Chapitre 8 : Description du mouvement - Exercices

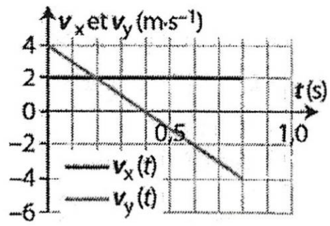
Méthodologie pour résoudre un problème de mécanique du point :
1. Définir le système (assimilé à un point matériel).
2. Définir le référentiel d'étude et le repère associé.
3. Faire un bilan des forces extérieures s'appliquant au système.
4. Réaliser un schéma en faisant apparaître le repère, le point matériel représentant le système, ainsi que les vecteurs forces appliquées au système, sans souci d'échelle.
5. Appliquer la première ou la deuxième loi de Newton pour obtenir une équation vectorielle.
6. Projeter l'équation vectorielle sur les différents axes du repère pour obtenir la ou les équations modélisant le problème.
7. Résoudre les équations pour obtenir les équations horaires du mouvement, en utilisant un calcul de primitive et les conditions initiales.

Exercice 1 : Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (1).
Une bille assimilée à un point B est lancée verticalement à un instant t = 0s. Ses positions sont repérées dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ lié à un référentiel terrestre par :

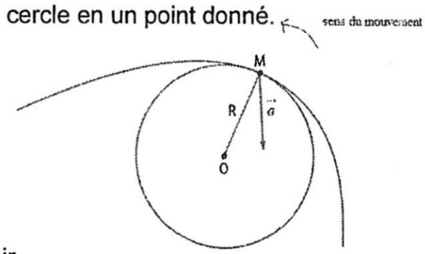
$$\overrightarrow{OB}_{(t)}\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = -4{,}9\,t^2 + 4{,}0\,t + 1{,}5 \end{cases} \quad avec\ x\ et\ y\ en\ mètre\ et\ t\ en\ seconde$$

1. Etablir l'expression des coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse puis du vecteur accélération de la bille.
2. Exprimer la valeur du vecteur vitesse et la calculer pour t = 10s.
3. Exprimer la valeur du vecteur accélération et la calculer pour t = 10s

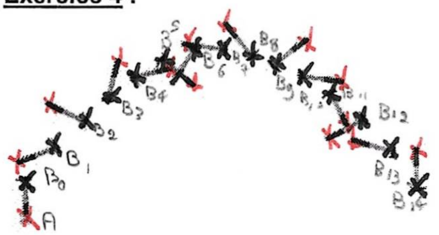
Exercice 2 : Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (2).
Une bille est lancée dans un plan vertical (O, x, y) associé à un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ lié à un référentiel terrestre (voir graphique ci-contre).
1. Déterminer l'expression des coordonnées cartésiennes v_x et v_y du vecteur vitesse.
2. Etablir l'expression des coordonnées cartésiennes a_x et a_y du vecteur accélération.



Exercice 3 : En virage.
Une automobile prend un virage. La trajectoire, vue de dessus, est assimilée à une portion de cercle en un point donné.
1. Reproduire le schéma et construire le repère de Frenet au point étudié.
2. Projeter le vecteur accélération sur le repère de Frenet.
3. En déduire si la vitesse du véhicule et constante dans le virage.



Exercice 4 :



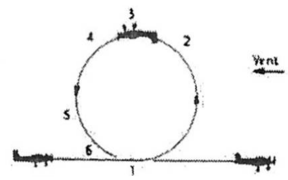
On a filmé le mouvement d'un marteau lancé en l'air.

1. Utiliser le schéma fourni et repérer le point A et le point B pour chacune des positions du marteau.
2. Justifier que le point vert est le centre de masse du marteau.
3. Le marteau est-il soumis à des forces qui se compensent ?

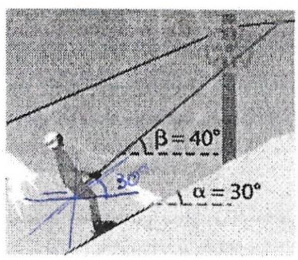
Exercice 5 : Le looping
Un looping est une figure de pilotage aérien que l'on assimilera à une trajectoire circulaire.
1. Rappeler les expressions générales des composantes du vecteur accélération dans le repère de Frenet.
2. Les expressions en un point de la trajectoire des vecteurs vitesse et accélération dans ce repère sont, à un instant donné :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} -6{,}50 \\ 106{,}0 \end{pmatrix} \qquad Unité\ SI$$

a. Que vaut la vitesse à l'instant considéré ?
b. Quel est le rayon de la trajectoire ?



