

# **CONCEPTION D'UN ROBOT PARALLELE RAPIDE A 4 DEGRES DE LIBERTE**

**THESE No 925 ( 1991 )**

PRESENTEE AU DEPARTEMENT DE MICROMECHANIQUE

**ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE**

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES TECHNIQUES

PAR

**REYMOND CLAVEL**

Ingénieur mécanicien diplômé EPFL  
originaire de Oulens-sous-Echallens (VD)

acceptée sur proposition du jury :

Prof. C.W. Burckhardt, rapporteur  
Dr. M.O. Demaurex, corapporteur  
Prof. A. Fournier, corapporteur  
Prof. G. Spinnler, corapporteur

Lausanne, EPFL  
1991



à Elisabeth  
et Nathalie



## Remerciements.

Au terme de ce travail, je tiens à remercier très sincèrement toutes les personnes qui m'ont aidé à conduire le développement du robot DELTA et qui ont apporté leur concours à l'examen de cette thèse:

- Professeur C-W.Burckhardt, directeur de l'Institut de microtechnique (IMT) et directeur de thèse, pour ses conseils, son enthousiasme et son engagement pour ce développement,
- Monsieur M-O.Demaurex corapporteur externe et industriel qui a cru au robot DELTA au point d'en faire un des membres de sa famille de robots ARIA,
- Professeur A.Fournier, corapporteur externe, pour avoir accepté d'examiner cette contribution et pour les fructueux échanges avec son laboratoire,
- Professeur G.Spinller, corapporteur interne, pour sa compréhension et pour le soin apporté à l'examen de ma thèse
- Professeur A.Châtelain pour ses conseils pour l'étude de la dynamique,
- Professeur A.Wohlhauser pour son aide lors de l'étude des modèles géométriques,
- Monsieur W.Maeder, ingénieur-constructeur dont le dynamisme et l'efficacité ont été des atouts importants tout au long de ce développement et particulièrement lors de la construction et la réalisation des prototypes,
- Messieurs J-Ph.Eschbach, J-F.Fischer et F.Sternheim pour le développement des divers programmes de simulation,
- Messieurs A.Codourey, L.Rey et P.Thielen pour les développements réalisés en réglage et en commande, développements qui ont permis au robot DELTA d'atteindre, voire de dépasser, les objectifs fixés au départ du projet,
- Messieurs J-J.Crausaz et G.Perrenoud pour la fabrication de plusieurs prototypes et pour les photos,
- Monsieur E.Turin pour son appui dans le développement de pièces en matériaux composites,
- Monsieur S-M.Liu pour les échanges d'idées intéressants sur le sujet des robots parallèles,

- tous les autres membres de l'Institut de microtechnique pour l'aide apportée tout au long de cette recherche et dans l'enseignement,
- Mesdemoiselles S.Koelemeyer et J.Sallin ainsi que Messieurs Th.Baumann, J.Benlolo; J.Bourloud, L.Cardoletti, Ch.Dayer, L.Fasnacht, D.Jéquier, S.Kempter, A.Mansutti, G.Reinert, Ch.Schwartz, V.Simonett, T.Trzeciak, A.Vallotton qui, dans le cadre de projets de stage, de semestre et/ou de diplôme, ont contribué de façon diverse, par leur enthousiasme, leur curiosité, leur travail et leur dynamisme, à la réussite de ce développement.

Je tiens encore à remercier les entreprises industrielles qui ont contribué au succès de ce projet par leurs conseils, le prêt et le don de matériel, le financement de certaines recherches et leur intérêt pour l'industrialisation du robot DELTA:

- Automelec SA
- Demaurex Robotique & Microtechnique SA
- DMDéveloppement SA
- Société des Produits Nestlé SA
- Sulzer Frères SA

Finalement, j'exprime toute ma gratitude à mon épouse Elisabeth et à notre fille Nathalie pour leur patience ainsi que pour leur aide, leur soutien et leur amour tout au long de ce travail.

## Résumé.

Ce travail de thèse, motivé par un problème industriel concret, soit le conditionnement de pièces légères (quelques grammes) à cadence élevée (3 transferts par seconde) a conduit au développement d'un nouveau type de robot à 4 degrés de liberté. Ce robot, nommé DELTA, est caractérisé par les particularités suivantes:

- c'est un robot parallèle, c'est-à-dire que la liaison entre la base et l'organe terminal est assurée par plus d'une chaîne cinématique;
- la structure mobile forme un parallélogramme de l'espace; le maintien des orientations constantes du porteur est assuré uniquement de façon passive par la disposition cinématique;
- tous les moteurs sont fixes sur le bâti et les masses mobiles sont très faibles; ceci permet à cette machine des grandes accélérations (donc des cadences de travail élevées) avec des puissances d'actionneurs limitées.

Ce mémoire présente l'ensemble des travaux relatifs à l'étude et au développement de ce robot, en particulier:

- la méthode sur laquelle a été basée la recherche de solutions pour la conception de ce robot;
- l'étude de la géométrie: modèles géométriques direct et inverse, modèles différentiels, volume de travail et singularités typiques de ce type de structure mobile;
- l'étude du modèle dynamique inverse sur la base de la méthode des travaux virtuels;
- propositions des dimensions les mieux adaptées à la réalisation d'un robot DELTA; ces propositions sont étayées par les résultats obtenus par simulation de la cinématique et de la dynamique;
- une série de propositions constructives concrètes facilitant le travail de l'homme de l'art qui sera amené à poursuivre le développement industriel de ce robot ou de robots de même nature.

Finalement, la présentation des caractéristiques et des possibilités des prototypes réalisés permet au lecteur de mieux percevoir les applications potentielles de cette famille de robots dynamiques.



## Table des matières

Remerciements	III
Résumé	V
Table des matières	VII
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction	1
1.1.1 Le robot industriel	1
1.1.2 Origine de cette étude	2
1.1.3 Motivations	2
1.2 Buts, contributions et originalités	4
1.3 Postulat	5
1.4 Organisation du rapport	5
<b>2 Le robot DELTA4</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction	7
2.2 Le concept DELTA	7
2.2.1 Recherche du concept	7
2.2.2 Choix du concept DELTA	9
2.2.3 Description du concept DELTA et définition du nom de ses constituants	10
2.2.4 Singularités du robot DELTA	12
2.3 Robots parallèles	13
2.3.1 Introduction	13
2.3.2 Définition	15
2.3.3 Les robots parallèles recensés	15
2.4 Conclusion	21

3	Etude géométrique de la structure mobile	23
3.1	Introduction	23
3.2	Longueurs paramétriques et angles caractéristiques	24
3.2.1	Longueurs paramétriques	24
3.2.2	Angles caractéristiques	25
3.2.3	Longueurs paramétriques adimensionnelles	25
3.2.4	Dimension globale du robot DELTA	26
3.2.5	Simplification de la géométrie pour l'étude	26
3.2.6	Simulation	27
3.3	Volume de travail	27
3.3.1	Limites géométriques	27
3.3.2	Volume de travail	28
3.3.3	Influence des dimensions caractéristiques sur le volume de travail	31
3.3.4	Contraintes sur les dimensions caractéristiques pour éviter le passage par des singularités	36
3.4	Modèles géométriques	40
3.4.1	Introduction	40
3.4.2	Modèle géométrique direct	41
3.4.3	Modèle géométrique inverse	42
3.4.4	Remarques au sujet des résultats obtenus pour les modèles géométriques direct et inverse	43
3.5	Modèles différentiels	44
3.5.1	Introduction	44
3.5.2	Définition dans l'espace du robot DELTA	45
3.6	Conclusion	51
4	Etude dynamique de la structure mobile	53
4.1	Introduction	53
4.2	Modèle dynamique inverse	54
4.2.1	Introduction	54
4.2.2	Méthode des travaux virtuels	56
4.2.3	Calcul des couples moteur avec la méthode des travaux virtuels	57
4.3	Influence des dimensions du robot sur les couples des moteurs	59
4.3.1	Introduction	59
4.3.2	Trajectoire	60
4.3.3	Types de mouvements	62

## IX

4.3.4 Masse des différents composants du robot	63
4.3.5 Résultat des simulations de la dynamique	64
4.3.6 Analyse des résultats des tests	64
4.4 Conclusion	68
 5 Méthode de dimensionnement géométrique fonction des caractéristiques souhaitées	71
5.1 Introduction	71
5.2 Volume de travail	71
5.3 Définition dans l'espace de travail	74
5.4 Dynamique	76
5.5 Propositions de dimensions pour un robot DELTA "standard"	76
5.6 Comparaison avec un robot SCARA	78
5.6.1 Choix du robot SCARA	78
5.6.2 Choix d'un robot DELTA "équivalent"	79
5.6.3 Comparaison DELTA 800 et AdeptONE	79
5.7 Conclusion	81
 6 Construction du robot DELTA à 4 degrés de liberté	83
6.1 Introduction	83
6.2 Aspect modulaire du robot DELTA	83
6.3 Construction du parallélogramme de l'espace	84
6.3.1 Introduction	84
6.3.2 Moteur de bras	84
6.3.3 Liaison bras-moteur	90
6.3.4 Articulations aux extrémités des barres parallèles	91
6.4 Construction du 4 <sup>e</sup> axe	92
6.5 Conclusion	95

7 Conclusion	97
7.1 Introduction	97
7.2 Résultats obtenus avec les prototypes construits	97
7.3 Variantes	103
7.3.1 DELTA à axes linéaires	103
7.3.2 DELTA non périodique	103
7.4 Etudes à poursuivre	103
7.4.1 Etude de l'influence des tolérances de fabrication sur la précision absolue du robot	104
7.4.2 Etude d'articulations à très faible usure	104
7.4.3 Poursuite de l'étude de la commande	104
7.4.4 Recherche de structures mobiles parentes du DELTA, mais avec une plus grande mobilité	105
7.5 Conclusion	105
Annexes	107
Annexe 2.1 Mobilité d'une structure cinématique	107
Annexe 2.2 Recherche de solutions pour la fonction: "retirer 2 degrés de liberté à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux"	109
Annexe 4.1 Travail virtuel d'une barre rigide	113
Annexe 4.2 Tests dynamiques	115
Bibliographie	127
Curriculum vitae	133

# 1 Introduction.

## 1.1 Introduction.

### 1.1.1 Le robot industriel

Ce travail se situe dans le domaine de la robotique industrielle, domaine développé depuis 1972 à l'Institut de microtechnique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Si l'idée d'utiliser des machines plus ou moins sophistiquées pour faciliter le travail de l'homme est très ancienne, le principe d'une machine programmable est plus récent (boîte à musique à cylindre interchangeable, orgue de barbarie, piano, machine à tricoter avec bandes perforées). Le rêve de l'homme de créer des êtres mécaniques rappelant le comportement des êtres vivants a conduit des mécaniciens adroits et talentueux à développer des automates humanoïdes comme "le joueur de flûte" de Jacques de Vaucanson en 1738 et le "dessinateur" de Pierre et Henri-Louis Droz en 1773.

Le terme "**robot**" vient du mot slave "robota" qui signifie travail forcé ou corvée; cette dénomination a été utilisée par l'écrivain tchèque Karel Capek dans sa pièce futuriste "les robots universels de Rossum" au début des années 20 pour désigner des machines automatiques appelées à remplacer l'homme dans les tâches les plus pénibles.

Afin d'éviter toute confusion entre les robots que nous allons étudier et les robots humanoïdes de science-fiction ainsi que les manipulateurs simples dont les mouvements sont déterminés par des butées rigides, nous utiliserons par la suite le terme "**robot industriel**"; le qualificatif "industriel" a été associé pour la première fois au nom "robot" par l'entreprise américaine Unimation en 1963 [ROORYCK 81].

Un robot industriel est un manipulateur à plusieurs degrés de liberté contrôlé automatiquement, reprogrammable et multitâche qui peut être fixe ou mobile pour une application en automatisation industrielle [ISO/TR 8373 3.3].

La définition assez générale donnée ci-dessus met bien en évidence les aspects "manipulateur", "automatique", "reprogrammable" (certaines définitions mentionnent: facilement reprogrammable) et "multitâche" (qui ne veut pas

dire universel); la "mobilité" (changement d'endroit) du robot est un attribut récent tenant compte des possibilités des chariots mobiles qui peuvent être porteurs de machines diverses allant du simple transfert à chaîne pour le chargement et déchargement de palettes au bras à 6 degrés de liberté.

### **1.1.2 Origine de cette étude.**

Ce projet a pour origine une constatation faite lors de la visite d'une entreprise productrice de pralinés; le conditionnement manuel des friandises dans les alvéoles des barquettes réceptrices adaptées à la distribution commerciale est une activité monotone et pénible pour les opérateurs et peu hygiénique pour la marchandise manipulée. En vue d'apporter notre contribution à la résolution de ces problèmes, nous nous sommes fixés pour but d'effectuer cette opération par un robot dont la cadence de travail devait être plus élevée que celle des ouvrières et celle des installations rigides dédiées à un type de produit donné. Le choix d'utiliser un robot industriel pour une telle tâche est essentiellement motivé par sa flexibilité apte à répondre à la variété des travaux à effectuer (changement d'arrangement dans les barquettes réceptrices et modification des assortiments) et aux fluctuations saisonnières de la consommation.

