Exercices : Chapitre 6

exercice 1 :

Le schéma a : 

et le schéma c : 

exercice 2 :

1) La charge augmente au cours du temps

2) coefficient directeur : $\frac{6-0}{4-0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $\quad i = \frac{3}{2} = 1{,}5$ A

$i = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$ ou $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{6-0}{4-0}$

exercice 3 :

1) $q_A = C \times u_c$; $C = \frac{q_A}{u_{AB}} = \frac{6{,}0 \times 10^{-6}}{2{,}5} = 2{,}40 \times 10^{-6}$ F $= 2{,}4\,\mu$F

2) Oui, la valeur d'un condensateur est très faible. Elle s'exprime généralement en nF ou µF.

$C = \frac{4{,}5 \times 10^{-6} - 0}{2{,}0 - 0} = \frac{(q_A)_D - (q_A)_C}{(u_{AB})_D - (u_{AB})_C}$

exercice 4 :

$U_C + U_r + U_R = E$

Or $U_R = R \times I$ et $i = C \times \frac{du_c}{dt}$

$U_r = r \times I$

$U_c + R\left(C \times \frac{du_c}{dt}\right) + r\left(C \times \frac{du_c}{dt}\right) = E$

$U_C + (R + r) \times C \times \frac{du_c}{dt} = E$

2) $U_c + (R + r) \times C \times \frac{du_c}{dt} = E$

$\frac{du_c}{dt} = \frac{-U_c}{(R+r)C} + \frac{E}{(R+r)C}$

$y' = ay + b$ avec $a = \frac{-1}{(R+r)C}$ $\quad b = \frac{E}{(R+r)C}$

$-\frac{b}{a} = \frac{-E}{(r+R)C} \times \frac{(R+r)C}{-1} = E$

$y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$

$U_c = K \times e^{-\frac{t}{(R+r)C}} + E$

$U_c(0) = 0$

$0 = K \times e^{-\frac{0}{(R+r)C}} + E$

$K = -E$

$U_c(t) = -E \times e^{\frac{-t}{(R+r)C}} + E$

$= E\left(1 - e^{-\frac{t}{(R+r)C}}\right)$

2) $u_c + (R+r) \times C \times \frac{du_c}{dt} = E \iff \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{(R+r)C} \times u_c = \frac{E}{(R+r)C}$

U_c vérifie une équation différentielle du premier ~~terme~~ ordre à coefficients constants donc $u_c = A e^{-\frac{t}{(R+r)C}} + E$ car la solution d'une équation différentielle de la forme $\frac{dy}{dt} + ay = b$ est $y(t) = A e^{-at} + \frac{b}{a}$

exercice 5 :

1) $U_r + U_c = E$

$U_r = r \times I$

$I = C \times \frac{du_c}{dt} \iff U_c + r \times C \times \frac{du_c}{dt} = E$

2) $\frac{u_c}{r \times C} + \frac{r \times C \times \frac{du_c}{dt}}{r \times C} = \frac{E}{r \times C} \iff \frac{U_c}{r \times C} + \frac{du_c}{dt} = \frac{E}{r \times C}$

$\iff \frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{r \times C} \times u_c + \frac{E}{r \times C} = y' = ay + b$

$y = K e^{ax} - \frac{b}{a}$

$u_c(t) = K \times e^{-\frac{1}{r \times C} \times x} - \frac{\frac{E}{r \times C}}{-\frac{1}{r \times C}} = K \times e^{-\frac{1}{r \times C} \times t} - \frac{E}{-1} = K \times e^{-\frac{t}{r \times C}} + E$

