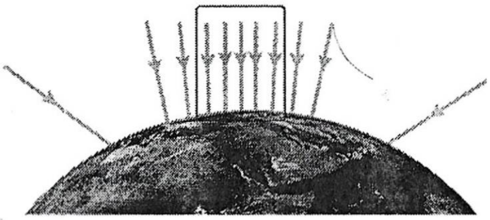
Chapitre 9 : Mouvement dans un champ uniforme

Prérequis

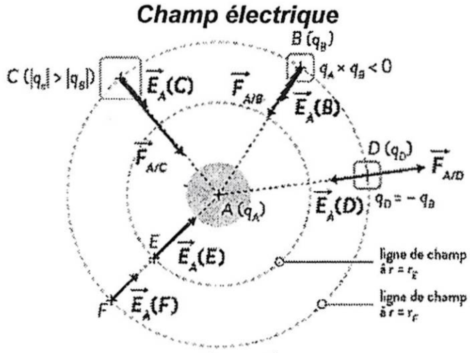
Champ vectoriel :

Champ de pesanteur terrestre



$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Champ électrique

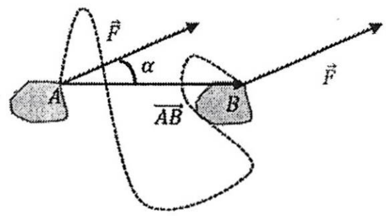


$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Travail d'une force :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$$

Avec W le travail en joule (J)
F la valeur de la force en newton (N)
AB la longueur du déplacement en mètre (m)
α l'angle entre $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ en degré (°) ou en radian (rad)



Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un système en mouvement entre deux positions A et B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées à ce système lors de son déplacement entre A et B.

$$\Delta E_{c\ A \to B} = E_c\,(B) - E_c\,(A) = \sum W_{AB}\,(\vec{F})$$

E_c *et* $W_{AB}\,(\vec{F})$ *en Joule (J)*

Eléments de programme à maitriser

Savoirs :

- Connaitre le vocabulaire associé aux champs uniforme
  - o Quelle est la définition d'un champ uniforme ?
- Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées.
  - o Quelle est le principe d'un ~~condensateur plan~~ ?

Savoir-faire
- Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan.
- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.
- Établir l'équation de la trajectoire.
- Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.
- Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan, son expression étant donnée.
- Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.

Capacité expérimentale pour ECE
- Utiliser des capteurs ou une vidéo pour déterminer les équations horaires du mouvement du centre de masse d'un système dans un champ uniforme. Étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique.

I) Des champs uniformes

Un champ vectoriel uniforme est un champ qui garde, en tout point d'une région de l'espace, la même direction, le même sens et la même valeur.

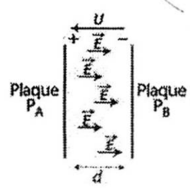
Deux champs uniformes sont particulièrement remarquables : le champ de pesanteur terrestre et le champ électrique.

- Le champ de pesanteur terrestre g est assimilable au champ de gravitation terrestre au voisinage de la Terre. Il est dirigé suivant la verticale du lieu, orienté vers le bas et a une valeur g qui dépend de l'altitude et de la latitude du lieu considéré.

Dans une région de l'espace de faibles dimensions, un champ de pesanteur g peut être considéré comme uniforme.

- Un condensateur plan est constitué de deux plaques conductrices planes, parallèles et séparées d'une distance d.

Lorsqu'on applique une tension électrique U entre les plaques d'un condensateur plan, elles se chargent électriquement. Il apparaît alors entre elles un champ électrique E uniforme dont les caractéristiques sont :
– **direction** : perpendiculaire aux plaques ;
– **sens** : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement ; – **valeur** : $E = \frac{|U|}{d}$



II) Le mouvement dans un champ uniforme

Le système étudié est un point matériel ou le centre de masse M d'un corps. Son mouvement dans un champ uniforme vertical est étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen. A la date t = 0 s, le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ du système est contenu dans le plan (Oxy). L'étude se fait dans un repère orthonormé de l'espace $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ dont l'origine O est par exemple choisie en la position initiale du système. On se place dans le cas où le système est <u>**uniquement**</u> soumis à son poids ou à une force électrique.

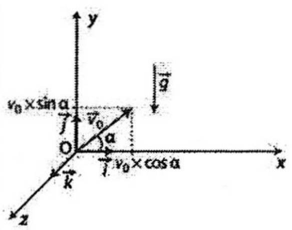
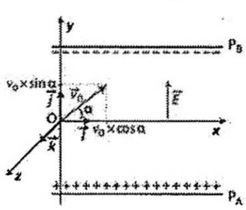
1. Détermination du vecteur accélération

Le vecteur accélération est obtenu par application de la deuxième loi de Newton.