### **1.1.3 Motivations.**

Après avoir constaté que, de par leur masse mobile élevée, les robots du marché étaient mal adaptés aux buts visés, nous avons décidé de concevoir un nouveau robot sur la base de l'ébauche de cahier des charges suivante:

- cadence de travail souhaitée: 3 transferts par seconde;
- répétabilité aux points de prise et dépose de l'ordre de  $\pm 0,5$  mm à la cadence demandée;
- précision de suivi de trajectoire:  $\pm 5$  mm;
- masses mobiles du robot en rapport avec les objets transportés (masse des pralinés variant approximativement entre 5 et 15 grammes);
- surface de travail englobant un rectangle 300 x 400 mm<sup>2</sup>;
- pralinés non abîmés;
- utilisation de moteurs électriques;
- coût du même ordre que celui d'un robot SCARA conventionnel; à ce propos, mentionnons que, suivant les applications, le coût du robot seul représente une proportion de l'ordre de 10% à 50% de celui de

l'installation totale et que ce critère, bien qu'important, doit être pris en compte de façon globale.

Les contraintes imposées nous ont rapidement conduit à écarter toute solution issue de l'extrapolation de géométries de robot du marché.

Les objectifs fixés, en particulier les masses transportées et les cadences visées, permettent de ne pas confiner ce développement au seul domaine chocolatier, mais également de voir de nombreuses applications dans d'autres secteurs industriels où le transfert de pièces légères à cadence élevée est requis; citons par exemple:

- mise en bande de composants électroniques différents en vue de l'alimentation d'une machine spécialisée;
- montage de composants électroniques;
- arrangement de pièces de quincaillerie dans des boîtes ou sur des cartons; ce type de manipulation peut également être rencontré lors de la préparation de "kit" utiles à l'entretien des véhicules ou pour des modèles réduits ou des jouets;
- composition de cures (arrangements de comprimés différents à prendre dans un certain ordre sur une période déterminée) dans le domaine pharmaceutique;
- mise en place d'assortiments de couleurs dans des boîtes d'aquarelle;
- mise en boîte d'assortiments de biscuits ou d'autres friandises;
- transfert de gobelets dans l'industrie des produits laitiers;
- pose de petits renforts de carrosserie dans l'industrie automobile;

Outre l'intérêt d'apporter une contribution à la résolution d'une série de problèmes industriels concrets, la recherche de solutions nouvelles pour la conception de robots dotés de performances nettement au-delà de celles des manipulateurs du marché était également pour nous grande motivation de recherche et une excellente occasion d'affiner les méthodes de conception enseignées aux futurs ingénieurs en microtechnique.

## 1.2 Buts, contributions et originalités.

La finalité de ce travail de thèse est de montrer qu'il est possible de concevoir des robots dont les performances sur le plan cadence de travail sont substantiellement plus élevées que celles des produits actuellement sur le marché (état du marché 1990); pour atteindre ce but, il est impératif de se départir des solutions conventionnelles et de rechercher des voies nouvelles. Cette recherche a été conduite en utilisant une méthode basée sur les principes de construction méthodique publiés notamment par VDI [VDI 2222 77] [VDI 2222 82]; une forme simplifiée et plus flexible de cette méthode est décrite dans [CLAVEL 87b].

La contribution de cette recherche dans le domaine de la robotique industrielle est concrétisée principalement par la mise en évidence d'une nouvelle géométrie de robot adaptée pour répondre à des problèmes industriels réels couramment rencontrés, soit le conditionnement et la palettisation de pièces légères à cadence élevée; les études de la cinématique, de la dynamique, la proposition de plusieurs solutions constructives ainsi que la réalisation et le test de prototypes apportent aux fabricants et utilisateurs potentiels les informations essentielles pour éviter les problèmes de fonctionnement majeurs lors de la fabrication et de la mise en route des premières machines.

La structure mobile de cette famille de robots comporte des originalités dont les principales sont résumées ci-dessous:

- les 3 premiers degrés de liberté forment un **parallélogramme de l'espace** à structure parallèle,
- le **maintien des orientations** de l'élément mobile du parallélogramme de l'espace est assuré de façon totalement **passive** par la disposition cinématique (sans nécessiter de capteur, de contrôleur, ni d'apport d'énergie),
- tous les **moteurs** sont **fixes** sur le bâti,
- l'**inertie** totale est très **faible**.

### 1.3 Postulat.

L'objectif de ce travail de thèse peut être résumé par l'énoncé du postulat suivant:

Avec un concept de robot approprié, il est possible d'assurer économiquement le déplacement de pièces légères (10 à 20 g) en translation ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) et en rotation ( $\theta_z$ ) à cadence élevée (3 cycles par seconde) entre 2 points éloignés de 200 mm environ avec une répétabilité inférieure à  $\pm 0,5$  mm aux endroits de prise et dépose.

Au cours de ce travail, nous proposerons le concept de robot aux caractéristiques visées, nous en étudierons les propriétés et nous décrirons les résultats obtenus avec les prototypes réalisés.

### 1.4 Organisation du rapport.

Le contenu du rapport est structuré comme suit:

Le chapitre 2 décrit la démarche qui a conduit à la mise en évidence du concept du robot **DELTA**; les dénominations utilisées sont ensuite présentées et les singularités de la structure mobile relevées; finalement un tour d'horizon des robots parallèles recensés montre un certain nombre de réalisations concrètes ou restées à l'état de projet, de publication ou de brevet.

Le chapitre 3 contient l'étude géométrique du robot DELTA; ceci comprend le choix des différentes longueurs paramétriques et des angles caractéristiques du robot, la détermination du volume de travail et de ses limites, les modèles géométriques direct et inverse ainsi que le modèle différentiel direct; ces diverses études ont conduit à la mise en évidence de l'influence des grandeurs paramétriques sur les caractéristiques mentionnées.

Le chapitre 4 présente une voie pour la détermination du modèle dynamique inverse basée sur la méthode des travaux virtuels; ce modèle permet ensuite, par simulation, de montrer l'influence des dimensions sur l'évolution des couples moteur et de proposer un dimensionnement favorable.

Sur la base des études mentionnées en 2, 3 et 4, le chapitre 5 propose des règles de dimensionnement pour le robot en fonction des caractéristiques souhaitées; une comparaison avec un robot SCARA du marché permet de bien situer les particularités et les possibilités du robot DELTA.

Le chapitre 6 propose différentes solutions constructives pour la fabrication d'un robot DELTA; la plupart de ces solutions ont été testées par la réalisation d'un prototype complet ou d'un module.

Finalement, en conclusion, le chapitre 7 présente les différents prototypes réalisés et leurs caractéristiques; des variantes possibles sont ensuite mentionnées et des propositions sont faites pour la poursuite d'études en relation avec ce robot.

## 2 Le robot DELTA4

### 2.1 Introduction.

Dans le premier chapitre (voir 1.1.2 et 1.1.3), nous avons relevé plusieurs familles d'applications pour lesquelles aucun robot du marché n'est réellement adapté. Pour répondre à ce problème nous proposons le développement d'un robot parallèle à 4 degrés de liberté, le robot **DELTA**; sa structure mobile permet de déplacer un solide dans une portion d'espace donnée en conservant 2 de ses orientations constantes; dans la plupart des applications, le solide considéré sera constamment maintenu en position horizontale; l'horizontale sera définie par le plan Oxy d'un repère cartésien, l'axe Oz donnant la verticale. La méthode de recherche de concepts adaptés au problème sera résumée dans la première partie de ce chapitre. Le concept retenu sera ensuite décrit et le vocabulaire lié aux différents constituants sera défini. L'étude des problèmes de stabilité de la structure mobile mettra en évidence les singularités de ce robot. En fin de chapitre, les cinématiques parallèles recensées dans la littérature et les brevets seront présentées.

### 2.2 Le concept DELTA

#### 2.2.1 Recherche du concept.

Comme mentionné au chapitre 1, le premier but recherché avec ce robot est le déplacement de pièces légères à cadence élevée; les applications visées sont dans les domaines du conditionnement dans le secteur alimentaire, la dépalettisation et la palettisation au début ou à la fin d'une chaîne d'assemblage, le montage de composants mécaniques ou électriques sur des platines ou des circuits imprimés. Pour toutes ces opérations, une cadence élevée est demandée et nos récents contacts avec l'industrie confirment cette tendance.

Pour atteindre une cadence de travail élevée lors d'opérations nécessitant des courses réduites (ordre de grandeur: 100 à 600 mm), le robot doit essentiellement posséder une bonne capacité d'accélération et de freinage; cette propriété est obtenue par l'emploi d'actionneurs puissants ou/et par une structure mobile très légère; une étude de robot rapide [CLAVEL 85a] nous a permis de tester

l'utilisation de vérins hydrauliques à cadence élevée (cadence type: 3 transferts complets par seconde) pour déplacer des pièces relativement lourdes (0,2 kg); le souhait de ne pas utiliser l'énergie hydraulique pour des raisons de coût et de propreté nous a conduit vers la démarche "structure mobile très légère".

La recherche d'un concept a été basée sur la méthodologie enseignée dans le cadre des études en microtechnique à l'EPFL [Clavel 1987b]. Cette méthode a pour fondements principaux les monographies proposées par VDI [VDI 2222 77], [VDI 2222 82].

Selon la méthodologie mentionnée la première démarche faisant suite au cahier des charges consiste à définir la fonction d'ensemble du produit considéré. La représentation par une boîte noire avec les différentes entrées et sorties synthétise efficacement cette information (Cf.Fig.2.1)

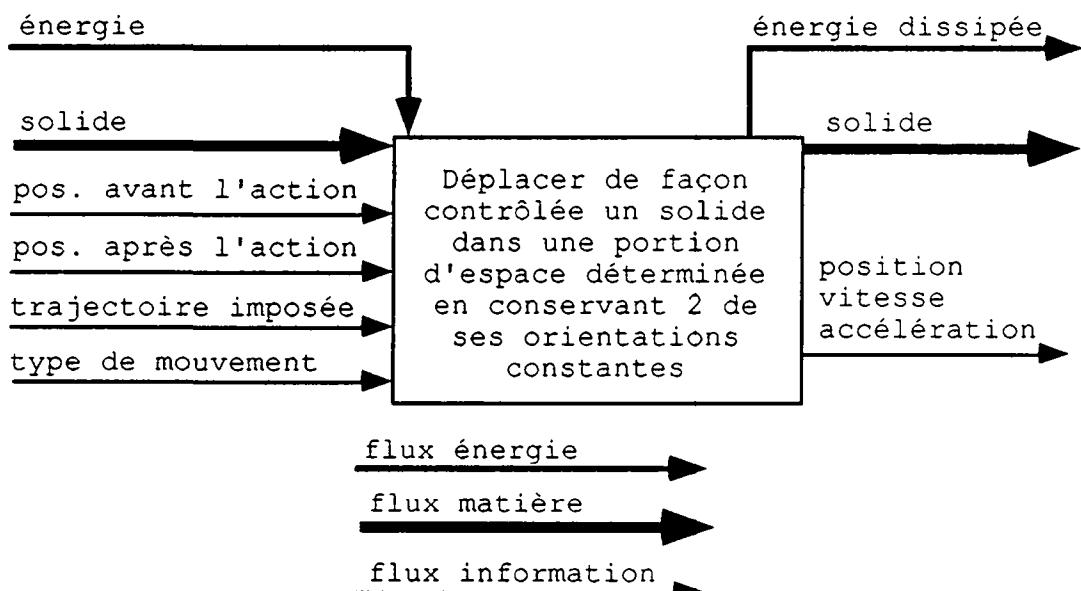


Fig.2.1 Représentation de la fonction d'ensemble du robot projeté sous forme d'une boîte noire.

Pour rechercher des solutions répondant à cette fonction d'ensemble, on décomposera le problème en sous-fonctions aussi élémentaires que possible. Comme précédemment, cette étape sera représentée de façon abstraite sous forme d'un ensemble de boîtes noires avec, pour chacune, toutes les entrées et sorties (Cf.Fig.2.2).

L'annexe A.2.2 résume les principales solutions obtenues pour la fonction centrale de ce système: "retirer 2 degrés de liberté (DL) à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux".

