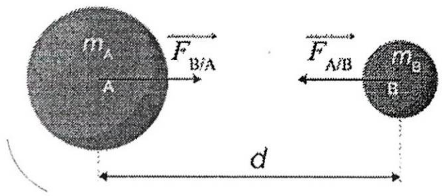
Chapitre 10 : Mouvement des satellites et des planètes

Prérequis

Force d'interaction gravitationnelle :

$$F_{A/B} = G \times \frac{m_A \times m_B}{d_{AB}^2}$$

B exercé sur A : B/A



Maitrise des chapitres 9 et ~~10~~ 8

Eléments de programme à maitriser

Savoirs :

- Connaitre le vocabulaire associé mouvement des satellites et des planètes
    - Qu'est-ce qu'une ellipse ?
- Lois de Kepler.
    - Quelle est la première loi de Kepler ?
    - Quelle est la deuxième loi de Kepler ?
    - Quelle est la troisième loi de Kepler ?
- Période de révolution.
    - Quelle est la définition de la période de révolution ?
- Satellite géostationnaire
    - Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?

Savoir-faire

- Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien.
- Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien.
- Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire.

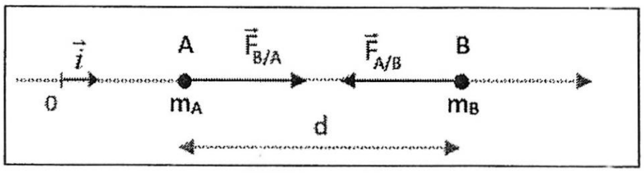
Capacité numérique

- Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.

I) Le mouvement des satellites et des planètes

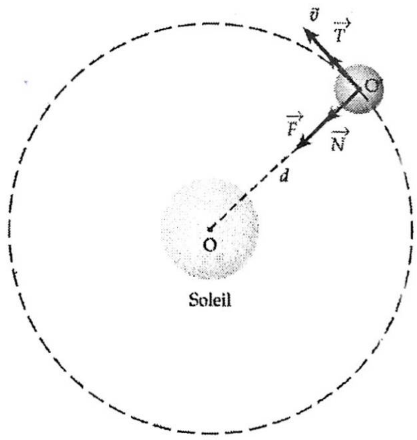
1. Force de gravitation

L'interaction gravitationnelle entre deux corps ponctuels, A et B, de masses respectives m_A et m_B, séparés d'une distance d, est modélisée par des forces d'attraction gravitationnelles, $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$, dont les caractéristiques sont :



$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = -G\frac{m_A \times m_B}{d^2}\vec{\imath} \text{ avec } \begin{cases} m_A \text{ et } m_B : \text{masses respectives de A et B (en kg)} \\ G = 6{,}67.10^{-11}\, N.m^2.kg^{-2} \text{ (constante de gravitation)} \\ d : \text{distance entre A et B (en m)} \\ F_{A/B} \text{ et } F_{B/A} \text{ (en N)} \end{cases}$$

2. Vitesse d'une planète ou d'un satellite



Pour étudier le mouvement d'une planète (ou d'un satellite), de masse m, autour du Soleil (par exemple), de masse M_S, on se place dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen et on utilise le repère de Frenet $(O', \overrightarrow{u_n}, \overrightarrow{u_t})$.

On suppose que la trajectoire de la planète est un cercle de centre O et de rayon d.

La planète n'est soumise qu'à une seule force, la force d'attraction du Soleil.

Comme le référentiel héliocentrique est considéré comme galiléen, et que la seule force en présence est la force de gravitation, d'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire :

$$\vec{F} = m \times \vec{a} \Leftrightarrow G \times \frac{m \times M_S}{d^2}\vec{N} = m \times \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G \times \frac{M_S}{d^2}\vec{N}$$

Comme la force de gravitation est dirigée vers le centre du Soleil, l'accélération est normale et donc l'accélération tangentielle est nulle :

$$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ et } a_n = a = \frac{v^2}{d} \text{ (Mouvement circulaire uniforme)}$$

⇒ La vitesse est donc constante et le mouvement de la planète est un mouvement circulaire uniforme.

On en déduit que : $\frac{v^2}{d} = G \times \frac{M_S}{d^2} \Leftrightarrow \boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{G} \times \frac{\boldsymbol{M_S}}{\boldsymbol{d}}}$

a. Période de révolution d'une planète ou d'un satellite

On définit la période de révolution comme la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète (tour complet) autour d'un autre astre.

