Programmation Stochastique
Rapport

ABOUDOU Hanrifani
LENTALI Thomas
Master 2 MIMSE
Université de Bordeaux

Résumé

Lors de ce projet, nous allons présenter et mettre en œuvre la méthode de résolution L-Shaped. La première partie a pour but d'étudier les principes de résolution de cette méthode. Dans un second temps, nous allons analyser les résultats issus de nos implémentations.

1 Méthode L-shaped

1.1 Formulation déterministe

Nous présentons ici la forme déterministe du problème :

$$\begin{aligned}
\max\ & \sum_i b_i x_i + \sum_s ps(\sum_i -c_i y_i^s) \\
\text{s.c :}\ & \sum_i (x_i - y_i^s) d_i \leq D \quad \forall s \\
& y_i^s \leq x_i \quad \forall i, \forall s \\
& x_i, y_i^s \in \{0,1\} \quad \forall i
\end{aligned}$$

1.2 Formulation Compacte

Dans un premier temps, nous résolvons le problème maître avec $\theta \leq 0$.
Programme maître :

$$\begin{aligned} &\max \sum_i b_i x_i + \theta \\ &\text{s.c} : x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \\ &\qquad \theta \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

La solution généré est soumise au sous-problème. Lorsque la valeur de la solution de départ est supérieure à la valeur optimale du sous-problème, alors on récupère les valeurs duales des contraintes afin de nous permettre d'affiner la valeur de θ.
Sous-problème :

$$\begin{aligned} &\max \; -\sum_i c_i y_i^s \\ &\text{s.c} : \sum_i (x_i - y_i^s) d_i \leq D \quad (1) \\ &\qquad y_i^s \leq x_i \quad \forall i \quad (2) \\ &\qquad y_i^s \in [0,1] \qquad\qquad x_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Pour tout s, si $max - \sum_i c_i y_i^s < \theta_s$ est vérifié, alors on ajoute la coupe suivante. Afin de déterminer la coupe, il faut récupérer les valeurs duales, λ pour la contrainte (1) et μ pour la contrainte (2) du sous-problème.
Coupe :

$$\theta_s \leq (D - \sum_i d_i^s x_i)\lambda_q^s + \sum_i \mu_{iq}^s x_i$$

Nous résolvons de nouveau le problème maître avec cette nouvelle coupe et ainsi de suite jusqu'à la validité de la solution du programme maître par le sous-problème.

1.3 Integer L-shaped

Nous allons modifier le modèle précédant : les $y_i^s \in \{0,1\}$ et la coupe no good.
Nouveaux sous-problèmes :

$$\begin{aligned} &\max \; -\sum_i c_i y_i^s \\ &\text{s.c} : \sum_i (x_i - y_i^s) d_i \leq D \quad (1) \\ &\qquad y_i^s \leq x_i \quad \forall i \quad (2) \\ &\qquad y_i^s, x_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Nouvelle coupe no good :
$\theta \leq qs(\sum_{i \in S} x_i - \sum_{i \in \overline{S}} x_i) - qs(|S| - 1)$.
Ce modèle nous donne la valeur optimale.

2 Résultats

Instance0	sous problème relaxé	sous problème Integer
Premier niveau	1 1 0 1 0	0 1 0 1 1
Scenario 1	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 2	0.087 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 3	0.029 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Objectif	13.5488	13

Instance1	sous problème relaxé	sous problème Integer
Premier niveau	1 1 0 1 0	0 1 0 1 1
Scenario 1	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 2	0.087 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 3	0.029 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Objectif	13.5488	13

Instance2	sous problème relaxé	sous problème Integer
Premier niveau	0 1 1 1 1	0 1 1 1 1
Scenario 1	0 0.27 0 0 0	0 0 0 0 1
Scenario 2	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 3	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Objectif	30.8751	27.667

Instance3	sous problème relaxé	sous problème Integer
Premier niveau	1 1 1 0 0	1 1 1 0 0
Scenario 1	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 2	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 3	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Objectif	14	14

Instance4	sous problème relaxé	sous problème Integer
Premier niveau	0 1 1 0 1	0 1 1 0 1
Scenario 1	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 2	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Scenario 3	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
Objectif	15	15

Lorsque les objectifs sont égaux, la relaxation a atteint un résultat optimal. Si les objectifs sont différents, alors la relaxation nous donne une borne supérieure de la solution.