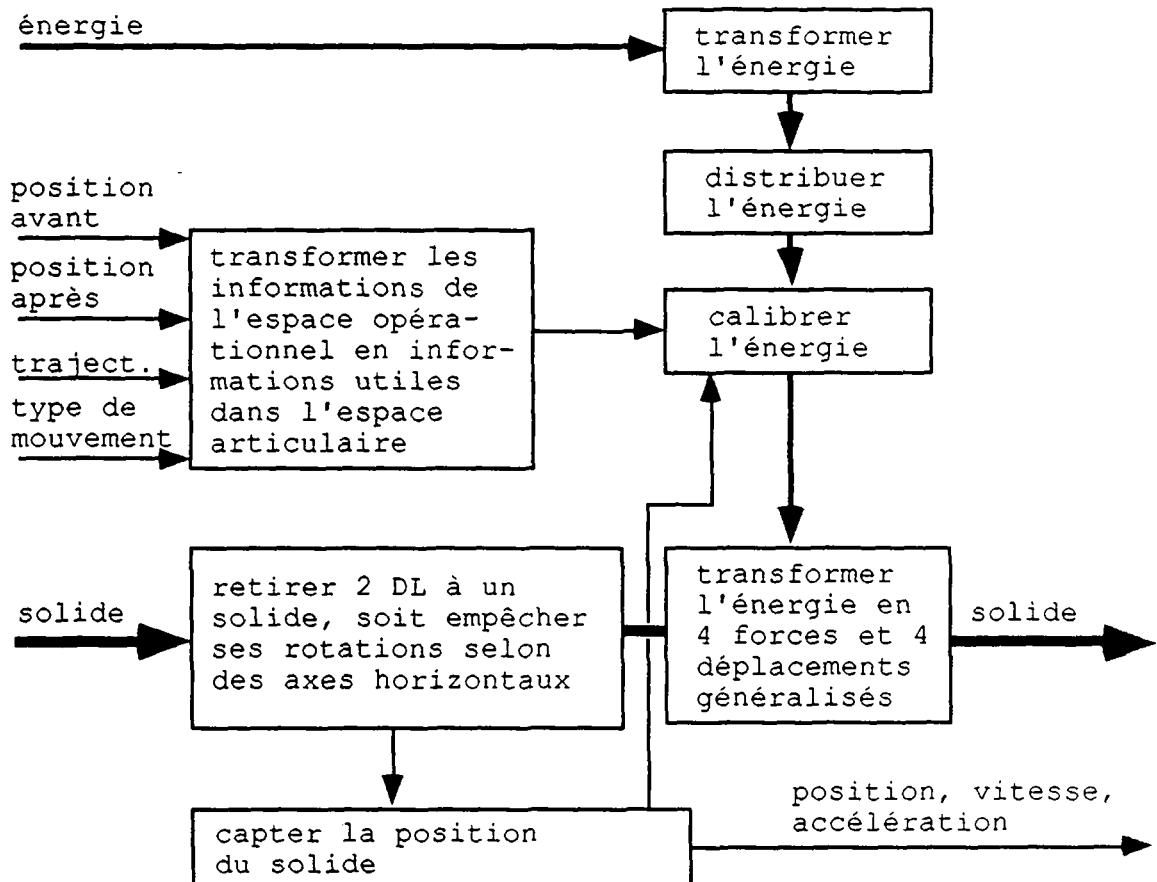


Fig.2.2 Décomposition de la fonction d'ensemble de la fig.2.1 en fonctions partielles.

### 2.2.2 Choix du concept DELTA.

Le catalogue de solutions de l'annexe A.2.2 présente 18 types de solutions principales qui permettent de conserver constantes 2 des orientations d'un solide; la figure 2.3 montre les solutions les plus intéressantes pour le but visé. Parmi ces 18 solutions, nous avons retenu celles qui ont les particularités suivantes:

- la translation dans l'espace (3 degrés de liberté) est assurée par 3 actionneurs à 1 degré de liberté solidaires de la base fixe; les solutions 10 à 13 et 15 à 18 répondent à cette condition (Cf.Fig.2.3);
  - les actionneurs sont de type tournant (un guidage sans jeu est plus facile à réaliser s'il est de type rotoïde plutôt que prismatique); les solutions 11, 13, 16 et 18 répondent à cette condition;
  - la stabilité de l'organe terminal est assurée par une majorité d'éléments travaillant en traction-compression plutôt qu'en torsion; la solution 18 est finalement retenue.

Le préhenseur sera monté en pivotement sur le corps en translation dans l'espace; son entraînement en rotation sera assuré soit par un très petit moteur monté sur l'élément mobile, soit par l'intermédiaire d'une transmission par un moteur fixe sur le bâti.

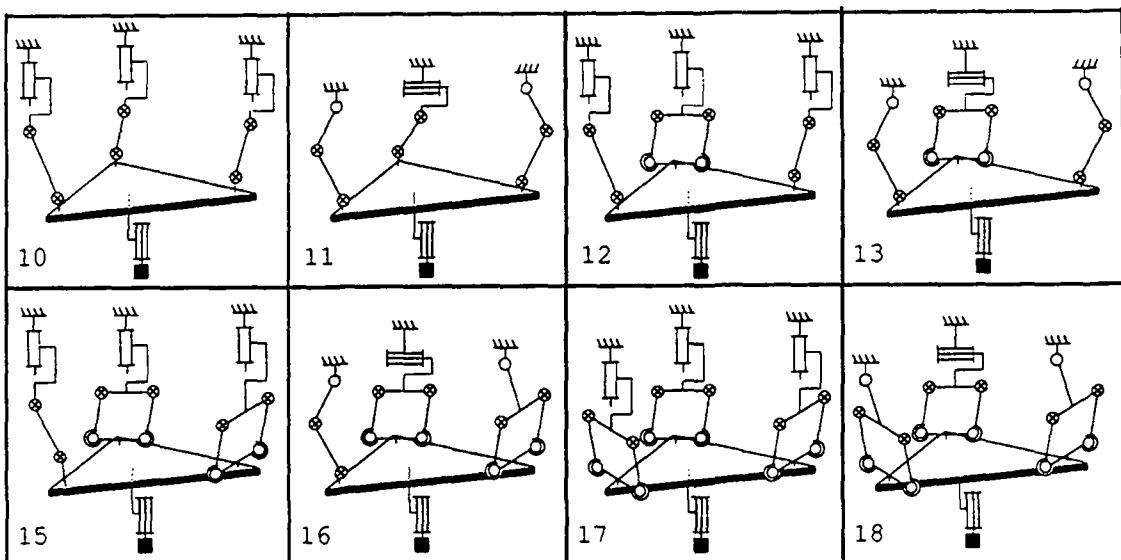


Fig.2.3 Extrait des solutions les plus intéressantes du catalogue de l'annexe A.2.2.

### 2.2.3 Description du concept DELTA et définition de ses constituants.

La figure 2.4 nous servira de support pour la description du robot DELTA4 et de son fonctionnement.

Ce robot à 4 degrés de liberté est essentiellement un **parallélogramme de l'espace** [CLAVEL 85b]; il est principalement constitué d'une "**base fixe**" (1) solidaire d'un bâti support de l'installation (non représenté) et d'une plaque mobile (5); le nom donné à cette dernière pièce est "**nacelle**". La liaison entre la base fixe (1) et la nacelle (5) est assurée par 3 chaînes cinématiques; chacune d'elles est formée d'un "**bras**" (2) monté en articulation pivot sur la base fixe et de 2 "**barres parallèles**" (3) munies chacune d'une articulation (4) à chaque extrémité; l'ensemble formé de 2 barres parallèles et des 2 éléments de liaison au bras et à la nacelle sera nommé "**parallélogramme**". Chaque bras (2) est entraîné par un "**moteur de bras**" (7) qui aura le plus souvent la forme d'un ensemble moteur-réducteur-capteur; de façon générale, sauf au chapitre 6, on ne fera pas la distinction entre les différentes technologies d'entraînement. Le "**préhenseur**" (10) sera monté en pivotement sur la nacelle et entraîné par le moteur (6) par l'intermédiaire de l'"**arbre télescopique**" (8) muni d'une articulation de type cardan (9) à chacune de ses extrémités; cette solution pourra,

suivant les cas, être remplacée par d'autres variantes telles que:

- un petit moteur-réducteur monté sur la nacelle,
- un câble flexible tournant entraîné par un moteur fixe sur le bâti; un réducteur monté sur la nacelle (vis tangente par exemple) transmet la rotation du câble au préhenseur,
- un câble travaillant en traction dont l'extrémité côté nacelle est enroulée sur un tambour; un ressort de torsion monté entre la nacelle et le préhenseur assure la tension du câble quel que soit le sens de rotation; le câble est guidé dans une gaine flexible pour assurer une relation constante entre l'extémité côté moteur et le tambour.

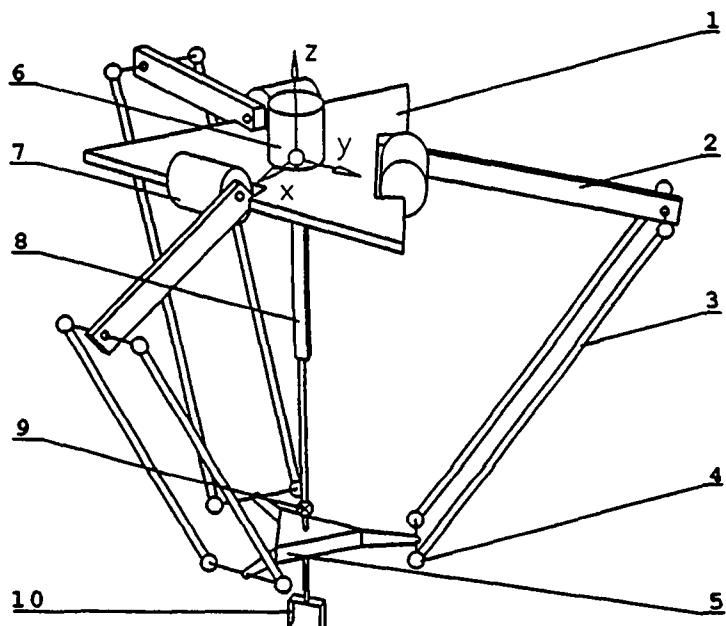


Fig.2.4 Schéma de principe du robot DELTA4.

L'orientation de la nacelle est constamment assurée par les 3 parallélogrammes comportant chacun 2 petits côtés et 2 grands côtés formés par les barres parallèles; chaque petit côté solidaire de l'extrémité d'un bras reste constamment parallèle à l'axe de rotation du bras considéré; les 3 paires de barres parallèles garantissent que les 3 petits côtés solidaires de la nacelle restent parallèles à ceux solidaires de l'extrémité des bras et donc parallèles aux axes de rotation des bras qui, par construction, sont situés dans un même plan. Les articulations aux extrémités des barres parallèles sont de type rotule, chaque barre peut donc tourner autour de son axe longitudinal; cette rotation ne perturbe pas le comportement de cette structure articulée formant le parallélogramme de l'espace; une liaison par des ressorts et des étriers entre les 2 barres parallèles (voir chapitre 6) permet de simplifier la construction des rotules et limite les ébats en rotation des barres parallèles.

#### 2.2.4 Singularités du robot DELTA

Dans un manipulateur sériel, les positions singulières découlent de la perte de degrés de liberté alors que dans un manipulateur parallèle, elles résultent du gain de un ou plusieurs degrés de liberté [FICHTER 86]. Les singularités de la structure considérée ont été déterminées à partir de l'analyse de la position relative des 6 barres solidaires de la nacelle; nous considérons que chaque barre transmet uniquement une force dont la ligne d'action est confondue avec la droite reliant les 2 articulations à ses extrémités.

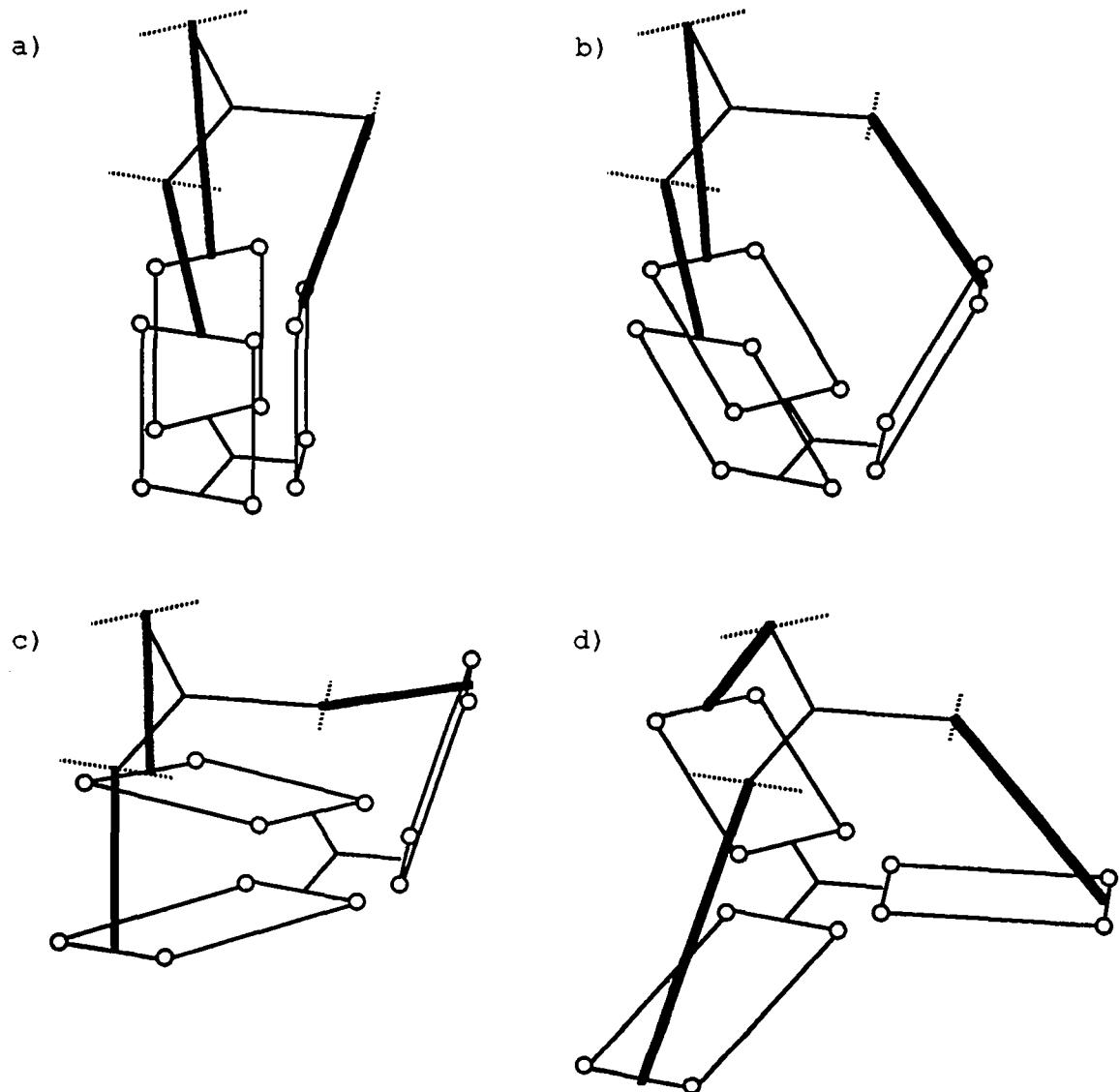


Fig.2.5 Représentation des 4 types de singularités du robot DELTA.