Soit T la période de révolution de la planète autour du Soleil pendant laquelle la planète parcourt la circonférence du cercle de rayon d à la vitesse constante v, on a :

$$v = \frac{2\pi d}{T} \Leftrightarrow \frac{2\pi d}{T} = \sqrt{G \times \frac{M_S}{d}} \Leftrightarrow \boldsymbol{T} = \boldsymbol{2\pi}\sqrt{\frac{\boldsymbol{d^3}}{\boldsymbol{G} \times \boldsymbol{M_S}}}$$

<u>Remarque :</u> on constate que le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon du cercle (c'est la troisième loi de Kepler).

b. Les satellites géostationnaires

Pour être géostationnaire, un satellite doit, dans le référentiel géocentrique, satisfaire à plusieurs conditions :
- Il doit décrire un cercle dans **un plan perpendiculaire à l'axe des pôles**. Ce plan est nécessairement celui qui contient l'équateur terrestre : le plan de l'orbite du satellite est équatorial ;
- Le sens du mouvement doit être le même que celui de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles ;
- La période de révolution doit être égale à la période de rotation propre (ou sidérale) (1) de la Terre :

T = 1 jour sidéral = 23 h 56 min 4s = 86164 s

Exercice d'application : Déterminer l'altitude et la vitesse d'un satellite géostationnaire.
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m².kg⁻² ; $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; T = 86164 s ; $R_T = 6{,}37 \times 10^3$ km

---

[1] La période de ***rotation sidérale*** est la durée au bout de laquelle la planète retrouve la même orientation par rapport aux étoiles environnantes (environ 23 h 56 min 4,09 s pour la Terre) ; la période de ***rotation synodique*** est la durée au bout de laquelle la planète retrouve la même orientation par rapport à l'étoile (<u>ex :</u> le Soleil, pour la Terre). Elle correspond à la durée du jour sur la planète (environ 24h pour la Terre).

II) Les lois de Kepler

Au début du XVII[e] siècle, en utilisant les résultats des observations de Tycho BRAHE (1546-1601), l'astronome Johannes KEPLER (1571-1630) formule trois lois qui décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil.

1. Première loi de Kepler (ou loi des orbites)

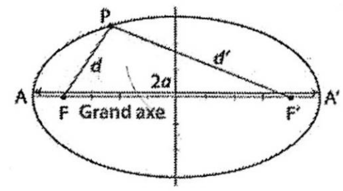
Dans un référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète est une ellipse et le centre du Soleil occupe un des foyers. L'orbite de la planète est elliptique.

Point mathématique :
Une ellipse est une courbe plane, définie comme l'ensemble des points P vérifiant la relation :

FP + F'P = d + d' = 2a

F et F' sont appelés les **foyers** de l'ellipse. [AA'] est le **grand axe** de l'ellipse avec AA' = 2a.

Quand les deux foyers sont confondus alors il s'agit d'un cercle.



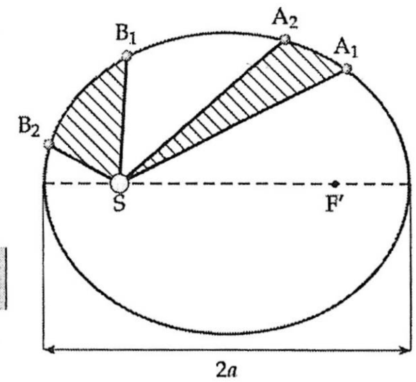
2. Deuxième loi de Kepler (ou loi des aires)

Le segment reliant le Soleil à la planète balaye des aires égales pendant des durées égales.

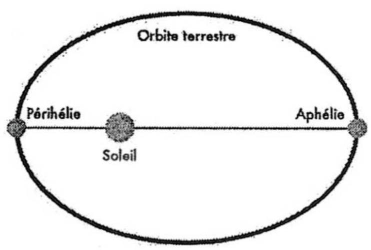
3. Troisième loi de Kepler (ou loi des périodes)

Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube de la longueur a du demi-grand axe est égal à une même constante :

$$\frac{T^2}{a^3} = constante \quad avec \begin{cases} T : période\ de\ révolution\ (s) \\ a : demi\ grand\ axe\ de\ l'orbite\ elliptique\ (m) \end{cases}$$



Remarques :



- Le point de la trajectoire le plus éloigné du Soleil se nomme l'aphélie ;
- Le point de la trajectoire le plus proche du Soleil se nomme le périhélie ;
- D'après la deuxième loi de Kepler, la vitesse d'une planète n'est pas constante : elle augmente lorsqu'elle se rapproche du Soleil et diminue lorsqu'elle s'en éloigne ;
- La constante de la troisième loi de Kepler ne dépend que de l'astre attracteur :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{astre}} \quad avec \begin{cases} G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2} \\ M_{astre} = masse\ de\ l'astre\ attracteur\ (kg) \end{cases}$$

- Dans le cas où l'on considère que les trajectoires des planètes et des satellites sont des cercles, on peut déterminer leurs périodes de révolution T en remplaçant, dans la troisième loi de Kepler, le demi-grand axe a de l'ellipse par le rayon R de l'orbite circulaire :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{astre}} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G \times M_{astre}}}$$

On retrouve bien la relation vue ci-dessus I.2.a.