Condition initiale avec $t = 0\,s$

$U_c(0) = K \times e^{-\frac{0}{r \times C}} + E$

$= K \times 1 + E \iff K = -E$

$u_c = -E \times e^{-\frac{t}{rC}} + E = E(-1 \times e^{-\frac{t}{rC}} + 1)$

$= E(1 - e^{-\frac{t}{rC}})$

$= E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

3) $\tau = 0{,}5\,s$

4) $\tau = r \times C \qquad r = \frac{\tau}{C} \qquad$ A.N : $\frac{0{,}5\,s}{470 \times 10^{-6}\,F} = 1063{,}8\,\Omega = 1{,}07 \times 10^{3}\,\Omega$

5) $U_c = R \times I \qquad U_c = E = 1450\,V$ soit $R \times i = E$

$I = \frac{U_{c\,max}}{R} = \frac{1450\,V}{50\,\Omega} = 29\,A$

Exercice 6 :

1) $U_C + U_R = E$ D'après la loi des mailles

$\Leftrightarrow U_C + r \times C \times \frac{du_C}{dt} = E$ D'après la loi d'Ohm

$u_R = R \times i = R \times C \times \frac{du_C}{dt}$

$$\frac{U_C}{r\times C} + \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{r\times C}$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{r\times C} \times U_C + \frac{E}{r\times C}$$

2) $y' = ay + b$: $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$

$\begin{cases} U_C(0) = 0 \\ K = -E \end{cases}$

$$U_C = -E \times e^{-\frac{t}{r\times C}} + E = E\left(1 - e^{-\frac{t}{r\times C}}\right) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$ avec $\tau = R\times C$

3) $U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{U_C}{E} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\Leftrightarrow \frac{U_C}{E} - 1 = -e^{-\frac{t}{\tau}}$

$1 - \frac{U_C}{E} = e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\Leftrightarrow \ln\left(1 - \frac{U_C}{E}\right) = \ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\ln\left(1 - \frac{U_C}{E}\right) = -\frac{t}{\tau}$

$\ln\left(1 - \frac{U_C}{E}\right) \times (-\tau) = t$

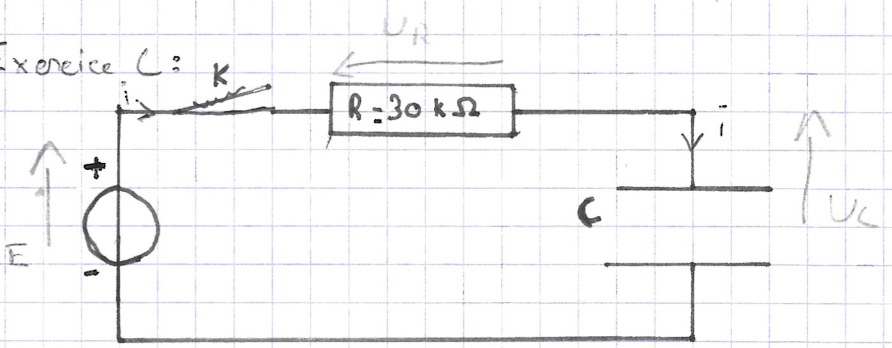
$\ln\left(1 - \frac{U_C}{E}\right) \times (-(R\times C)) = t$

A.N : $\ln\left(1 - \frac{5}{6,6}\right) \times (-(1\times 10^{6} \times 22 \times 10^{-6})) = t$

$t = \ln\left(1 - \frac{5}{6,0}\right) \times (-22) = 39,4$ s.

Exercice C :

A1.



A2. $U_C + U_R = E$

A3 : $q(t) = C \times U_C(t)$

A4. $U_C + U_R = E$: D'après la loi des mailles

D'après la loi d'Ohm : $U_C + R\times C \times \frac{dU_C}{dt} = E$ $\tau = R \times C$

$\Leftrightarrow U_C + \tau \times \frac{dU_C}{dt} = E$

$\frac{U_C}{\tau} + \frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{\tau} \Leftrightarrow \cancel{\frac{dU_C}{dt} = B}$ $\frac{dU_C}{dt} = -\frac{U_C}{\tau} + \frac{E}{\tau}$

A5 : Étant que dt est en s, et dUc est en volt, $\frac{U_C}{\tau}$ doit être de la même dimension que $\frac{E}{\tau}$, Uc est donc en volt et τ en s, cette constante à la dimension d'une durée.

