(1+g(\sigma))}\lambda\gamma a_{t-1}}{\partial\sigma} = \frac{a_{t-1}\gamma\lambda(\gamma\lambda(\lambda-1) + \eta(2\lambda-2))}{(\eta(\lambda(\sigma-1)-2\sigma) + \gamma\lambda((\lambda-2)\sigma-1))^2} \tag{1.86}$$

Interpretation und Deutung!!

Wie verändert sich [R=0], wenn sich σ ändert, bei einer endogenen WTG

$$\frac{1}{2(1+g)}[(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\eta+(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\lambda\gamma a_{t-1}] \tag{1.87}$$

$$\frac{\partial a_t[R=0]}{\partial\sigma}=0 \tag{1.88}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\eta(2-\lambda)+a_{t-1}\gamma(2-\lambda)\lambda}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)}\\-&\frac{(\eta(2-\lambda)+\gamma(2-\lambda)\lambda)(a_{t-1}\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))}{(\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2}=0\end{aligned} \tag{1.89}$$

vereinfacht man diesen Term, erhält man

$$\frac{\gamma\eta\lambda(2-3\lambda+\lambda^2+a_{t-1}(-2+3\lambda-\lambda^2))}{(\eta(\lambda(-1+\sigma)-2\sigma)+\gamma\lambda(-1+(-2+\lambda)\sigma))^2} \tag{1.90}$$

Betrachten wird hier nur den Ordinatenabschnitt, dabei lässt sich bestimmen ob dieser ansteigt oder sinkt bei einer Veränderung der Projektgröße.

$$\begin{aligned}\frac{\partial\frac{(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\eta}{2(1+g(\sigma))}}{\partial\sigma}=&-\frac{\eta(\eta(2-\lambda)+\gamma(2-\lambda)\lambda)(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)}{(\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2}\\&+\frac{\eta(2-\lambda)}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)}\end{aligned} \tag{1.91}$$

vereinfacht erhält man

$$\frac{\partial\frac{(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\eta}{2(1+g(\sigma))}}{\partial\sigma}=\frac{\gamma\eta\lambda(2-3\lambda+\lambda^2)}{(\eta(\lambda(-1+\sigma)-2\sigma)+\gamma\lambda(-1+(-2+\lambda)\sigma))^2} \tag{1.92}$$

Im Folgenden wird die Reaktion der Steigung genauer betrachtet

$$\begin{aligned}\frac{\partial\frac{(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\lambda\gamma a_{t-1}}{2(1+g)}}{\partial\sigma}=&-\frac{a_{t-1}\gamma\lambda(\eta(2-\lambda)+\gamma(2-\lambda)\lambda)(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)}{(\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma))^2}\\&+\frac{a_{t-1}\gamma(2-\lambda)\lambda}{\gamma\lambda(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)+\eta(\lambda+\sigma+(1-\lambda)\sigma)}\end{aligned} \tag{1.93}$$

dies wiederum vereinfacht ergibt

$$\frac{\partial\frac{(1+\sigma+(1-\lambda)\sigma)\lambda\gamma a_{t-1}}{2(1+g)}}{\partial\sigma}=\frac{a_{t-1}\gamma\eta\lambda(-2+3\lambda-\lambda^2)}{(\eta(\lambda(-1+\sigma)-2\sigma)+\gamma\lambda(-1+(-2+\lambda)\sigma))^2} \tag{1.94}$$

Interpretation und Deutung!!

(1.95)

(1.96)