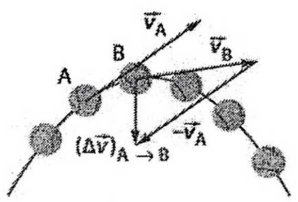
Chapitre 8 : Description du mouvement

Prérequis

Construction graphique



Vecteur vitesse $\vec{v_i}$:

Direction : tangente à la trajectoire, ***Sens*** : celui du mouvement du système, ***Valeur*** : valeur moyenne de la vitesse entre deux instants très rapprochés t_i et t_{i+1}

v_i en m·s^{-1} → $v_i = \dfrac{M_iM_{i+1}}{t_{i+1} - t_i}$ ← M_iM_{i+1} en m ; ← t_i et t_{i+1} en s

Vecteur variation de vitesse :

Défini entre deux positions M_i et M_{i+1} par : $\Delta\vec{v} = \overrightarrow{v_{i+1}} - \vec{v_i}$

Vecteur somme des forces $\sum\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$:

Dans un référentiel donné :

- La somme des forces appliquées à un système et son vecteur variation de vitesse sont colinéaires et de même sens.
- Si $\sum\vec{F} = \vec{0}$, *alors* $\Delta\vec{v} = \vec{0}$: *c'est le principe d'inertie*

Eléments de programme à maitriser

Savoirs :

- Connaitre les définitions de : Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point.
  - Quelle est la définition du vecteur position ?
  - Quelle est la définition du vecteur vitesse ?
  - Quelle est la définition du vecteur accélération ?
- Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.
  - Quelle est l'expression des coordonnées du vecteur vitesse dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire ?
  - Quelle est l'expression des coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire ?
- Centre de masse d'un système
  - Quelle est la définition du centre de masse ?
- Référentiel galiléen.
  - Quelle est la définition d'un référentiel galiléen ?
- Deuxième loi de Newton
  - Quelle est la deuxième loi de Newton ?

Savoir-faire

- Établir les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération à partir des coordonnées du vecteur position et/ou du vecteur vitesse.
- Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme.
- Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.
- Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié.
- Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées pour en déduire :
  - le vecteur accélération du centre de masse, les forces appliquées au système étant connues ;
  - la somme des forces appliquées au système, le mouvement du centre de masse étant connu.

Capacité expérimentale pour ECE

- Réaliser et/ou exploiter une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.

I) <u>Le référentiel</u>

L'étude du mouvement est nommée **cinématique**. Pour décrire le mouvement d'un objet, il est nécessaire de connaitre deux informations : sa ***trajectoire*** et sa ***vitesse***. Pour étudier un mouvement d'un système, on choisit un **référentiel d'étude**, auquel on attache un **repère**. Pour simplifier l'étude, on se limite à l'étude du mouvement d'un point M d'un système dans ce référentiel.

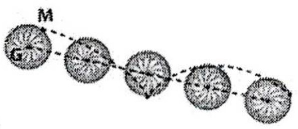
Un référentiel est un objet pris comme référence pour la description du mouvement associé à un repère.
Un repère est défini par un point d'origine O auquel est associée une base orthonormée.

Point maths :
Le repère est dit orthonormé car les trois vecteurs du repère sont orthogonaux entre eux et normés (c'est-à-dire de norme 1).
Les coordonnées cartésiennes (O, x, y, z) sont associées au repère orthonormé (O, u_x, u_y, u_z).

L'association d'une horloge est nécessaire pour pouvoir étudier l'évolution temporelle du mouvement. Ainsi, à un référentiel donné sont associés : un **repère d'espace** (**position** du point) et un **repère du temps** (associe une **date** à chaque position).

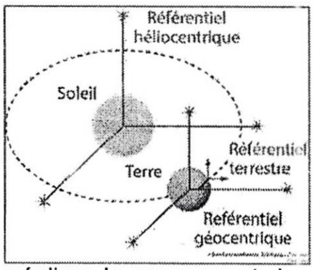
1. Le référentiel galiléen et le centre de masse d'un système

Un référentiel est dit **galiléen** si, dans ce référentiel, tout corps isolé ou pseudo-isolé persévère dans son état de repos (s'il était initialement immobile) ou de mouvement rectiligne et uniforme (1ère loi de Newton).