Mouvement dans un champ de pesanteur	Mouvement dans un champ électrique vertical
$\sum \vec{F} = m\vec{a}\ soit\ m\vec{g} = m\vec{a}\ et\ ainsi\ \vec{a} = \vec{g}$ Le vecteur accélération est vertical vers le bas. $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$	$\sum \vec{F} = m\vec{a}\ soit\ q\vec{E} = m\vec{a}\ et\ ainsi\ \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ Le vecteur accélération est vertical, de même sens que $\vec{E}$ si la charge est positive et de sens contraire si négative. $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q \times E}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$

2. Détermination du vecteur vitesse

Comme par définition le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, alors les coordonnées du vecteur vitesse sont obtenues **en déterminant les primitives par rapport au temps** des coordonnées du vecteur accélération.
Les **constantes d'intégration** sont déterminées avec les **conditions initiales** : les coordonnées du vecteur vitesse à l'instant initial.

Mouvement dans un champ de pesanteur	Mouvement dans un champ électrique vertical
$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases} \xrightarrow{primitive} \vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g \times t + C_y \\ v_z = C_z \end{cases}$  Or on sait : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{x_0} = v_0\cos(\alpha) = C_x \\ v_{y_0} = v_0\sin(\alpha) = -g \times 0 + C_y \\ v_{z_0} = 0 = C_z \end{cases}$ $Donc \begin{cases} C_x = v_0\cos(\alpha) \\ C_y = v_0\sin(\alpha) \\ C_z = 0 \end{cases}$ Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse sont donc : $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos(\alpha) \\ v_y = -g \times t + v_0\sin(\alpha) \\ v_z = 0 \end{cases}$	$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q \times E}{m} \\ a_z = 0 \end{cases} \xrightarrow{primitive} \vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = \frac{q \times E}{m} \times t + C_y \\ v_z = C_z \end{cases}$  Or on sait : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{x_0} = v_0\cos(\alpha) = C_x \\ v_{y_0} = v_0\sin(\alpha) = \frac{q \times E}{m} \times 0 + C_y \\ v_{z_0} = 0 = C_z \end{cases}$ $Donc \begin{cases} C_x = v_0\cos(\alpha) \\ C_y = v_0\sin(\alpha) \\ C_z = 0 \end{cases}$ Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse sont donc : $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos(\alpha) \\ v_y = \frac{q \times E}{m} \times t + v_0\sin(\alpha) \\ v_z = 0 \end{cases}$

3. Détermination du vecteur position

Comme par définition le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, alors les coordonnées du vecteur position sont obtenues **en déterminant les primitives par rapport au temps** des coordonnées du vecteur vitesse.
Les **constantes d'intégration** sont déterminées avec les **conditions initiales** : les coordonnées du vecteur position à l'instant initial.

Mouvement dans un champ de pesanteur

$$\vec{v} \xrightarrow{primitive} \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0\cos(\alpha)\times t + D_x \\ y = -\frac{1}{2}g\times t^2 + v_0\sin(\alpha)\times t + D_y \\ z = D_z \end{cases}$$

Or on sait :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 0 = v_0\cos(\alpha)\times \cancel{t}\,0 + D_x \\ y = 0 = -\frac{1}{2}g\times \cancel{t}^2 + v_0\sin(\alpha)\times \cancel{t}\,0 + D_y \\ z \overset{0}{=} 0 = D_z \end{cases}$$

$$Donc\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \\ D_z = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur position sont donc :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0\cos(\alpha)\times t \\ y = -\frac{1}{2}g\times t^2 + v_0\sin(\alpha)\times t \\ z = 0 \end{cases}$$

Mouvement dans un champ électrique vertical

$$\vec{v} \xrightarrow{primitive} \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0\cos(\alpha)\times t + D_x \\ y = +\frac{q\times E}{2m}\cancel{g}\times t^2 + v_0\sin(\alpha)\times t + D_y \\ z = D_z \end{cases}$$

Or on sait :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 0 = v_0\cos(\alpha)\times \cancel{t}\,0 + D_x \\ y = 0 = \frac{q\times E}{2m}\times \cancel{t}^2 + v_0\sin(\alpha)\times \cancel{t}\,0 + D_y \\ z \overset{0}{=} 0 = D_z \end{cases}$$

$$Donc\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \\ D_z = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur position sont donc :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0\cos(\alpha)\times t \\ y = \frac{q\times E}{2m}\times t^2 + v_0\sin(\alpha)\times t \\ z = 0 \end{cases}$$

4. Détermination de l'équation de la trajectoire

L'équation de la trajectoire d'un système est la relation mathématique entre ses coordonnées spatiales. Dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, elle est obtenue en combinant les équations horaires $x = f(t)$ et $y = g(t)$ de façon à « éliminer » la variable temps des équations.