La position de la nacelle est totalement définie et sa stabilité assurée si les conditions suivantes sont respectées: les lignes d'action des forces (les barres parallèles dans le cas présent) sont situées dans 3 plans différents non parallèles; 2 lignes d'action au maximum sont

parallèles. Ces conditions mettent en évidence les 4 types de singularités schématisées à la figure 2.5

- a) lorsque les 6 barres (3 paires) sont toutes parallèles à une même direction (fig.2.5.a), la nacelle conserve 3 degrés de liberté, soit: déplacement sur une portion de sphère et rotation autour d'un axe perpendiculaire à la nacelle;
- b) si 4 barres (2 paires) sont parallèles (fig.2.5.b), la nacelle conserve un degré de liberté, soit: déplacement sur un arc de cercle;
- c) si 4 barres (2 paires) sont dans un même plan ou dans 2 plans parallèles (fig.2.5.c), la nacelle conserve un degré de liberté, soit: rotation définie par l'axe reliant les deux articulations situées entre la nacelle et les deux barres non considérées;
- d) lorsque les 3 parallélogrammes sont situés dans 3 plans parallèles ou confondus (fig.2.5.d), la nacelle conserve 3 degrés de liberté, soit: 2 rotations d'axes appartenant au plan de la nacelle (axes horizontaux) et translation de faible amplitude perpendiculairement au même plan.

## 2.3 Robots parallèles.

### 2.3.1 Introduction.

La plupart des robots industriels construits à ce jour sont de type sériel, c'est-à-dire que leur structure mobile est une chaîne ouverte formée d'une succession de segments reliés entre eux par des liaisons à un degré de liberté; chaque articulation est commandée par un actionneur situé à l'endroit de l'articulation ou sur un des segments précédents; dans ce dernier cas, un mécanisme assure la transmission entre l'actionneur et l'articulation considérée.

Ces robots ont pour avantage de disposer d'un grand volume de travail et d'être relativement simples sur le plan des calculs liés à leur commande. Leurs principaux défauts sont résumés ci-dessous:

- inertie élevée due aux masses réparties sur toute la chaîne cinématique (actionneurs, organes de transmission);
- manque de rigidité par la mise en série d'éléments élastiques;
- fatigue et usure des liaisons de puissance assurant l'alimentation des actionneurs (câbles, tuyaux flexibles);

- fatigue et usure des liaisons assurant la circulation des informations entre les capteurs et la commande; sur le plan sécurité, ce point est essentiel puisqu'une erreur de transmission peut avoir des conséquences désastreuses sur les mouvements du robot.

Dans le but de diminuer les masses en mouvement, certains robots du marché comportent une ou plusieurs boucles fermées formant un polygone articulé plan; la figure 2.6 représente un cas typique. Toutes les articulations d'une boucle n'étant pas indépendantes, il est possible de choisir dans la boucle celle que l'on veut motoriser; ceci permet de ramener les moteurs vers la base, donc de diminuer les masses en mouvement sans devoir ajouter des transmissions compliquées qui dégradent les performances.

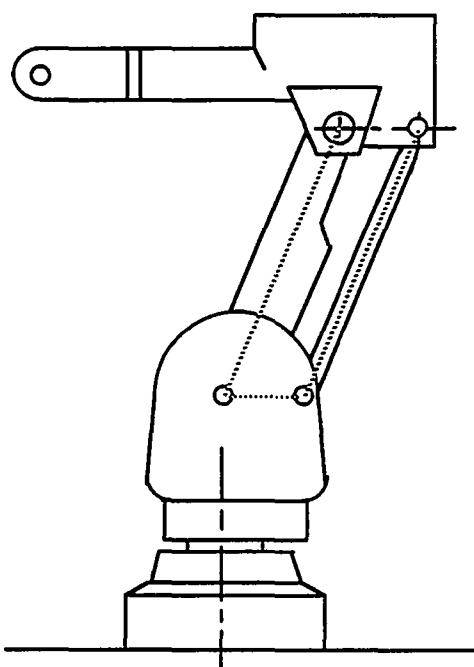


Fig.2.6 Exemple de robot comportant une boucle polygonale plane: Asea IRB 2'000.

Certains auteurs [FICHTER 86] [DOMBRE 88] considèrent qu'un robot parallèle est caractérisé par le fait que les différents corps mobiles forment plusieurs chaînes cinématiques qui relient toutes directement la base à l'organe terminal. Le robot type correspondant à cette définition est la plate-forme de STEWART [STEWART 65] (Cf.Fig.2.7).

Cette plate-forme mobile à 6 degrés de liberté a été développée pour remplir la fonction de simulateur de vol; un mécanisme du même type a été utilisé précédemment pour le test de pneumatiques [GOUGH 62]; plusieurs robots expérimentaux ont été construits sur la base de ce concept; en particulier le robot "GADFLY" de GEC [DWOLATZKY 88] et le poignet "SPACE 1" (système poignet à contrôle d'effort)

[REBOULET 88]. Amirat propose une structure mobile sur un principe identique, mais avec une disposition spatiale différente [AMIRAT 89]. La mise en série de plusieurs plate-formes de STEWART permet de créer un robot redondant en forme de trompe [KWASNY 87].

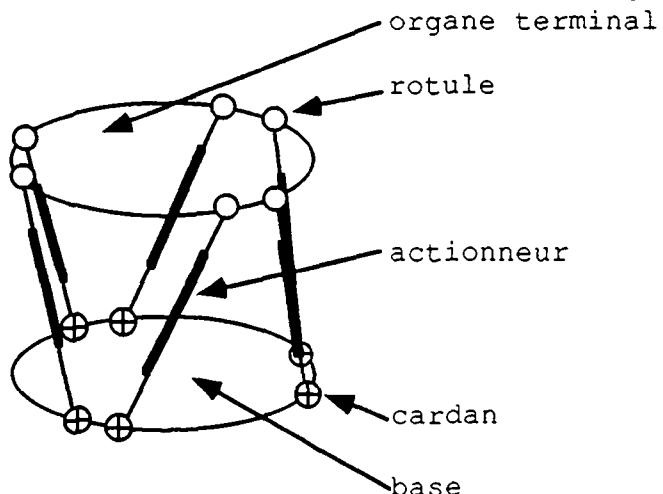


Fig.2.7 Plate-forme de STEWART.

### 2.3.2 Définition.

Nous appellerons **robot parallèle** un robot comportant au moins 2 corps reliés par plus d'une chaîne cinématique en excluant les robots qui diffèrent des robots à structure série uniquement par le fait qu'ils comportent une ou plusieurs boucles formant chacune un polygone plan.

Une chaîne cinématique est un ensemble de segments disposés en alternance avec des liaisons.

### 2.3.3 Les robots parallèles recensés.

Les brevets et la littérature nous ont permis de recenser un certain nombre de structures cinématiques qui ont conduit ou qui peuvent conduire à des concepts de robots parallèles conformes à la définition donnée précédemment. Nous les avons réunies en 4 groupes.

Le **premier groupe** concerne des modules de robots comportant 3 degrés de liberté; ces modules [LAMBERT 83] [KRUEGER 85] [KIMURA 83] seront souvent mis en série les uns avec les autres pour former des robots en forme de trompe. Le principe de base est identique pour ces 3 inventions; il s'agit d'un module comportant 2 plaques reliées par 3 (dans certains cas 4) chaînes cinématiques munies chacune d'un actionneur; la combinaison du mouvement des actionneurs assure le déplacement d'une plaque par rapport à l'autre selon une translation et 2 rotations. Selon un principe

proche, Lande et David [LANDE 78] ont proposé une articulation permettant 3 rotations; ce mécanisme peut être utilisé comme poignet de robot.

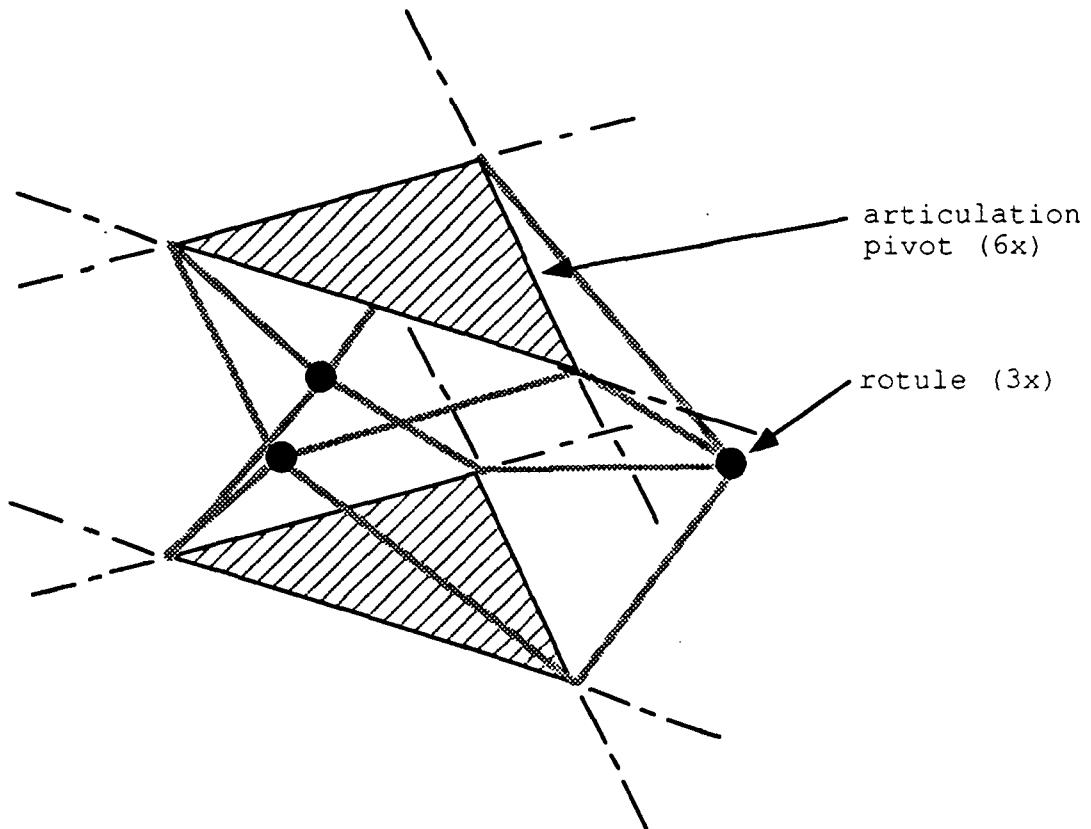


Fig.2.8 Principe du mécanisme polyarticulé inventé par Lambert [LAMBERT 83].

Le **deuxième groupe** concerne des robots à 5 ou 6 degrés de liberté comportant un porteur formé de 2 ou 3 chaînes cinématiques parallèles [POLLARD 88] [SHUM 81] [ASEA 85] [DWOLATZKY 88]. Ces structures fonctionnent selon le même principe: 3 bras concourent en un même point; le mouvement de ces bras provoque le déplacement de ce point; l'orientation de la pièce porteuse du poignet est assurée soit par un des bras (Pollard, Asea, Shum), soit par un support passant par un point fixe (Dwolatzki).

On peut également inclure dans ce groupe le robot miniature nommé "Colibri" [BURCKHARDT 88] [LIU 90] développé à l'Institut de microtechnique; une variante de ce robot, à 6 degrés de liberté est montrée à la figure 2.11.