Le **centre de masse G** d'un système est le point auquel on associe toute la masse du système par simplification. Ce point possède le mouvement le plus simple et le principe d'inertie s'applique toujours. On l'appelle aussi centre de gravité ou centre d'inertie.

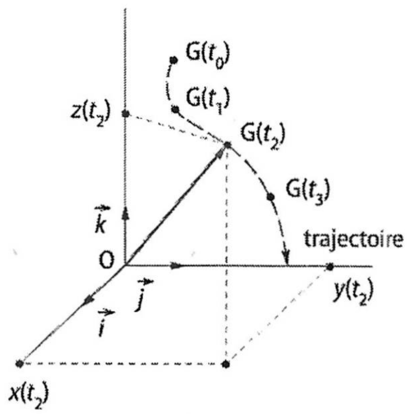
2. Les référentiels usuels



- **Le référentiel terrestre** : c'est le référentiel constitué par la Terre (ou par tout ce qui est fixe par rapport à la Terre). Il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques minutes (pour négliger le mouvement de rotation propre de la Terre). On choisira ce référentiel pour étudier le mouvement d'un objet sur la Terre ou au voisinage de celle-ci.
- **Le référentiel géocentrique** : c'est le référentiel constitué par un corps solide fictif, de mêmes dimensions et de même centre que la Terre mais ne tournant pas sur lui-même comme la Terre. Il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques heures (pour négliger le mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil). On préfère ce référentiel pour étudier le mouvement de la Lune ou des satellites.
- **Le référentiel héliocentrique** : c'est un référentiel constitué par le centre du Soleil et des étoiles fixes. Il est considéré comme galiléen. On utilise ce référentiel pour étudier le mouvement des planètes.

II) <u>Vecteur position, vitesse et accélération</u>

1. Vecteur position



Dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au référentiel d'étude, la position d'un point M est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OM}_{(t)} \begin{cases} x_{(t)} \\ y_{(t)} \\ z_{(t)} \end{cases}$.

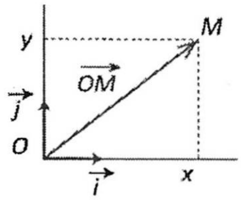
$x_{(t)}, y_{(t)}$ *et* $z_{(t)}$ sont les coordonnées cartésiennes du point M à l'instant t.

Les fonctions du temps x(t), y(t) et z(t) sont les **équations horaires** du mouvement.

De nombreux mouvements peuvent être ramenés à une étude plane, c'est-à-dire à deux dimensions.

Dans ce cas, on exprimera simplement : $\overrightarrow{OM}_{(t)} \begin{cases} x_{(t)} \\ y_{(t)} \end{cases}$

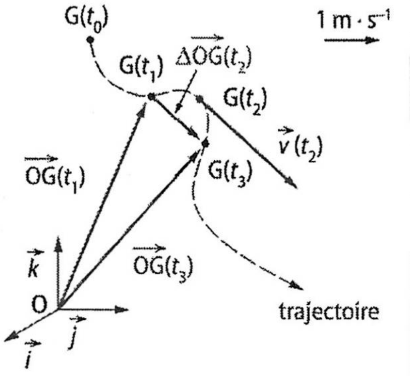
La valeur ou norme du vecteur position est égale à : $OM_{(t)} = \sqrt{x_{(t)}^2 + y_{(t)}^2}$



2. Vecteur vitesse

Le vecteur **vitesse moyenne** $\vec{v}(t_i)$ à un instant t_i est défini par : $\vec{v}(t_i) = \dfrac{\overrightarrow{OG}(t_{i+1}) - \overrightarrow{OG}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \dfrac{\overrightarrow{G(t_i)G(t_{i+1})}}{t_{i+1} - t_i} \iff \vec{v}(t_i) = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OG}(t_{i+1})}{\Delta t}$

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t_i)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :
- ✓ Sa **direction** : la tangente à la trajectoire au point considéré ;
- ✓ Son **sens** : celui du mouvement à l'instant t_i ;
- ✓ Sa **valeur** : $\dfrac{G(t_i)G(t_{i+1})}{t_{i+1} - t_i}$, qui s'exprime en mètre par seconde ($m.s^{-1}$).



