Exercices chapitre 8 :

exercice 1 :

$x(t) = 0$

$y(t) = -4{,}9t^2 + 4{,}0t + 15$

1) $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = 0 \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = -9{,}8t + 4{,}0 \end{cases}$ et $\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -9{,}8 \end{cases}$

coordonnées cartésiennes

2) * ~~$v_x(t) = \frac{0}{10}$; $v_y(t)$~~ -

$||\vec{v}(t)|| = v(t) = \sqrt{0^2 + (-9{,}8t + 4{,}0)^2}$

pour $t = 10{,}0\,s$

$= \sqrt{(-98 + 4{,}0)^2} = \sqrt{(-94)^2}$

$= 94\ m.s^{-1}$ ✓

~~$= \sqrt{9604 + 16}$~~

~~$= \sqrt{9620}$~~

~~$= 98,1$~~

* A $t = 10\,s$, $v_{10\,s} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = -9{,}8 \times 10 + 4 = -94 \end{cases}$ ✓

3)

$||\vec{a}(t)|| = a(t) = \sqrt{0^2 + (-9{,}8^2)}$

$= 9{,}8\ m.s^{-2}$ ✓

Correction :

2) $v(t) = ||\vec{v}(t)|| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$

$= \sqrt{0^2 + (-9{,}8t + 4{,}0)^2}$

$= |-9{,}8t + 4{,}0|$

AN : $v(t = 10\,s) = |-9{,}8 \times 10 + 4|$

$= 94\ m.s^{-1}$

$\vec{v}(t = 10) \begin{cases} 0 \\ -94 \end{cases}$

$v(t = 10\,s) = \sqrt{0^2 + (-94)^2}$

$= 94\ m.s^{-1}$

3) $a(t) = \|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2} = \sqrt{0^2 + (-9,8)^2}$
$= 9,8\ m.s^{-2}$

(Logique car c'est égal à la constante gravitationnelle.

exercice 2 :

1) $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = 2 \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = -10t + 4 \end{cases}$

$v_x(t) = 2,0$
$v_y(t) = -10t + 4,0$

2) $\vec{a}(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -10 \end{cases}$

Correction :

1) $v_x = 2$
$v_y = at + b$
$at + 4$
$v_y = -10t + 4$

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{0 - 4}{0,4 - 0} = \dfrac{-4}{0,4} = -10$

$x = 0 \rightarrow y = 4$
$y = 0 \rightarrow x = 0,4$

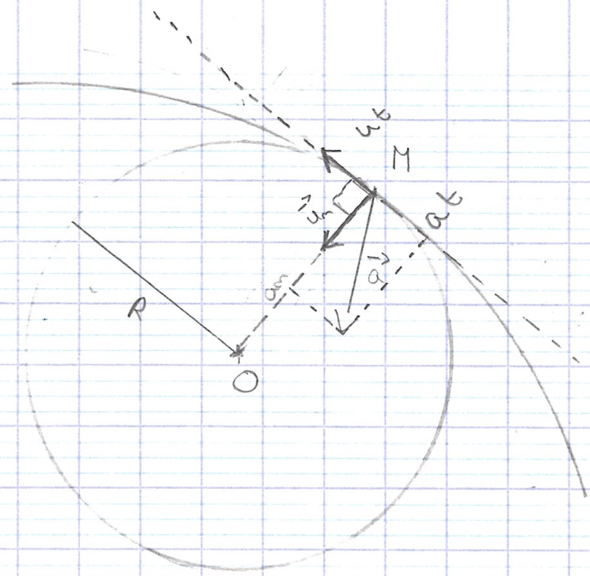
$\vec{v} \begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = -10t + 4 \end{cases}$

2) $\vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -10 \end{cases}$

Expression d'une fonction affine : $y = ax + b$

$b \Rightarrow$ l'ordonnée à l'origine (quand $x = 0$)
$a \Rightarrow$ coefficient directeur ou pente $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

exercice 3 :



3) $at \neq 0$ d'après le schéma donc $\frac{dv}{dt} \neq 0$ donc la vitesse du véhicule n'est pas constante

exercice 4 :

2) Le point vert est le centre de masse du marteau car il suit une courbe circulaire durant le lancer du marteau (et c'est le mouvement le plus simple.

