FICHE METHODE : LES VECTEURS

I/ Caractérisation des vecteurs

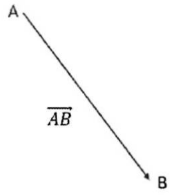
Un vecteur $\vec{A}$ se représente par une flèche et est toujours caractérisé par :
- **une direction** : l'axe sur lequel on dessine la flèche.
- **un sens** : c'est-à-dire l'orientation de la flèche.
- **une norme** $\|\vec{A}\|$: grandeur numérique caractérisant la taille de la flèche, qui s'exprime dans une unité propre à cette grandeur.

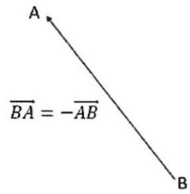
On représentera généralement l'origine du vecteur au point où celui-ci s'applique.

En physique, un vecteur peut représenter un déplacement (en m), une vitesse (en m.s^{-1}), une force (en N)...
Attention : Une grandeur vectorielle doit toujours être égale à une autre grandeur vectorielle.

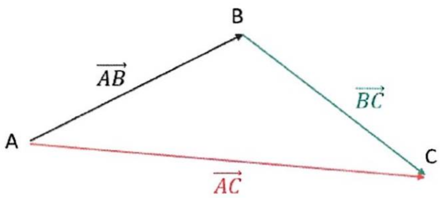
II/ Opérations vectorielles

Un vecteur est une grandeur algébrique et peut avoir une valeur négative. Un signe moins devant un vecteur signifie qu'on prend en compte le vecteur dans le sens opposé que celui dans lequel il est dessiné :





Les vecteurs ne s'additionnent pas comme des chiffres classiques mais selon la relation de Chasles : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



On en déduit d'ailleurs que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$ C'est le vecteur nul !

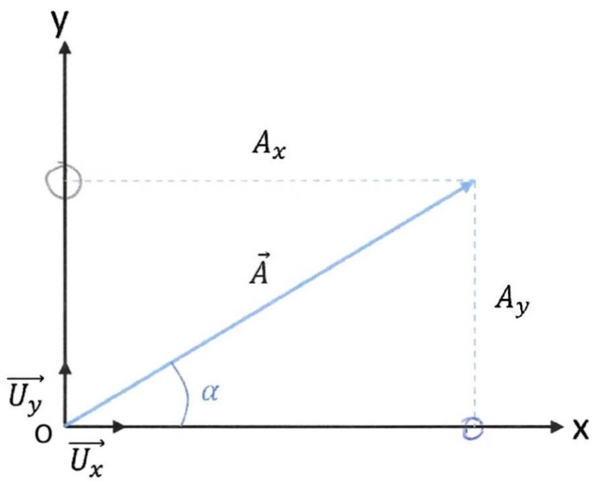
On peut multiplier un vecteur par un scalaire : le seul paramètre qui sera modifié sera sa norme.

Exemple : $\vec{P} = m \times \vec{g}$

$\vec{P}$ à le même sens et la même direction que $\vec{g}$, sa norme est de $\|\vec{P}\| = m \times \|\vec{g}\|$

III/ Combinaisons linéaires

Un repère cartésien orthonormé est constitué d'une origine et d'une base de vecteurs **unitaires** (c'est-à-dire de norme 1) et **orthogonaux** (perpendiculaires).



Lorsqu'un vecteur est exprimé dans un repère orthonormé, celui-ci peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des vecteurs unitaires du repère

Dans l'exemple ci-contre, le vecteur $\vec{A}$ peut s'exprimer dans la base (O, $\overrightarrow{\mathrm{U_x}}$, $\overrightarrow{\mathrm{U_y}}$) comme :

$$\vec{A} = A_x \overrightarrow{U_x} + A_y \overrightarrow{U_y} \quad \text{ou encore } \vec{A} = \begin{cases} A_x \\ A_y \end{cases}$$

Attention : A_x et A_y sont les coordonnées du vecteur $\vec{A}$, à ne pas confondre avec sa norme $\|\vec{A}\|$

Il faut être capable de projeter un vecteur $\vec{A}$ sur les différents axes, en utilisant la trigonométrie :

La projection de $\vec{A}$ sur l'axe x vaut donc $\|\vec{A}\|$ x cos(α). C'est la composante A_x de $\vec{A}$ selon $\overrightarrow{U_x}$.

La projection de $\vec{A}$ sur l'axe y vaut donc $\|\vec{A}\|$ x sin(α). C'est la composante de $\vec{A}$ selon $\overrightarrow{U_y}$.

On peut donc écrire $\vec{A} = \|\vec{A}\| \times \cos(\alpha)\, \overrightarrow{U_x} + \|\vec{A}\| \times \sin(\alpha)\, \overrightarrow{U_y}$

Ou encore $\vec{A} = \begin{cases} A_x = \|\vec{A}\| \times \cos(\alpha) \\ A_y = \|\vec{A}\| \times \sin(\alpha) \end{cases}$

La norme d'un vecteur $\vec{A}$ peut se calculer à partir de ses composantes : $\|\vec{A}\| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2}$

Remarque : L'exemple ci-dessus s'appuie sur un repère (O, $\overrightarrow{\mathrm{U_x}}$, $\overrightarrow{\mathrm{U_y}}$) à 2 dimensions. Il est bien sur possible de travailler avec des vecteurs s'exprimant dans des repères (O, $\overrightarrow{\mathrm{U_x}}$, $\overrightarrow{\mathrm{U_y}}$, $\overrightarrow{\mathrm{U_z}}$) à 3 dimensions.

On a alors $\vec{A} = A_x \overrightarrow{U_x} + A_y \overrightarrow{U_y} + A_z \overrightarrow{U_z}$ ou $\vec{A} = \begin{cases} A_x \\ A_y \\ A_z \end{cases}$ et $\|\vec{A}\| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$