Lorsque Δt tend vers zéro, la vitesse moyenne $\vec{v}(t)$ tend vers une vitesse limite appelée **vitesse instantanée** qui est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, à l'instant t :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG}(t)}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}(t)}{dt}$$

Les **coordonnées cartésiennes** $v_x(t) et\ v_y(t)$ **du vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont obtenues en dérivant, par rapport au temps, celles $x_{(t)}\ et\ y_{(t)}$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}_{(t)}$:

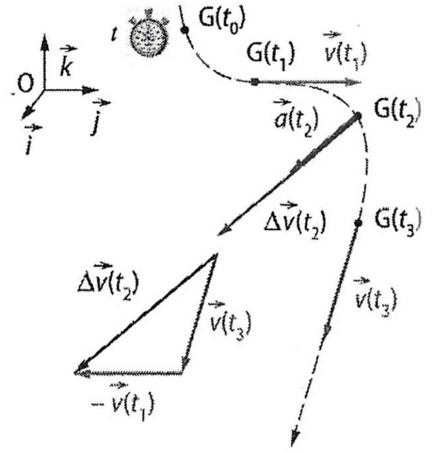
$$\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} \end{cases} \quad ou \quad \vec{v}(t) = v_x(t)\vec{\imath} + v_x(t)\vec{\jmath} \quad ou \quad \vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{\jmath}$$

y

La **valeur** de la vitesse instantanée est : $\|\vec{v}(t)\| = v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$

3. Vecteur accélération

Une variation du vecteur vitesse d'un système, réduit à l'étude de son centre de masse ou centre d'inertie G, entraine l'existence d'une accélération et donc d'un vecteur accélération. L'accélération instantanée du centre d'inertie G est égale à son accélération moyenne entre deux positions infiniment proches.



Le vecteur accélération moyenne $\vec{a}(t_i)$ à un instant t_i est défini par :

$$\vec{a}(t_i) = \frac{\vec{v}(t_i) - \vec{v}(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \Leftrightarrow \vec{a}(t_i) = \frac{\Delta\vec{v}(t_i)}{\Delta t}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}(t_i)$d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :

- Sa **direction** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}(t_i)$ au point considéré ;
- Son **sens** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}(t_i)$ à l'instant t_i ;
- Sa **norme** (valeur) : $\frac{v(t_i)-v(t_{i-1})}{t_i-t_{i-1}}$ qui s'exprime en m.s^{-2}.

Lorsque Δt tend vers zéro, l'accélération moyenne $\vec{a}(t)$ tend vers une accélération limite appelée **accélération instantanée** qui est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, à l'instant t :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}(t)}{dt^2}$$

Les coordonnées du vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$ dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} \end{cases} \quad ou \quad \vec{a}(t) = a_x(t)\vec{\imath} + a_x(t)\vec{\jmath} \quad ou \quad \vec{v}(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}\vec{\imath} + \frac{dv_y(t)}{dt}\vec{\jmath} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{\jmath}$$

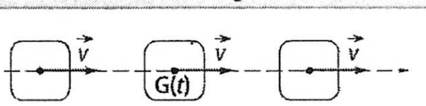
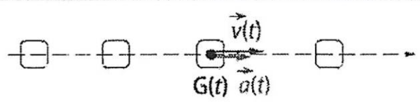
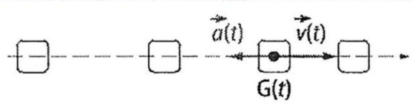
y

La valeur de l'accélération instantanée est : $\|\vec{a}(t)\| = a(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + (a_y(t))^2}$