3) Le marteau n'est pas soumis à des forces qui se compensent car la trajectoire du marteau n'est pas rectiligne contrairement au poids. Une force toute seule ne peut pas se compenser

exercice 5 : $\vec{v}\begin{cases} v_n = 0 \\ v_t = v \end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases} a_n = \frac{v^2}{r} \\ a_t = \frac{dv}{dt} \end{cases}$

1) Les expressions générales des composants du vecteur accélération dans le repère de Frenet : $(O, \vec{i}, \vec{j})$: $\vec{a} = a_x \times \vec{i} + a_y \times \vec{j}$

2) a. La vitesse à l'instant considéré est égale à $\sqrt{40^2 + 0^2} = 40$ $\sqrt{vt^2 + v_n^2}$
40 ~~m/s~~ $m.s^{-1}$

b. $a_n = \frac{v^2}{r}$; $r = \frac{v^2}{a_n}$ A.N : $r = \left\{\frac{40^2}{\cancel{6,50}}\right\} = 246,15$ ~~m~~ m

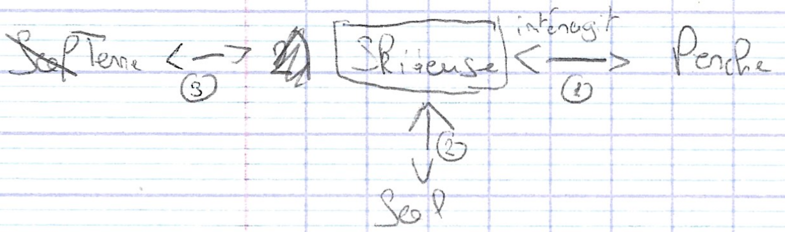
Composante : longueur du vecteur

Composante tr : ~~norme~~ de la vitesse

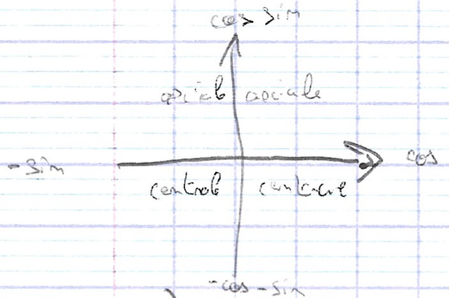
$r = \frac{40^2}{106} = 15 m$

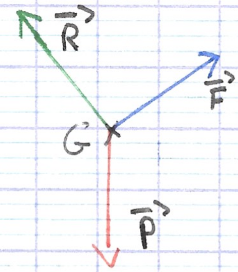
exercice 6.

1) Les forces exercées sur la skieuse sont le poids, la réaction du support et la force du téléski.



① Tension du fil / Force de traction $\vec{F}$
② Réaction normal
③ Poids.





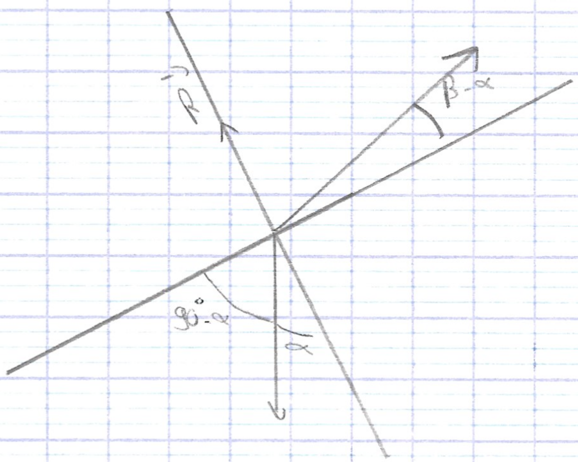
2)

$\vec{F}$ $\begin{cases} f_x = F \times \cos(10°) / (\beta - \alpha) \\ f_y = F \times \sin(10°) / (\beta - \alpha) \end{cases}$

$\vec{R}$ $\begin{cases} r_x = R \times \cos(90°)\ (0) \\ r_y = R \times \cancel{\cos} \sin(90°)\ (1) \end{cases}$ $\begin{matrix} 0 \\ R \end{matrix}$

$\vec{P}$ $\begin{cases} p_x = -P \times \sin(\alpha) = -m \times g \times \sin(\alpha) \\ p_y = -P \times \cos(\alpha) = -m \times g \times \cos(\alpha) \end{cases}$

repère basculé par l'angle α



3)

$$\cancel{\vec{v}\begin{cases} R_x + P_x + F_x \\ R_y + P_y + F_y \end{cases}}$$

$$\vec{v}\begin{cases} V_x = k \\ V_y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{cases}$$

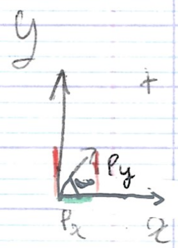
D'après la 2ème loi de Newton

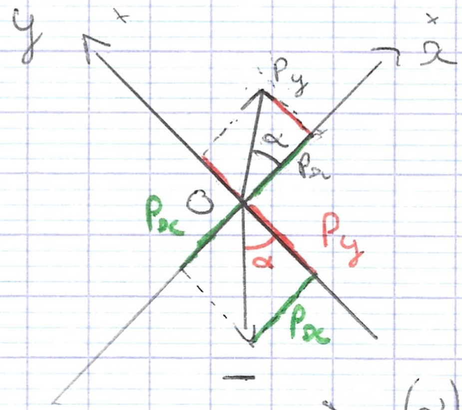
Appliquer au ______
Dans le referentiel ______