A6.1 : $\tau = 0,9$ ms

A6.2 : $\tau = R \times C$; $C = \frac{\tau}{R}$ A.N : $C = \frac{0,9 \text{ ms}}{30 \text{ k}\Omega} = \frac{0,9\times 10^{-3} \text{ s}}{30\times 10^{3}\ \Omega} = 3 \times 10^{-8}$ F $= 30$ nF

Partie B : $q = \frac{e}{m}$

B.1. La capacité est proportionnelle à la surface S et inversement proportionnelle à l'épaisseur a pour ε fixait.

B.2.1 : $C_0 = \frac{\varepsilon \times (h \times L)}{\frac{e}{m}} = \frac{\varepsilon \times (h \times L) \times m^2}{e} = C_0$; $C_0 = \frac{\varepsilon \times h \times L \times m \times m}{e}$

$C = \frac{\varepsilon \times h \times L \times m^2}{e}$

B.2.2 : $C = \frac{\varepsilon \times h \times L \times m^2}{e}$ $\quad m^2 = \frac{C \times e}{\varepsilon \times h \times L}$ $\quad m = \sqrt{\frac{C \times e}{\varepsilon \times h \times L}}$

Pour $C = 33\,nF$.

$m(C_1) = \sqrt{\frac{33 \times 10^{-9} \times 6{,}0 \times 10^{-3}}{\varepsilon \times 9{,}0 \times 10^{-3} \times 11{,}0 \times 10^{-3}}}$

$= \sqrt{\frac{33 \times 10^{-9} \times 6{,}0 \times 10^{-3}}{2{,}57 \times 10^{-11} \times 9{,}0 \times 10^{-3} \times 11{,}0 \times 10^{-3}}} = 279.$

B.2.3

$C_{min}, e_{min}, h_{max}, L_{max}$

Pour m_{min} : $\sqrt{\frac{32{,}34 \times 10^{-9} \times 5{,}5 \times 10^{-3}}{2{,}57 \times 10^{-11} \times 9{,}5 \times 10^{-3} \times 11{,}5 \times 10^{-3}}} = 252$ $\quad m_{min} = \sqrt{\frac{C_{min} \times e_{min}}{\varepsilon \times h_{max} \times L_{max}}}$

m proportionnelle à C et e

$C_{max}, e_{max}, h_{min}$ et L_{min}

Pour $m_{max} = \sqrt{\frac{33{,}66 \times 10^{-9} \times 6{,}5 \times 10^{-3}}{2{,}57 \times 10^{-11} \times 8{,}5 \times 10^{-3} \times 10{,}5 \times 10^{-3}}} = 309$

La valeur annoncée par le fabriquant est comprise en 309 et 252 (300), donc la valeur est vraie.

⚠ $i = \frac{dq}{dt}$, or $q = C \times U_C$ donc : $i = \frac{d(C \times U_C)}{dt}$

~~De plus C est une constante~~ → par rapport au temps ~~: $C' \times U_C + C \times U_C' = d(C \times U_C)$~~

~~$i = \frac{C \times dU_C}{dt} = C \times \frac{dU_C}{dt}$ ou $dC \times U_C + C \times dU_C$~~

Notation de Leibnitz : $f'(x) = \frac{df}{dx}$. La dérivée de f en fonction de quelque chose, généralement le temps.

Ainsi, $\frac{d(C \times U_C)}{dt}$ c'est la dérivée de $C \times U_C$ en fonction du temps dans lequel C est constant par rapport au temps

$\frac{d(C \times U_C)}{dt} = \frac{dC}{dt} \times U_C + C \times \frac{dU_C}{dt} \Leftrightarrow \frac{dC}{dt} = 0$: $C \times \frac{dU_C}{dt}$