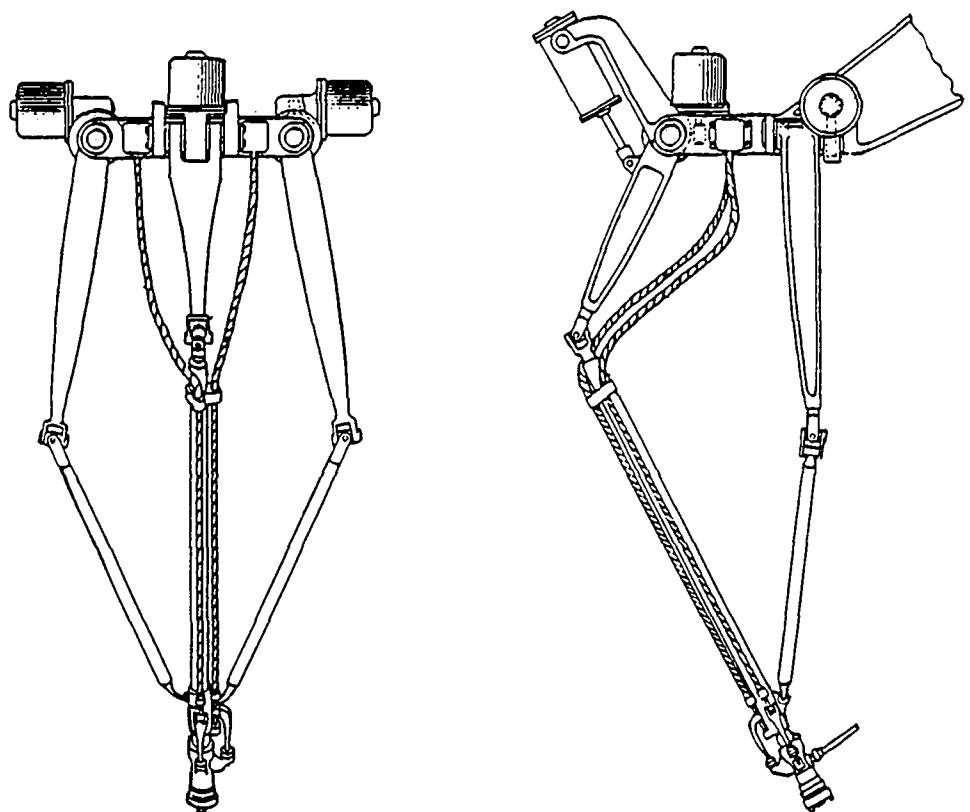


Fig.2.9 Le robot "POLLARD" prévu pour effectuer la peinture de voitures [POLLARD 38]; en 1938, les moyens électroniques et informatiques ne permettaient pas de commander un tel robot.

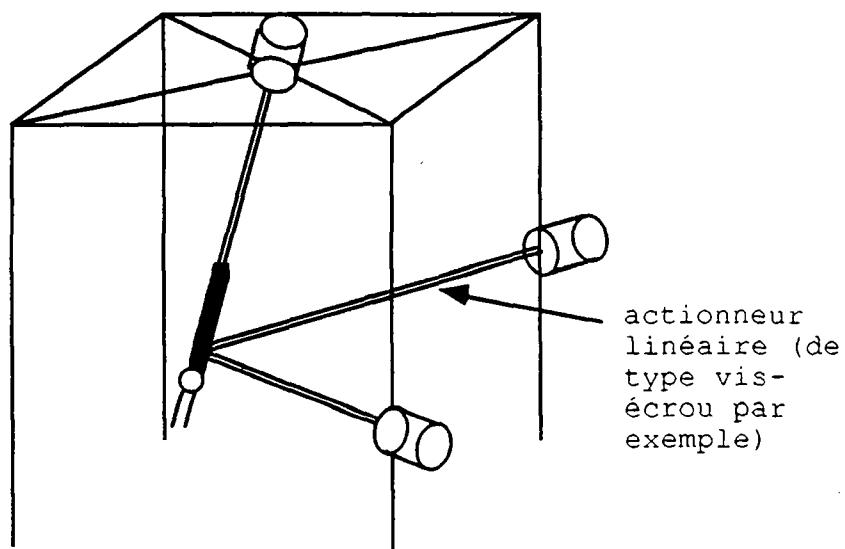


Fig.2.10 Etape du développement du robot pendulaire IRB 1'000 d'ASEA [ASEA 85]; les actionneurs sont liés au bâti par des cardans et la jonction des 2 modules inférieurs avec le support du poignet est assurée par 2 rotules.

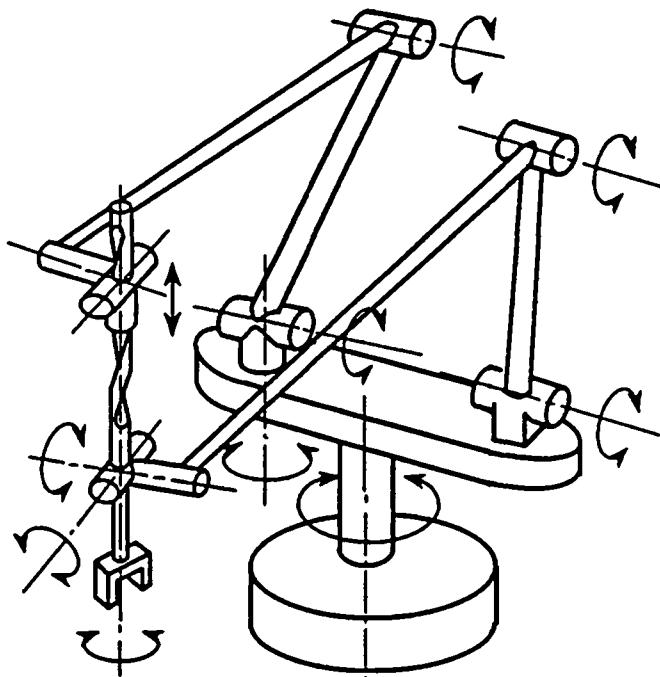


Fig.2.11 Robot parallèle "Colibri" à 6 degrés de liberté formé d'une plate-forme pivotante sur laquelle sont montés 2 bras articulés comportant respectivement 2 et 3 degrés de liberté; la boucle est fermée par le système à vis reliant les extrémités des 2 bras.

Le **troisième groupe** concerne des structures à 6 degrés de liberté formées de chaînes cinématiques reliant directement l'organe terminal à la base [STEWART 65] [HUNT 83] [INOUE 83] [BEHI 88].

La structure mentionnée par Hunt (fig.2.12.a) est similaire à une plate-forme de Stewart dans laquelle les 6 chaînes cinématiques munies d'actionneurs linéaires sont remplacées par des chaînes cinématiques comportant chacune un actionneur tournant fixé sur le bâti; la position fixe des actionneurs est un avantage intéressant sur le plan de la fiabilité.

Le mécanisme de positionnement proposé par Inoué (fig.2.12.b) est apparenté à la structure de Hunt; la différence, importante du point de vue construction, réside dans la disposition des moteurs.

Le manipulateur de Behi, formé de 3 chaînes cinématiques comportant chacune 2 actionneurs linéaires, est très proche du premier principe mis en évidence par Stewart lors du développement de son simulateur de vol [STEWART 65].

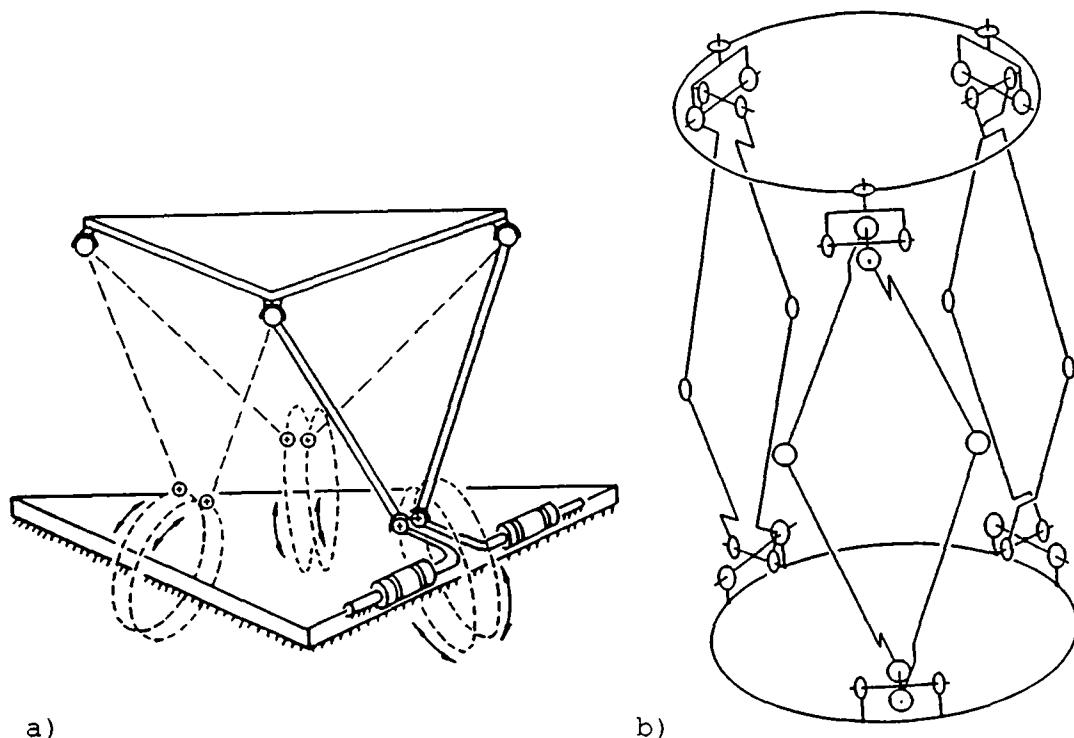


Fig.2.12 a) Structure mobile à 6 degrés de liberté mentionnée par Hunt [HUNT 83];  
b) mécanisme de positionnement proposé par Inoué [INOUE 83].

Le **quatrième groupe** englobe les structures parallèles permettant de déplacer l'élément porteur du poignet en conservant constantes ses 3 orientations. Les solutions 10 à 18 du catalogue de l'annexe A.2.2 appartiennent à ce groupe; la solution 14 a été mise en évidence par Flory [FLORY 67] (fig.2.14.a) et une variante de la solution 10 est due à Simunovic [SIMUNOVIC 84] (fig.2.14.b). Les 4 structures de base du robot DELTA (solutions 10, 11, 17 et 18 de l'annexe A.2.2 (voir fig.2.13)) font partie de cette catégorie.

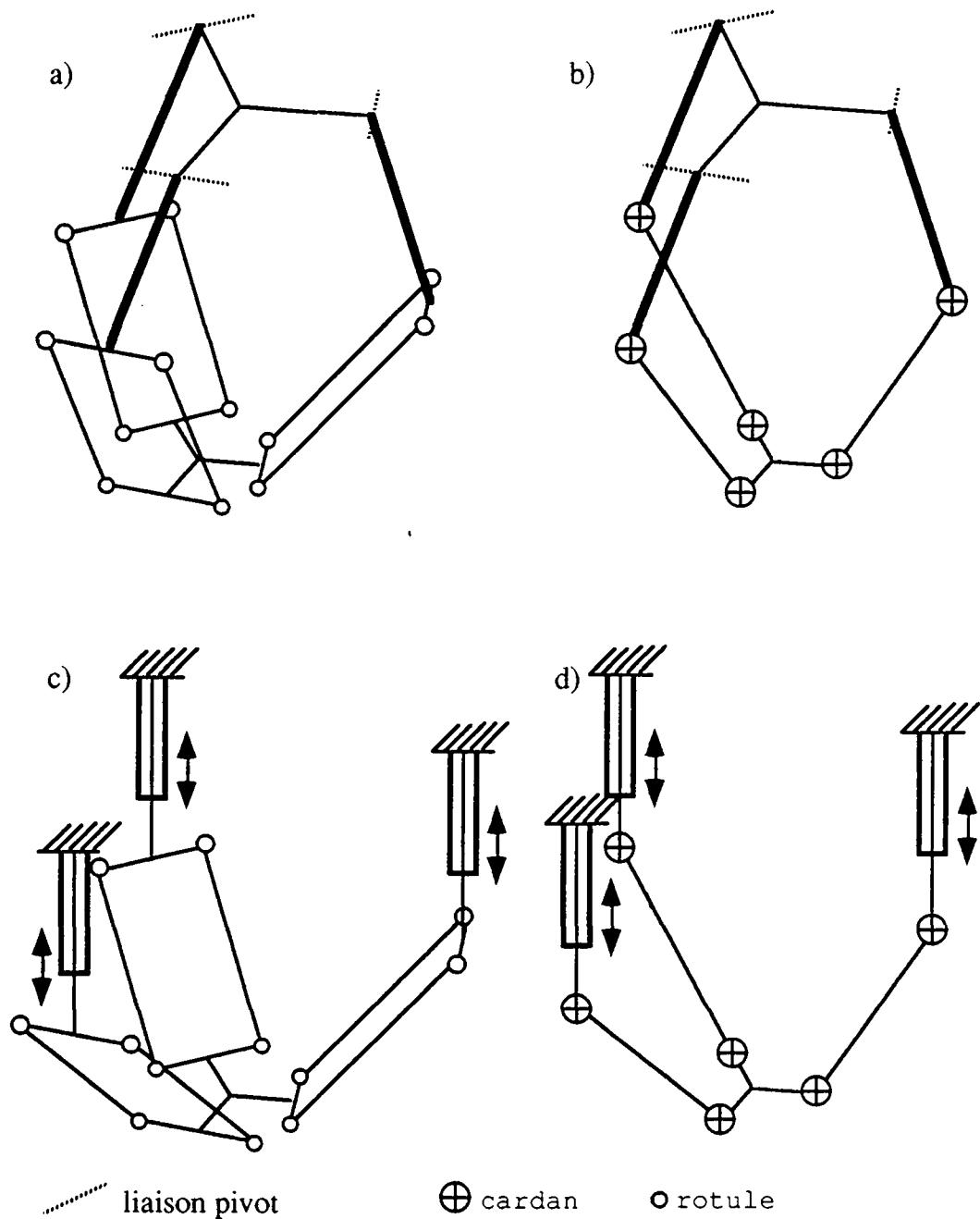


Fig.2.13 Les 4 structures de base du robot DELTA; les cas a) et b) comportent des actionneurs tournants (liaison pivot), les cas c) et d) des actionneurs linéaires (liaison glissière); dans les cas a) et c), les liaisons entre la nacelle et les bras sont assurées par 3 paires de barres parallèles et 12 rotules; pour les cas b) et d), ces liaisons sont assurées par 3 barres et 6 cardans; c'est la structure a) qui a été retenue pour la réalisation finale du robot (voir 2.2.2 et 2.2.3).