Mouvement dans un champ de pesanteur

On extrait t de l'expression de $x = f(t)$

$$t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$$

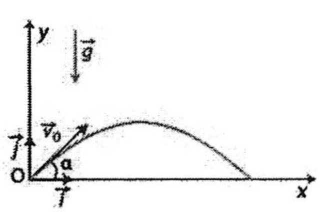
On remplace t dans l'expression $y = g(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g\times\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\times\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}g\times\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + \tan(\alpha)x$$

$$= -\frac{g}{2v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2 + \tan(\alpha)x$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2 + \tan(\alpha)x$$



Trajectoire du système partant de la position O dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$

Mouvement dans un champ électrique vertical

On extrait t de l'expression de $x = f(t)$

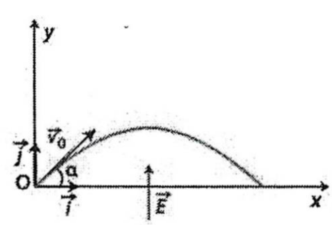
$$t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$$

On remplace t dans l'expression $y = g(t)$:

$$y = \frac{q\times E}{2m}\times\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\times\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)$$

$$y = \frac{q\times E\times\cancel{\ }}{2m v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2 + \tan(\alpha)x$$

$$y = \frac{qE}{2m v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2 + \tan(\alpha)x.$$



Trajectoire du système de charge $q < 0$ C partant de la position O dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$

$E_{pp} = m \times g \times h$
$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

III) Aspects énergétiques

Le poids et la force électriques sont deux forces conservatives.

Lors du mouvement d'un système dans un champ de pesanteur ou électrique uniforme, en l'absence de forces non conservatives, l'énergie mécanique du système se conserve. Son énergie cinétique est totalement convertie en énergie potentielle, et inversement.

Le théorème de l'énergie cinétique (ou la conservation de l'énergie mécanique du système) permet de calculer des valeurs de vitesse ou la coordonnée verticale du système selon les données disponibles.

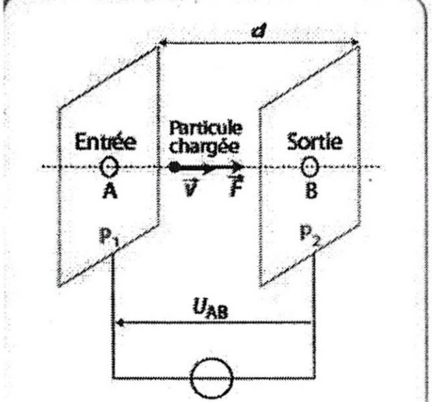
La variation d'énergie cinétique d'un système en mouvement entre deux positions A et B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées à ce système lors de son déplacement entre A et B.

$$\Delta E_{c\ A\to B} = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

E_c et $W_{AB}(\vec{F})$ en Joule (J),

IV) Principe de fonctionnement d'un accélérateur linéaire de particules

E Accélération dans un champ uniforme



> À l'échelle des particules chargées (électrons, protons, ions), la valeur du poids peut être négligée devant celle de la force électrique. Le mouvement de la particule aura alors la direction du champ électrique.

Une particule de charge électrique q placée dans un accélérateur linéaire de particules est accélérée par la force due à un champ électrique uniforme convenablement orienté.

- En effet, le travail de la force électrique $\vec{F}$ entre les positions A et B (schéma E) est : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos(\widehat{\vec{F}\,;\overrightarrow{AB}})$$

Avec les données du schéma E :

- $AB = d$;
- $(\widehat{\vec{F}\,;\overrightarrow{AB}}) = 0$;
- $F = q \times E = q \times \frac{U_{AB}}{d}$.

Il vient : $W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times \frac{U_{AB}}{d} \times d$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$$

- Le signe de la tension électrique est choisi de sorte que ce travail soit positif. D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les positions A et B, $\mathscr{E}_c$ augmente. Donc la valeur de la vitesse augmente, il y a accélération du système {particule}.

Un accélérateur linéaire permet d'accélérer en ligne droite des particules électriquement chargées.
Cette accélération est la conséquence de l'existence d'un champ électrique uniforme ayant :
- pour direction, celle de l'axe de l'accélérateur ;
- pour sens celui de l'entrée vers la sortie si la charge électrique est positive, le sens contraire si la charge électrique est négative.

Travail : Energie developper par une force sur le trajet.