Exercice 6 :
Une skieuse de masse m = 60 kg est accrochée à la perche d'un téléski et se déplace avec une vitesse de valeur constante. Le téléski exerce sur la skieuse une force constante $\vec{F}$ dans l'axe de la perche. Les forces de frottement exercées par l'air et par la neige sont négligées.

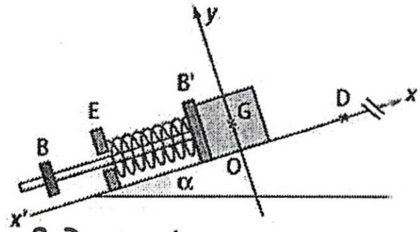


1. Etablir l'inventaire des forces exercées sur la skieuse et représenter l'ensemble des forces sans souci d'échelle au centre de masse G de la skieuse.
2. Exprimer les coordonnées de chacune des forces dans un repère cartésien $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ dont l'axe Ox est parallèle à la pente.
3. Calculer la valeur F de la force exercée par la perche sur la skieuse.

Exercice 7 :

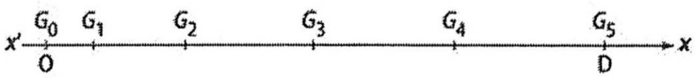
Un palet en acier de masse m = 50 g est propulsé sans frottement sur un plan incliné d'un angle α = 28° avec l'horizontale.

Un manipulateur tire sur la tige et comprime ainsi un ressort jusqu'à ce que le centre de masse du palet se trouve au point O. En lâchant la tige, il libère le dispositif qui propulse le palet, jusqu'à ce que le centre de masse du palet arrive en D où il est libéré. La position du centre de masse G du palet est repérée sur un axe x'x.



La chronophotographie suivante présente la position occupée par le centre de masse G du palet à intervalles de temps réguliers τ = 20,0 ms (points G_0 à G_5, la distance G_0G_5 = OD = 12,1 cm)

7,3 cm

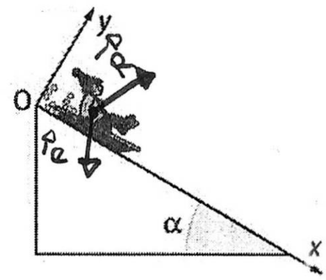


$1\,\text{cm} \Leftrightarrow \frac{12,1}{7,3}\,\text{cm}$

1. Exprimer le vecteur accélération $\overrightarrow{a_{G_3}}$ du palet au passage du point G_3 en fonction des vitesses $\overrightarrow{v_{G_3}}$ et $\overrightarrow{v_{G_2}}$ et de l'intervalle de temps τ. En déduire la valeur de cette accélération a_{G_3}.
2. En projetant la seconde loi de Newton appliquée au palet sur l'axe x'x, exprimer la valeur de la force de rappel F du ressort en fonction de m, g, a_G, α.
3. A l'aide de la question 1. et des données, calculer la valeur de F au point G_3.

Exercice 8 :

Le système {enfant + luge}, de masse m, dévale une piste faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige les frottements de l'air et de la piste. Le mouvement du centre d'inertie du système est enregistré et on obtient, à l'aide d'un logiciel, la représentation graphique v = f(t) suivante.



1. Dans quel référentiel ce mouvement est-il étudié ?
2. Quelle est la vitesse initiale du système ?
3. A l'aide de la courbe v = f(t), déterminer la valeur de l'accélération du centre d'inertie du système.
4. Quels sont le sens et la direction du vecteur $\vec{a}$?
5. Quelles sont les actions mécaniques qui s'exercent sur le système ?
6. Représenter les forces modélisant ces actions.
7. Etablir la relation vectorielle liant ces forces et l'accélération.
8. Ecrire cette dans le repère (O,x,y).
9. En déduire la valeur de l'angle α.