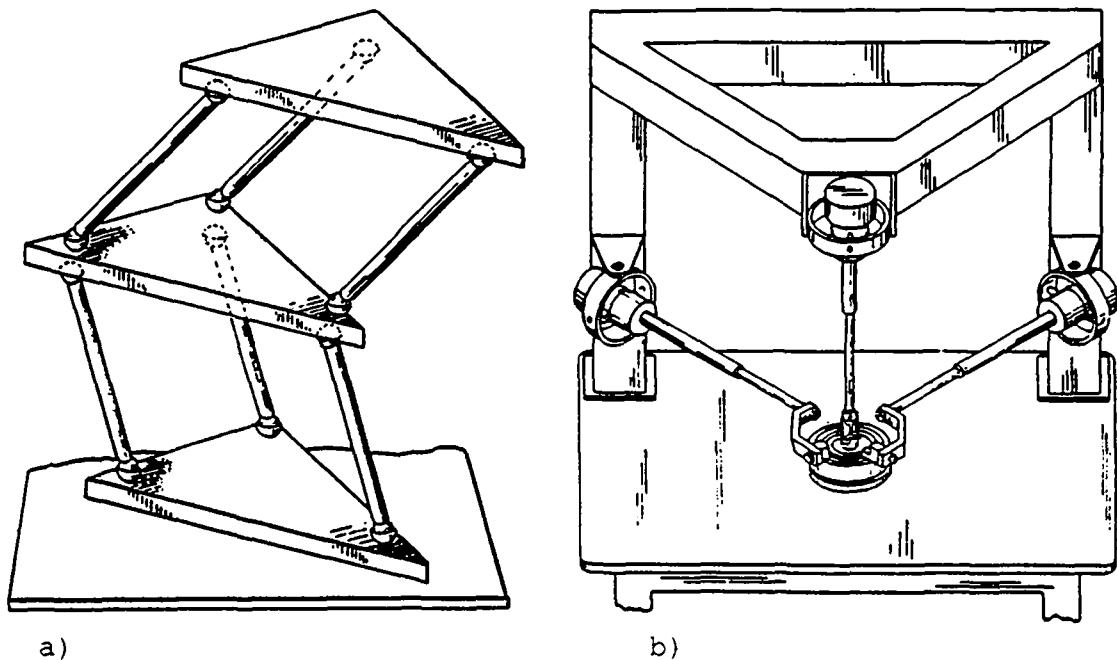


Fig. 2.14 a) Structure mobile Flory (voir solution 14 de l'annexe A.2.2); pour garantir le maintien de l'orientation des plates-formes mobiles, il est nécessaire que chaque étage comporte une barre munie d'un cardan à chaque extrémité.  
b) Manipulateur Simunovic (voir variante de la solution 10 de l'annexe A.2.2).

## 2.4 Conclusion

Après avoir mis en évidence la démarche qui a conduit au concept du robot DELTA, la géométrie de ce dernier a été exposée et les noms des différents constituants définis. La présentation de quelques robots parallèles montre ensuite l'intérêt qu'il peut y avoir d'utiliser de telles géométries pour certaines applications; la plupart des études sur ces robots ont porté jusqu'à ce jour sur les modèles à 6 degrés de liberté et principalement sur la plate-forme de STEWART; l'utilisation de robots parallèles disposant d'une mobilité plus faible (cas du DELTA en particulier) conduit à une simplification de la commande, une augmentation du volume de travail et ouvre des champs d'applications très intéressants (secteur du conditionnement à cadence élevée pour le DELTA, éventuellement montage de précision pour le manipulateur Simunovic, peinture pour un ensemble de mécanismes de Lambert placés en série).



### 3 Etude géométrique de la structure mobile

#### 3.1 Introduction.

Comme déjà mentionné sous 2.2.3, une des particularités du robot DELTA est sa structure parallèle. L'élément essentiel de cette structure mobile est le **parallélogramme de l'espace** formé de 3 chaînes cinématiques reliant la base fixe à la nacelle; la cinématique nécessaire à la rotation du préhenseur ne sera pas abordée à ce stade de l'étude.

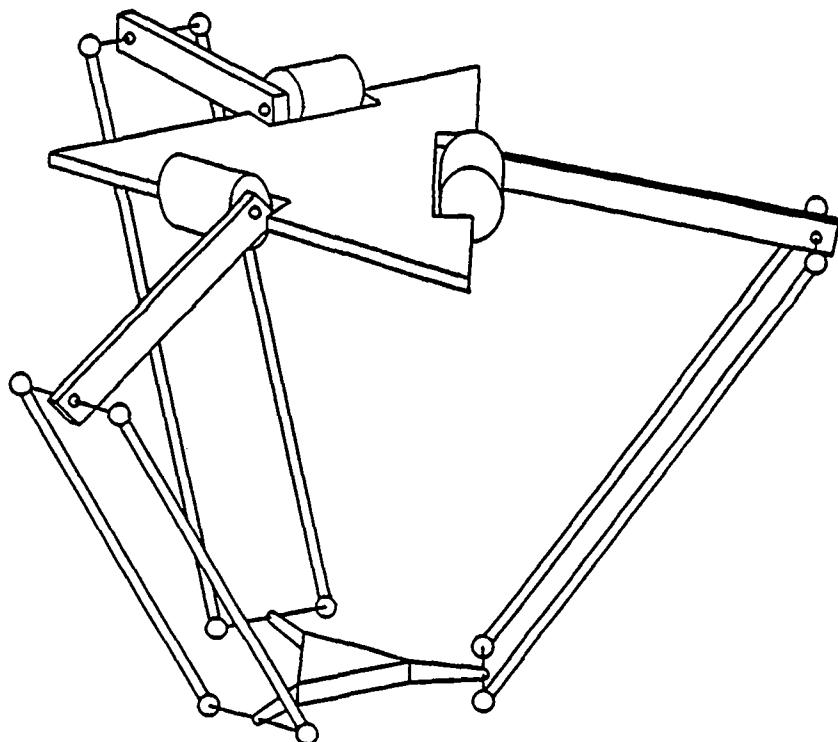


Fig.3.1 Structure mobile du robot DELTA formant un **parallélogramme de l'espace**.

Au cours de ce chapitre, nous présenterons les différentes **grandeur géométriques** liées à cette structure parallèle, puis nous montrerons les **déplacements limites**; ces derniers permettront de mettre en évidence le **volume de travail** de ce robot. Le volume de travail sera ensuite analysé pour détecter les possibilités de passage par des points singuliers. Nous étudierons ensuite la relation qui permet, à partir de la position des 3 bras, de déterminer la position de la nacelle (**modèle géométrique direct**);

l'opération inverse sera également explicitée (**modèle géométrique inverse**). La suite de ce chapitre consacré à la cinématique traitera la relation qu'il existe entre les **déplacements élémentaires** de chaque bras et le résultat sur le mouvement de la nacelle (modèle différentiel direct); sur la base de ce modèle, on mettra ensuite en évidence la définition dans l'espace de ce robot.

### **Hypothèses simplificatrices.**

Lors de toutes les études géométriques, cinématiques et dynamiques, les articulations seront considérées idéales (sans jeu, sans élasticité et sans frottement) et les corps seront supposés géométriquement exacts et parfaitement rigides. Cette dernière hypothèse a été confirmée a posteriori par la détermination des fréquences propres des différents prototypes réalisés (voir chapitre 7); l'approche mathématique simplifiée donne des valeurs situées, selon les cas, entre 100 et 150 Hz alors que les mesures avec accéléromètre et analyseur de spectre mettent en évidence des valeurs comprises entre 120 et 190 Hz. La fréquence d'oscillation générée par les moteurs, l'électronique et le contrôleur se situe entre 25 et 40 Hz; elle est donc 4 à 5 fois plus faible que les fréquences propres mécaniques qui seront amorties bien avant la stabilisation des moteurs.

## **3.2 Longueurs paramétriques et angles caractéristiques.**

### **3.2.1 Longueurs paramétriques.**

Nous considérons la configuration à symétrie ternaire formée de 3 chaînes cinématiques identiques disposées selon une période de  $120^\circ$  (Cf.fig.3.1). Les longueurs paramétriques et les angles caractéristiques de cette structure sont représentés à la figure 3.2.

- RA: distance entre le centre de la base fixe et l'axe de rotation du bras;
- RB: distance entre le centre de la nacelle et le côté du parallélogramme solidaire de la nacelle;
- LA: longueur du bras;
- LB: longueur d'une barre parallèle;
- R : différence entre les longueurs RA et RB; cette distance définit la position du point  $A_i$ ; ce dernier est obtenu par une translation d'amplitude RB de la chaîne cinématique  $i$  qui amène le point  $B_i$  au centre de la nacelle, le point  $O_i$  en  $A_i$  et le point  $C_i$  en  $C_i'$ ; l'axe de rotation du bras ainsi translaté est nommé  $a_i$ .

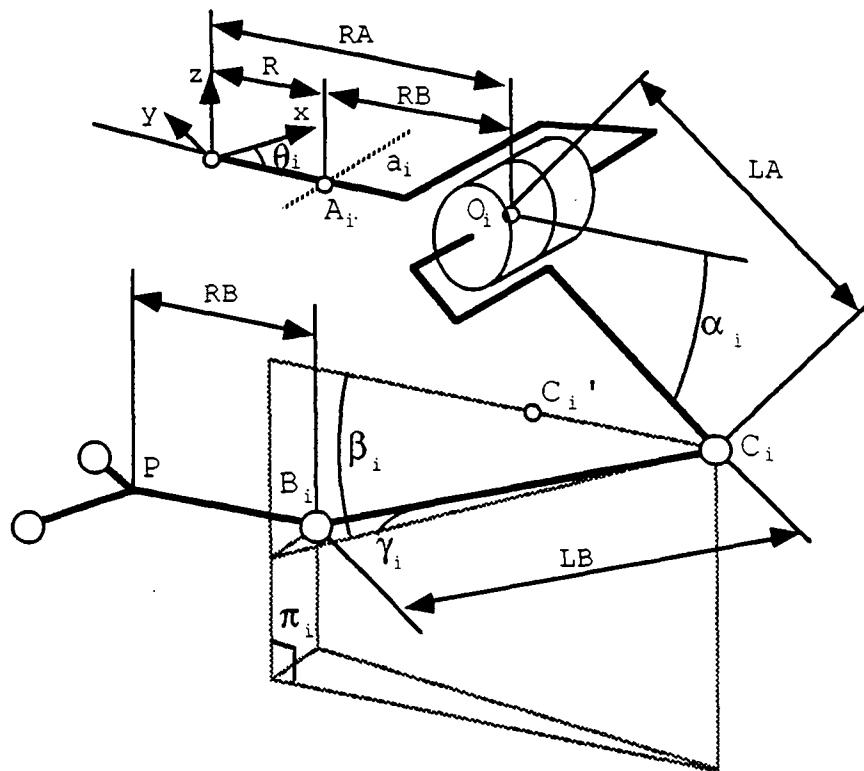


Fig. 3.2. Longueurs paramétriques et angles caractéristiques du robot DELTA; pour simplifier, chaque parallélogramme est représenté par un seul segment.

### 3.2.2 Angles caractéristiques.

$\alpha_i$ : angle entre le  $i^{\text{e}}$  bras et le plan de la base fixe; dans la suite, il sera considéré que la base fixe est horizontale; par convention, l'angle  $\alpha_i$  est positif lorsque le bras est situé du côté de la nacelle;

$\beta_i$ : angle entre le plan du  $i^{\text{e}}$  parallélogramme et le plan horizontal, mesuré dans un plan vertical  $\pi_i$  contenant le bras  $i$ ;

$\gamma_i$ : angle entre le plan vertical  $\pi_i$  et une des barres du parallélogramme  $i$ ;

$\theta_i$ : angle entre le plan  $\pi_i$  et le plan Oxz.

### 3.2.3 Longueurs paramétriques adimensionnelles.

Afin de généraliser l'étude des relations entre les longueurs paramétriques du robot et ses différentes caractéristiques, nous choisissons de rapporter toutes les dimensions à la longueur de référence LA.

Soit:  $r = R/LA$

$b = LB/LA$

### 3.2.4 Dimension globale du robot DELTA.

Pour qualifier la dimension globale DG du robot DELTA, nous avons choisi de considérer comme référence la somme des longueurs LA et LB exprimées en millimètres; cette valeur peut être formulée comme suit:

$$DG = LA(1+b)$$

Par exemple, le prototype n°2 dont  $LA = 200$  mm et  $LB = 380$  mm est un DELTA 580.