III) <u>Quelques mouvements usuels</u>

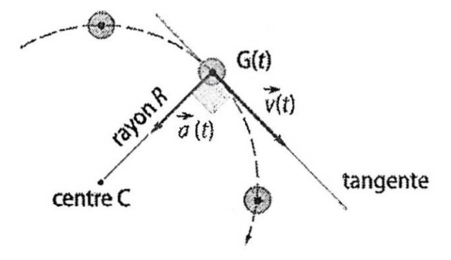
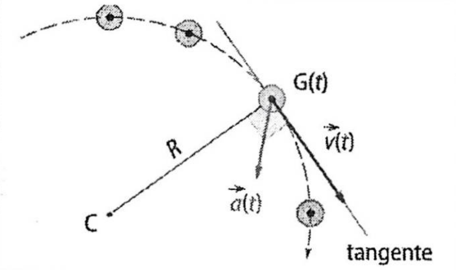
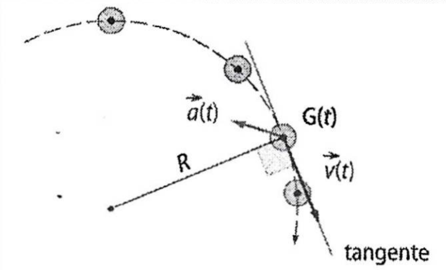
1. Mouvements rectilignes

Un mouvement est **rectiligne** si la trajectoire du système est une **droite**.

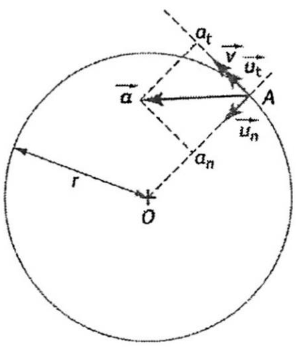
Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	Mouvement rectiligne uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant au cours du temps : $\vec{v}(t) = \vec{v} = \overrightarrow{constante}$. $\vec{a} = \vec{0}$	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens. La valeur de v augmente.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens opposés. La valeur de v diminue.

2. Mouvements circulaires

Un mouvement est **circulaire** si la trajectoire du système est un **cercle**.

Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément accéléré	Mouvement circulaire uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ varie mais sa valeur v reste constante. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la trajectoire.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps ; $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$. Il est toujours dirigé vers l'intérieur de la trajectoire. La valeur de la vitesse v augmente.	La valeur de la vitesse v diminue.

- <u>Le mouvement **circulaire non uniforme** :</u>



Dans le cas d'un mouvement circulaire, à chaque instant, l'accélération peut se décomposer en deux vecteurs : $\vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_t}$
- ✓ $\vec{a_n}$: accélération normale, centripète ;
- ✓ $\vec{a_t}$: accélération tangentielle, tangente à la trajectoire et orientée dans le sens du mouvement.

Le repère préférentiel est alors un référentiel local (A ; $\vec{u_n}$, $\vec{u_t}$), appelé <u>**repère de Frenet**</u>.

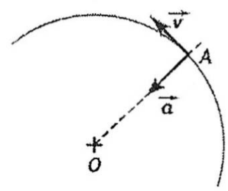
On montre que les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération sont :

$$\vec{v}\begin{cases} v_n = 0 \\ v_t = v \end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} \end{cases} \qquad \textit{avec r le rayon de la trajectoire en m}$$

- <u>Le mouvement **circulaire uniforme** (MCU) :</u>

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse est constante donc $\frac{dv}{dt} = 0$ soit $a_t = 0$ donc :

$$a = a_n = \frac{v^2}{r}$$



IV) <u>La deuxième loi de Newton</u>

1. Les lois de Newton

Les trois lois de Newton constituent le cœur de la mécanique newtonienne. Enoncées dans les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (les *Principia*), elles fournissent tous les outils nécessaires pour poser et analyser un problème physique, par exemple pour prédire le mouvement d'un corps et l'évolution des forces qui s'exercent sur lui.

Système isolé : il n'est soumis à aucune force
Système pseudo-isolé : il est soumis à un ensemble de forces qui se compensent.

2. Enoncé de la première loi de Newton

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **principe de l'inertie** »

Dans un référentiel galiléen, lorsqu'un système est isolé ou pseudo-isolé, son centre d'inertie G est :
- Soit au repos, si G est initialement immobile ; - Soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

Si $\Delta\vec{v_G} = \vec{0}$ alors $\sum \vec{F_{ext}} = \vec{0}$ et réciproquement

3. Enoncé de la deuxième loi de Newton

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **théorème du centre d'inertie** » ou « **relation fondamentale de la dynamique** ». Elle établit le lien entre forces appliquées et nature du mouvement.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures (ou résultante) qui s'exercent sur un système de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre de masse :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \overrightarrow{a(t)}$$