

Chapitre 10 : Mouvement des satellites et des planètes - Exercices



Exercice 1 :

Le tableau ci-dessous donne la période de révolution de quelques planètes du système solaire, ainsi que le rayon de leur orbite assimilable à un cercle dans le référentiel héliocentrique.

Satellite	Mars	Jupiter	Saturne
T (an)	1,88	11,86	29,44
R (x10 ⁶ km)	228	778	1427

1. Établir l'expression de la valeur de la vitesse du centre de masse d'une de ces planètes dans le référentiel héliocentrique.
2. En déduire l'expression de sa période de révolution en fonction de G, r et M_s (masse du Soleil).
3. Donner l'expression du rapport $\frac{T^2}{R^3}$ dans le référentiel héliocentrique. La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?
4. Déterminer la masse M_s du Soleil.
5. Justifier en quoi la troisième loi de Kepler est une « balance cosmique ».

Données : Constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ $1 \text{ an} = 3,156 \times 10^7 \text{ s}$.

Exercice 2 : La mission Rosetta.

En 2004 la sonde européenne Rosetta a quitté la Terre pour un voyage long de 10 ans. Sa destination était la comète 67P Churyumov-Geramimenko, dont elle s'est approchée en 2014. Une fois à proximité de cette dernière, Rosetta a été mise en orbite autour de la comète et a débuté ses observations.

Partie 1 : La comète 67P Churyumov-Geramimenko.

La comète 67P Churyumov-Geramimenko a été découverte en septembre 1969. Elle tourne sur une orbite elliptique dont le Soleil occupe l'un de ses foyers. La valeur de la vitesse de la comète varie entre 5 et 35 km.s⁻¹ environ dans le référentiel héliocentrique.

1. Dans quel référentiel est décrite l'orbite de la comète ?
2. En utilisant la première loi de Kepler, justifier la position du centre du Soleil.
3. Représenter la trajectoire de la comète autour du Soleil en précisant les positions du Soleil, de l'aphélie et du périhélie.
4. Expliquer, en utilisant une des lois de Kepler, pourquoi la vitesse de la comète n'est pas constante sur sa trajectoire. On complètera le schéma précédent pour expliquer la loi utilisée. Préciser, sur ce schéma, la position de la comète pour laquelle la valeur de la vitesse est la plus grande et celle où elle est minimale. Justifier.
5. A l'aide de la troisième loi de Kepler, déterminer la valeur de la période de révolution T de la comète autour du Soleil.

Partie 2 : Satellisation de Rosetta.

Au cours des mois d'août et septembre 2014, la sonde Rosetta est arrivée à proximité de la comète et a été mise en orbite autour de celle-ci sur une trajectoire que l'on considère comme circulaire à une altitude h de 20 km. Le référentiel d'étude dans cette partie est le référentiel « cométocentrique » dont l'origine est le centre de la comète et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines. Ce référentiel est supposé galiléen.

6. Faire un schéma de Rosetta en orbite autour de la comète en précisant :
 - Le vecteur unitaire \vec{u} orienté du centre de la comète vers Rosetta.
 - Le vecteur modélisant la force d'interaction gravitationnelle en fonction de G, M, M_c, h, R et \vec{u} .
7. En supposant que Rosetta n'est soumise qu'à l'interaction gravitationnelle avec la comète 67P, établir l'expression vectorielle de l'accélération \vec{a}_R de Rosetta en fonction de G, M_c, h, R et \vec{u} .
8. Montrer que, dans l'approximation d'un mouvement circulaire, la norme de la vitesse de Rosetta s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{R+h}}$$

Calculer sa valeur.

9. Combien de temps Rosetta met-elle pour faire le tour de la comète.

Données :

- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
- Masse de la comète 67P : $M_c = 1,0 \times 10^{13} \text{ kg}$.
- Masse de Rosetta : $M = 3,0 \times 10^3 \text{ kg}$.
- Distance moyenne Terre-Soleil : 1 unité astronomique $1 \text{ ua} = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$.
- Dans cette exercice la comète 67P est modélisée par une sphère de rayon $R = 2,0 \text{ km}$.
- Caractéristiques de la trajectoire de la comète autour du Soleil : Ellipse, distance au plus près du Soleil (périhélie) : 1,24 ua, distance au plus loin du Soleil (aphélie) : 5,68 ua.