### 3.2.5 Simplification de la géométrie pour l'étude.

Lors de la description du fonctionnement du robot, nous avons vu que les 3 orientations de la nacelle sont constantes; sur le plan cinématique, on peut donc considérer le robot équivalent dont une chaîne cinématique est représentée à la figure 3.3; on l'obtient en translatant les ensembles bras-barres parallèles comme mentionné sous 3.2.1 dans la définition de R.

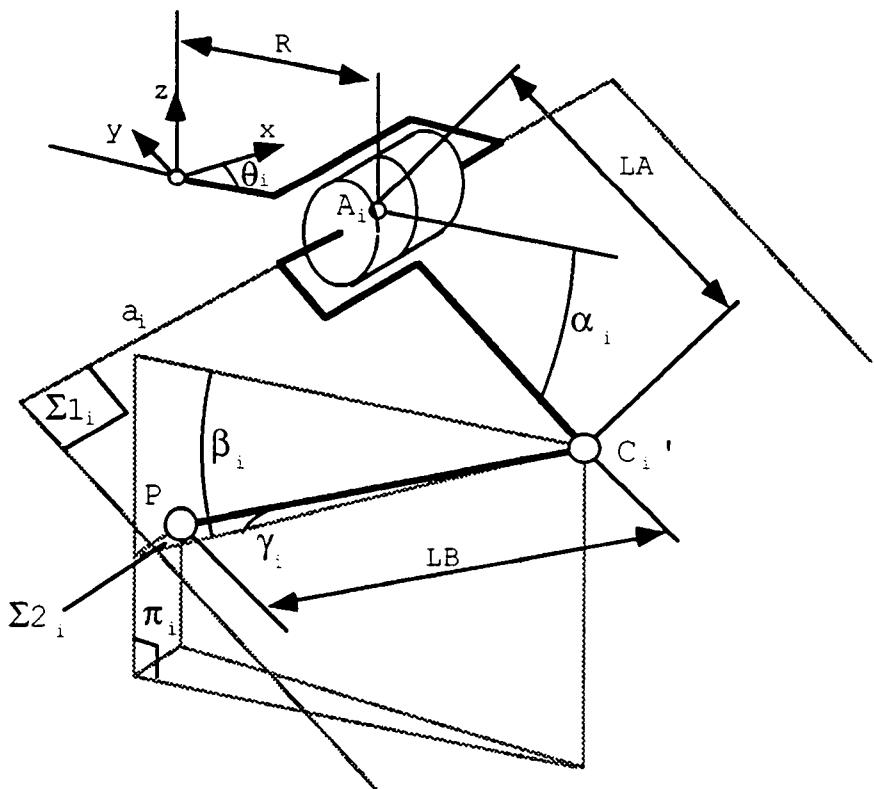


Fig.3.3. Chaîne cinématique équivalente en considérant que la nacelle est réduite à un point.

### 3.2.6 Simulation.

L'étude de la définition dans l'espace, de la cinématique et de la dynamique d'un robot tel que le DELTA est rendue difficile par la complexité des modèles géométriques comme nous le verrons sous 3.4; la manipulation analytique des équations utiles pour la cinématique et la dynamique est très rapidement freinée par l'ampleur des expressions qui deviennent des sources d'erreurs potentielles importantes. Dans le but de mieux appréhender les mécanismes articulés complexes, Sternheim a développé le programme SPIRIT [STERNHEIM 90] qui permet de simuler en 4 dimensions (espace + temps) aussi bien des robots que des installations complètes comportant des transferts de types différents, des machines spéciales et des robots. Ce programme a permis de simuler et de représenter les divers mouvements du robot [STERNHEIM 87][STERNHEIM 88]; l'étude de la définition dans l'espace ainsi que le calcul des couples moteurs pour des mouvements donnés (modèle dynamique inverse) ont également été conduits par simulation.

Les résultats des simulations ont pu être confirmés par l'expérimentation sur le prototype à entraînement direct [CODOUREY 91]. La facilité de varier rapidement les dimensions, les masses et les inerties des composants du robot simulé a permis de gagner un temps considérable lors de l'étude de l'influence des différents paramètres sur son comportement.

## 3.3 Volume de travail.

### 3.3.1 Limites géométriques.

Par le fait que les dimensions des constituants sont finies et qu'ils ont des mouvements relatifs restreints, le déplacement de la nacelle est limité à une portion de l'espace. Il est encore nécessaire d'imposer des restrictions à certains mouvements pour éviter les ambiguïtés lors du calcul des transformations de coordonnées et les singularités mentionnées précédemment.

$$\text{limite 1: } -\gamma_{\max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{\max}$$

origine:

- les contraintes de construction des articulations aux 2 extrémités des barres parallèles limitent cet angle; les 2 types d'articulation étudiés (voir 6.3.4), soit le cardan et la rotule imposent une limitation géométrique du même ordre, soit  $\gamma_{\max} = 40^\circ$ ;

**limite 2:**  $30^\circ \leq \alpha_i + \beta_i \leq 180^\circ$

pour les 2 raisons suivantes:

- éviter les interférences entre le bras et les barres parallèles ainsi que entre les barres parallèles et les moteurs de bras lorsque  $\alpha_i + \beta_i$  est petit;
- éviter les ambiguïtés de transformation de coordonnées qui se produisent lorsque l'angle ( $\alpha_i + \beta_i$ ) devient supérieur à  $180^\circ$ ; ceci donne 2 ensembles de consignes articulaires pour un seul point de l'espace opérationnel [STERNHEIM 87].

### 3.3.2 Volume de travail.

Le volume de travail est la zone que le point P, centre de la nacelle, peut atteindre; le montage d'un outil provoquera un décalage du point de travail vers le bas et une translation correspondante du volume de travail. Ce sont les limitations mentionnées sous 3.3.1 qui fixeront les limites du volume de travail.

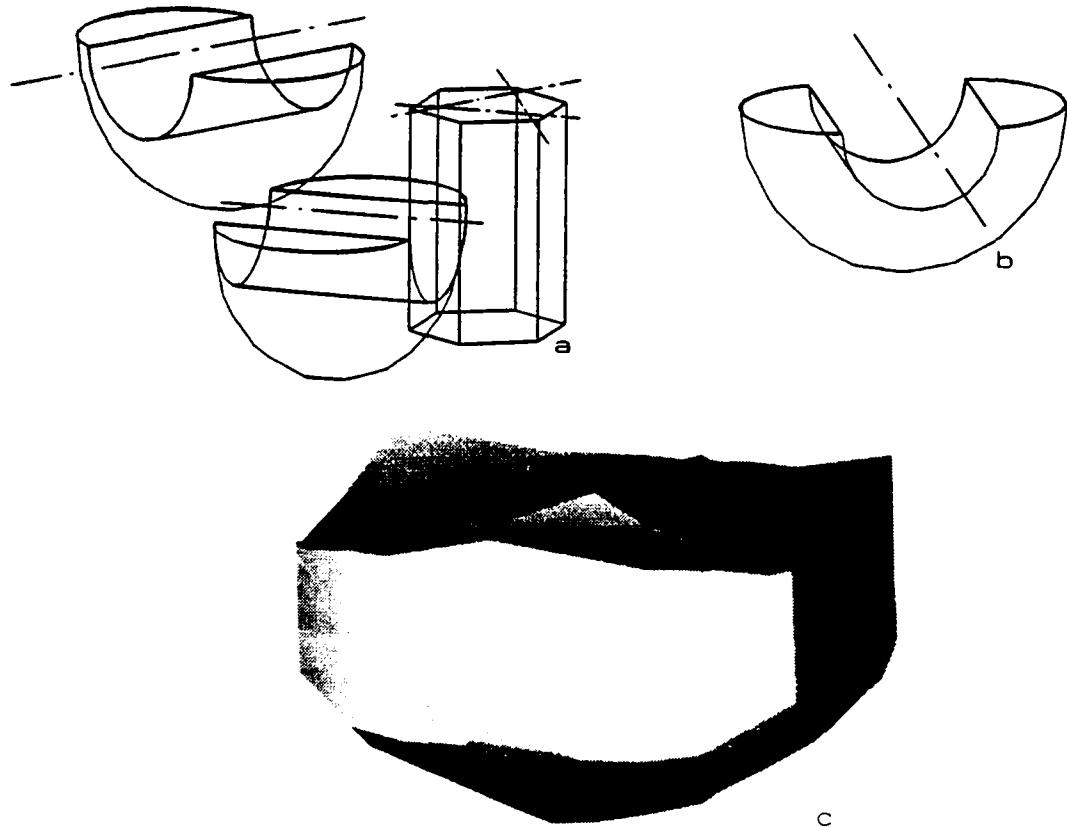


Fig.3.4. Le volume de travail du robot DELTA (en c) est donné approximativement par l'intersection du prisme hexagonal droit a) avec les 3 corps de révolution b) dont les axes sont indiqués en a).

**Effet de la limite 1 sur le volume de travail:**

la restriction imposée à  $\gamma_i$  limite, pour chaque chaîne cinématique, la zone accessible par le point P à un espace compris entre 2 plans parallèles distants de  $2 LB \sin \gamma_{\max}$ , disposés symétriquement par rapport au plan vertical  $\pi_i$ ; ces 6 plans, parallèles 2 à 2, génèrent un prisme hexagonal régulier (a, fig.3.4) de hauteur non limitée; pour un angle  $\gamma_{\max}$  de  $40^\circ$ , la distance entre ses faces parallèles est égale à environ  $1,3 LB = 1,3 b$  LA.

**Effet de la limite 2 sur le volume de travail:**

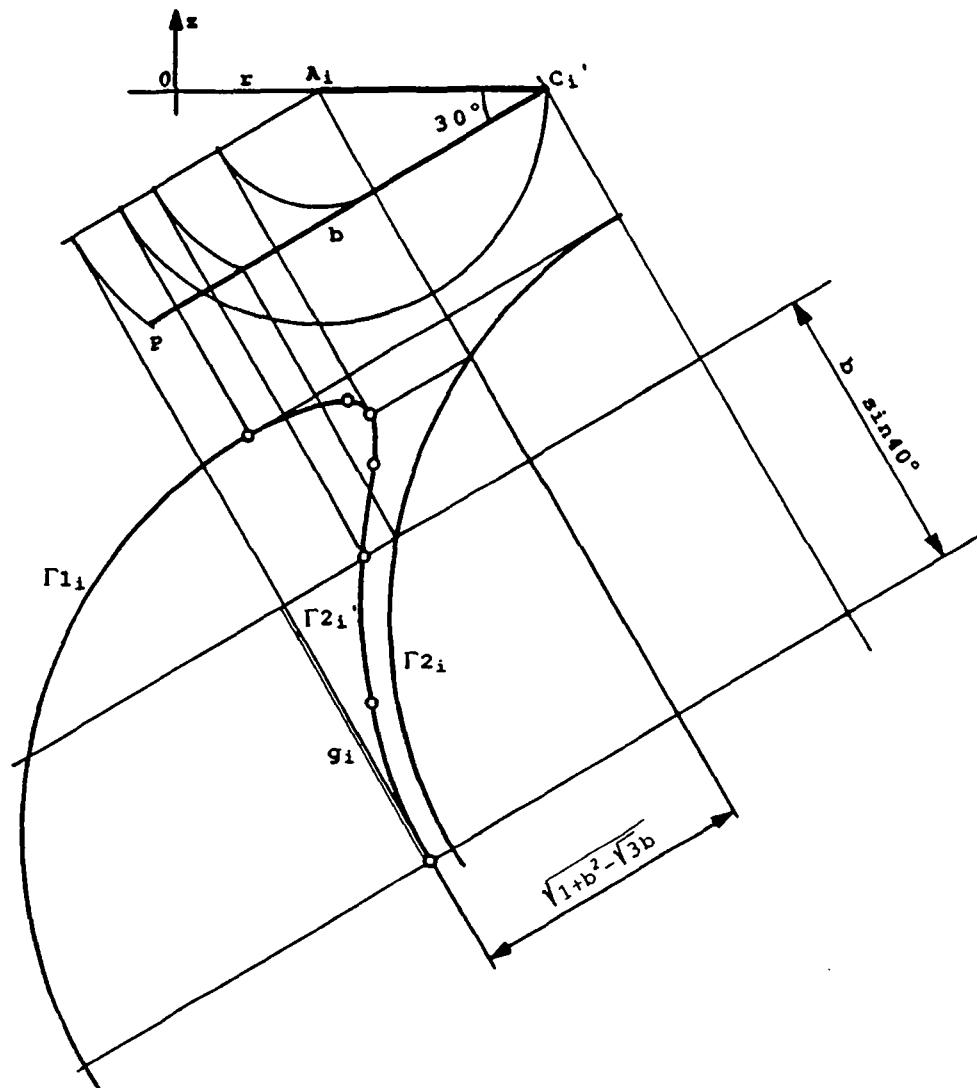


Fig. 3.5 Détermination des courbes planes  $\Gamma_{1i}$  et  $\Gamma_{2i}'$  définissant le volume de travail d'une seule chaîne cinématique en considérant uniquement la limite 2 (fig.3.4 b).