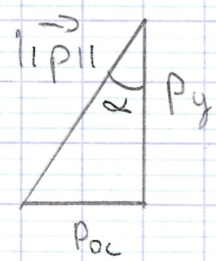
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a} \qquad \vec{a} = \vec{0}$$

Ici $\vec{a} = \vec{0}$ $\qquad \sum \vec{F}_{ext} = \vec{R} + \vec{F} + \vec{P}$

$$\sum F_{ext} = F_x + P_x$$
$$= F \times \cos(\beta - \alpha) - P \sin(\alpha) \times m \times g$$







$$\sin(\alpha) = \frac{P_y}{\|\vec{P}\|}$$

$$P_y = \|\vec{P}\| \times \sin(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{P_x}{\|\vec{P}\|} \Rightarrow P_x = \|\vec{P}\| \times \cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{-P_x}{\|\vec{P}\|}$$

$$P_x = -\|\vec{P}\| \times \sin(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{-P_y}{\|\vec{P}\|}$$

$$P_y = -\|\vec{P}\| \times \cos(\alpha)$$

Sur l'axe Ox $\Rightarrow \overset{R_x}{0} + F \times \cos(\beta - \alpha) - mg \times \sin(\alpha)$
$= m \times a_x$

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{0}$ $\quad \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{cases}$

$F \times \cos(\beta - \alpha) - mg \times \sin(\alpha) = 0$

$F \cos(\beta - \alpha) = mg \times \sin(\alpha)$

$F = \dfrac{mg \times \sin(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha)}$ A.N $F = \dfrac{66 \times 9{,}81 \times \sin(30)}{\cos(40-30)}$
$= 299\,N = 3{,}0 \times 10^2\,N$

Sur l'axe Oy

$R + F \sin(\beta - \alpha) - mg \cos(\alpha) = 0$
A.N

Exercice 7 :

1) $\vec{v}_{G_3} = \frac{G_3G_4}{T} =$

$G_3G_4 = 1,85$ cm

12,1 cm <=> 7,3

G_3G_4 à l'échelle : $\frac{1,85 \times 12,1}{7,3} = \cancel{2,7 \text{ cm}}\ 3,01$ cm

$\vec{v}_{G_3} = \frac{3,1 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-3}} = 1,5\ m.s^{-1}$

$\vec{v}_{G_4} = \frac{G_4G_5}{T}$

$G_4G_5 = 2$ cm

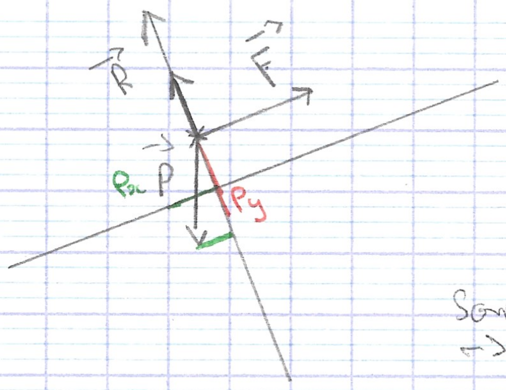
G_4G_5 à l'échelle $= \frac{2 \times 12,1}{7,3} = 3,3$ cm

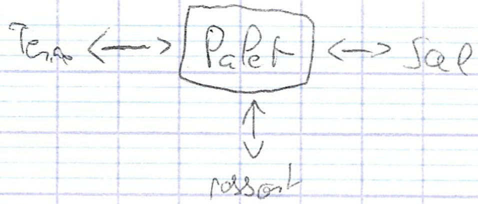
$\vec{v}_{G_4} = \frac{3,3 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-3}} = 1,7\ \cancel{cm}\ m.s^{-1}$

$a_{G_3} = \frac{v_{G_4} - v_{G_3}}{\Delta t} = \frac{1,7 - 1,5}{20 \times 10^{-3}} = 10,0\ m.s^{-2}$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{V_x G_4 - V_x G_3}{T} \\ a_y = \frac{V_y G_4 - V_y G_3}{T} \end{cases}$

$a \begin{cases} a_x = \frac{V_{G_4} - V_{G_3}}{T} \\ a_y = 0 \end{cases}$

2) 



Sur le système, les forces qui s'appliquent sont le poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}$ et la poussée $\vec{F}$

Donc $R \begin{cases} 0 & x \\ R & y \end{cases}$ $\quad P \begin{cases} P_x = -P \times \sin(\alpha) \\ P_y = -P \times \cos(\alpha) \end{cases}$

$-\sin(\alpha) = \dfrac{P_x}{P}$

$F \begin{cases} f_x = F \times \cos(0) = F \\ f_y = F \times \sin(0) = 0 \end{cases}$ $\quad \cos(0) = \dfrac{f_x}{F}$

$\sin(0)$

$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}_G$ ici $\vec{a}_G = \dfrac{\overrightarrow{V_{G(t+1)} - V_{G(t)}}}{5}$

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{F}$
$= R + (P_x \times P_y) + (F_x \times F_y)$
$= R + (2(m \times g) \times \sin(\alpha) \times \cos(\alpha)) + F$

$\sum \vec{F}_{ext} = R + (-2(m \times g) \times \sin(\alpha) \times \cos(\alpha) + F$
$= m \times \vec{a}_{G_3}$

3) Sur l'axe Ox : $R_x = 0$, $a_{G_3} = 10{,}0 \, m.s^{-1}$

$\sum F = 0 + (-2m \times g \times \sin(\alpha)) + \underbrace{F \times \cos(0)}_{=F} = m \times a_{G_3}$

~~$F = 0 + (-56 \times 10^{-3} \times 9{,}81 \times \sin(88°) + F$~~

$F = m a_{G_3} + m g \sin(\alpha)$
$= m(a_{G_3} + g \sin \alpha)$

3) Les coordonnées $\vec{a}_{G_3}$ $(a_{G_{x_3}} ; a_{G_{y_3}})$

Le mouvement étant rectiligne sur l'axe Ox alors $a_{G_y} = 0$ donc $a_{G_x} = a_{G_3}$

On obtient donc $F = m \times (a_{G_3} + g \times \sin(\alpha))$

AN : $F = 50 \times 10^{-3} \times (10 + 9{,}8 \times \sin(28)) = 0{,}73\ N$

exercice 8 :

Supposée

1) Le référentiel du mouvement étudié est terrestre galiléen

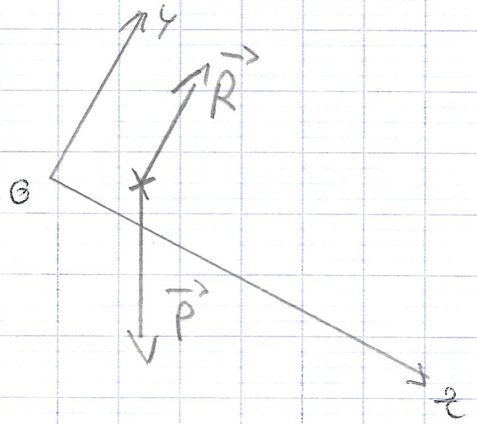
2) La vitesse initiale du système est égale à $2\ m.s^{-1}$.

3) ~~$\vec{a} = \frac{V_1 - V_0}{\Delta t} = \frac{2{,}4 - 2{,}0}{0{,}2} = 2\ m.s^{-2}$~~ ~~$\vec{a}$ en fonction affine~~

4) Le vecteur $\vec{a}$ à pour direction l'axe Ox, de sens vers x.

5) Les actions mécaniques qui s'exercent sur le système sont le poids et la réaction du support.

6)



D'après la 7) 2ème loi de Newton $\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$ = ~~avec m~~ $\vec{R} + \vec{P}$

~~$(\vec{R} + \vec{P}) \times \vec{a}$~~

$$P \begin{cases} P_x = P \times \sin(\alpha) \\ P_y = -P \times \cos(\alpha) \end{cases} \qquad R \begin{cases} 0 \\ R \end{cases}$$

$O_x = \vec{a_x} \times (-P \times \cos(\alpha)) + 0)$

$\vec{a} = ($

$O_y = \vec{a_y} \times ((-P \times \sin \alpha) + R)$

Correction :

3) $v = f(t)$ est une fonction affine du type $v = a \times t + b$.
Comme $a = \frac{dv}{dt}$, l'accélération correspond donc au coefficient directeur de la droite

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3,0 - 2,0}{1,0} = 1,0 \ m.s^{-2}$

4) Le vecteur $\vec{a}$ est dans la direction de la pente, c.a.d l'axe (Ox), et dans le sens de la pente, c.a.d vers les x croissants.

5) En prenant sur l'axe (Ox) : $P \times \sin(\alpha) + 0 = m \times \vec{a_x}$
Sur (Oy) : $-P \times \cos(\alpha) + R = m \times \vec{a_y} = 0$ puisque $\vec{a}$ suit l'axe (Ox)

$P \times \sin(\alpha) + 0 = m \times a$, donc : $m \times g \times \sin \alpha = m \times a$
$= g \times \sin(\alpha) = a$ d'où $\sin \alpha = \frac{a}{g}$

Donc : $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{g}\right) = \arcsin\left(\frac{1,0}{9,8}\right) = 5,9°$.