Soit  $\Sigma_{1i}$  le plan défini par l'axe  $a_i$  et le point  $C_i'$  et  $\Sigma_{2i}$  le plan parallèle à  $a_i$ , passant par  $C_i'$  et formant l'angle  $\beta_i$  avec un plan horizontal (Cf. fig. 3.3); lorsque  $\alpha_i + \beta_i = 180^\circ$  (borne supérieure de la limite 2), le point P décrit dans le plan  $\Sigma_{1i}$  un arc de cercle  $\Gamma_{1i}$  de rayon LB (b en représentation adimensionnelle) pour  $\gamma_i$  compris entre  $-90^\circ$  et  $+90^\circ$ ; lorsque  $\alpha_i + \beta_i = 30^\circ$  (borne inférieure de la limite 2), le point P décrit dans le plan  $\Sigma_{2i}$  un arc de cercle  $\Gamma_{2i}$  pour  $-90^\circ \leq \gamma_i \leq 90^\circ$ ; la variation de  $\alpha_i$  tout en gardant fixe  $\alpha_i + \beta_i$  à  $30^\circ$  et à  $180^\circ$  conduit les 2 arcs de cercle  $\Gamma_{1i}$  et  $\Gamma_{2i}$  à décrire 2 surfaces de révolution générées par  $\Gamma_{1i}$  et par la courbe  $\Gamma_{2i}'$  montrée à la figure 3.5; en considérant uniquement une chaîne cinématique et la limitation sur  $\alpha_i + \beta_i$ , la portion d'espace atteignable par P est donnée par le volume compris entre les 2 surfaces de révolution définies ci-dessus; le volume de travail final est donné par l'intersection du prisme hexagonal droit avec les 3 volumes de révolution mentionnés précédemment; pour simplifier l'interprétation de ce volume, nous remplacerons la courbe  $\Gamma_{2i}'$  de la figure 3.5 par le segment de droite  $g_i$ ; d'après le théorème du cosinus, le carré de la distance entre ce segment et l'axe  $a_i$  est donné par l'expression suivante:

$$LA^2 (1 + b^2 - 2 b \cos 30^\circ).$$

La figure 3.4.c) représente le volume de travail ainsi obtenu.

Suivant les cas, le volume de travail défini ci-dessus pourra être diminué pour les causes suivantes:

- pour éviter le passage par un point singulier (Cf. 2.2.4 et 3.3.4);
- certains concepts de réducteur entre le moteur de bras et le bras peuvent diminuer la course du bras; c'est le cas notamment du système d'entraînement utilisant une crémaillère mobile (Cf. fig. 6.2, § 6.3);
- l'arbre télescopique (voir fig. 6.8, § 6.4) qui transmet la rotation au préhenseur à partir d'un moteur fixe peut entraîner une limitation du mouvement de la nacelle; la longueur en extension minimum et maximum de cet organe définit un volume compris entre deux sphères concentriques; l'intersection de ce volume avec celui défini précédemment donne le volume de travail final pour ce type de construction.

Par la suite, le volume de travail sera défini par les dimensions **D** et **H**; **D** est la distance entre les plans parallèles du prisme hexagonal (**D** est donc le diamètre du cylindre inscrit dans le prisme hexagonal régulier); **H** est

la distance entre les 2 plans parallèles horizontaux limites dont l'intersection avec le volume décrit précédemment est une surface hexagonale circonscrite à un cercle de diamètre D;  $d=D/LA$  et  $h=H/LA$  sont les valeurs adimensionnelles correspondantes. Les limitations mentionnées ci-dessus peuvent être extrêmement diverses et conduire à de nombreux cas particuliers; elles ne seront pas prises en considération lors de l'étude générale et, lors de la concrétisation, on choisira de préférence des concepts constructifs qui permettent d'éviter ces limitations.

### **3.3.3 Influence des dimensions caractéristiques sur le volume de travail.**

Afin de généraliser l'étude des relations entre les dimensions caractéristiques du robot et le volume de travail, nous rapporterons toutes les dimensions à la longueur de référence LA comme défini sous 3.2.3.

$$r = R/LA$$

$$b = LB/LA$$

#### **Diamètre du cylindre inscrit dans le volume de travail:**

comme déjà indiqué sous 3.3.2, d est donné par l'expression suivante:

$$d = 2 b \sin \gamma_{\max}$$

$$d \approx 1,3 b \text{ pour } \gamma_{\max} = 40^\circ$$

Il est intéressant de remarquer que d ne dépend que de b pour un angle  $\gamma_{\max}$  donné.

#### **Surface de travail:**

la valeur de d déterminée ci-dessus permet de calculer la surface S de l'hexagone, projection du volume de travail sur un plan horizontal; la valeur adimensionnelle de cette surface sera donnée par  $s = S/LA^2$ .

$$s = 3 \frac{b^2 \sin^2 \gamma_{\max}}{\cos 30^\circ} = 2 \sqrt{3} \sin^2 \gamma_{\max} b^2$$

$$s = 1,431 b^2 \text{ pour } \gamma_{\max} = 40^\circ$$

**Hauteur du volume de travail:**

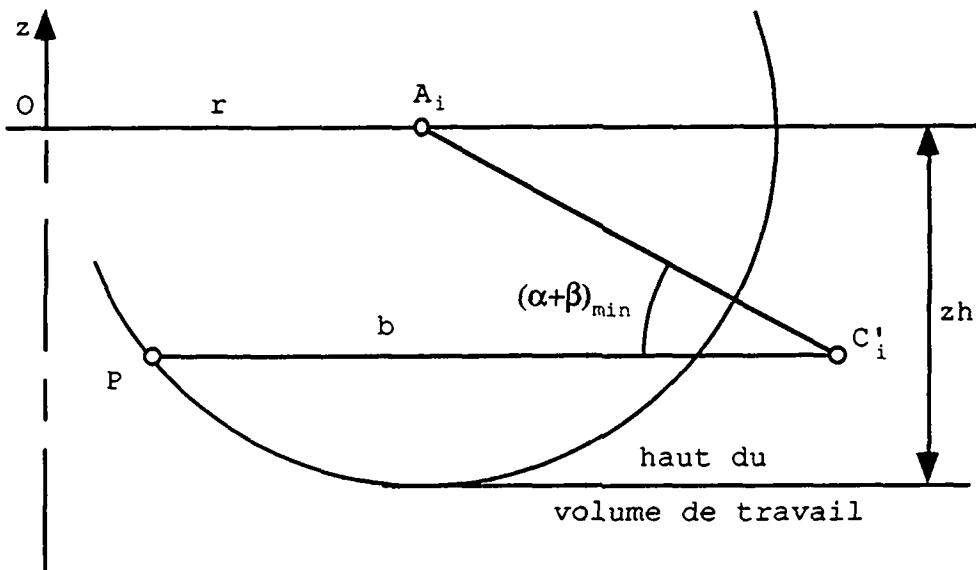


Fig.3.6 Détermination de la limite supérieure du volume de travail.

Soit  $Z_h$  et  $Z_b$  les coordonnées selon  $z$  respectivement du haut et du bas du volume de travail défini sous 3.3.2; la hauteur  $H$  du volume de travail sera donnée par:  $Z_h - Z_b$ ;  $zh$  et  $zb$  sont les valeurs adimensionnelles de  $Z_h$  et  $Z_b$ .

Selon le schéma de la figure 3.6, on obtient directement:

$$zh = -\sqrt{1+b^2 - 2b \cos(\alpha_i + \beta_i)_{\min}}$$

$$zh = -\sqrt{1+b^2 - b\sqrt{3}} \quad \text{pour } (\alpha_i + \beta_i)_{\min} = 30^\circ$$

Pour déterminer la limite inférieure du volume de travail (cote  $zb$ ), reportons-nous à la figure 3.7; le point d'intersection de la surface générée par la courbe  $\Gamma_{1i}$  (Cf. fig.3.5) avec l'arête verticale du prisme hexagonal opposée à chaque bras est appelé  $T$ ; l'intersection de la même surface avec les 2 arêtes verticales adjacentes donne les points  $T'$ ; vu la symétrie ternaire de cette cinématique, les points  $T'$  définis par chacun des bras sont confondus 2 à 2.

Les coordonnées de  $T$  et  $T'$  selon  $z$  ont la valeur suivante:

$$z_T = -\sqrt{(1+b)^2 - \left(r + 2 \frac{b \sin \gamma_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$z_{T'} = -\sqrt{(1+b \cos \gamma_{\max})^2 - \left(r + \frac{b \sin \gamma_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

La cote  $zb$  sera la valeur maximum de  $z_T$  et  $z_{T'}$ .

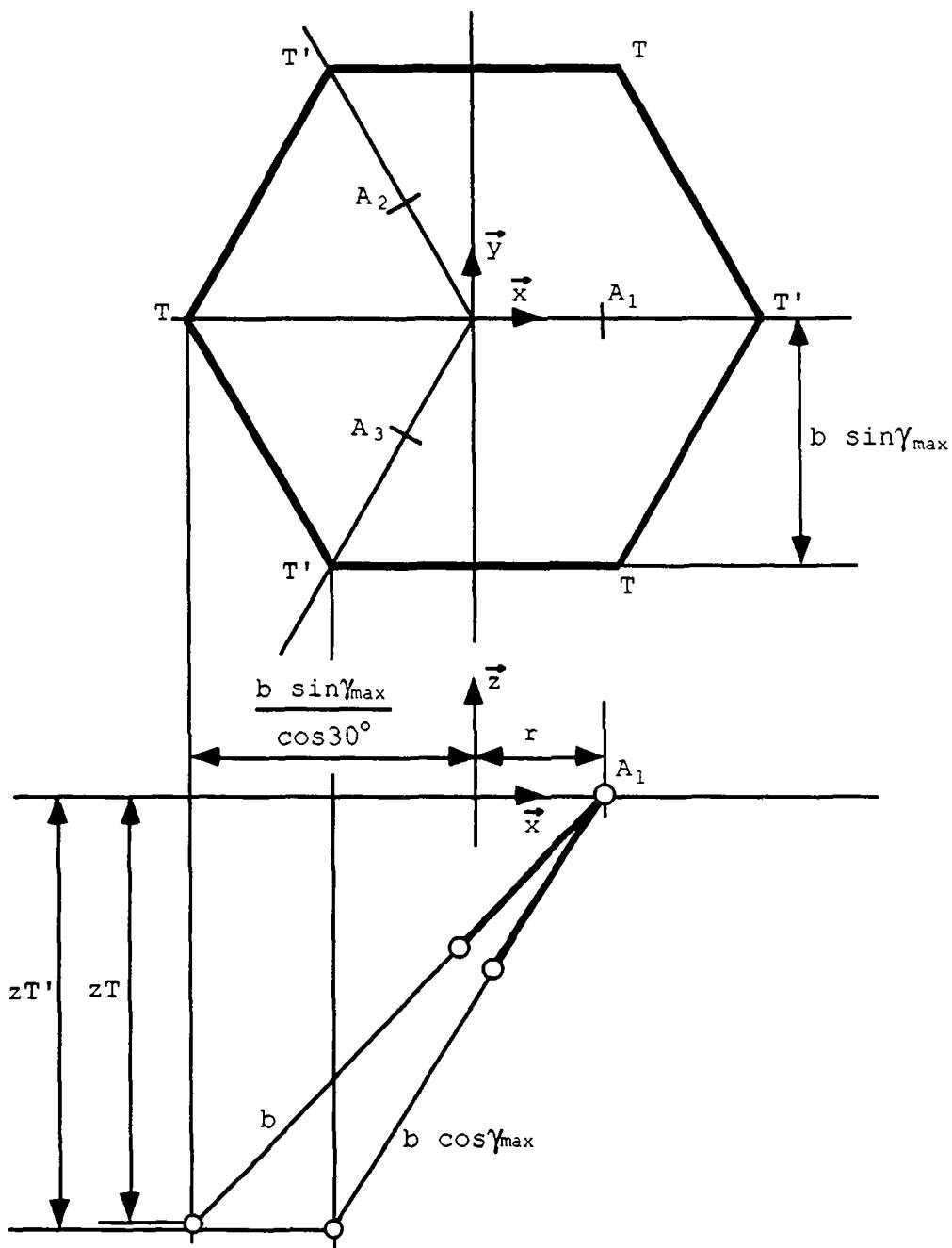


Fig.3.7 Détermination de la limite inférieure du volume de travail  $z_b = \max.(z_T, z_{T'})$ .

On remarque que l'augmentation de l'angle  $\gamma_{\max}$  conduit à une augmentation de surface de travail (voir: "surface de travail"), mais diminue la hauteur sur laquelle le prisme hexagonal est complet; la faible hauteur de la zone de travail gagnée par un angle  $\gamma_{\max}$  nettement plus élevé que  $40^\circ$  rend cette démarche peu intéressante sur le plan utilisation

et complique sérieusement la construction des articulations comme nous le verrons au chapitre 6.

On peut tirer des 2 expressions précédentes la condition pour que  $zT = zT'$ :

$$r = \sqrt{3} \frac{1-\cos\gamma_{\max}}{\sin\gamma_{\max}}$$

Pour  $\gamma_{\max}=40^\circ$ ,  $r=0,63$  pour que les points T et T' soient situés à la même hauteur; c'est dans cette condition que l'on obtient la forme de la calotte inférieure du volume de travail la plus régulière.

h aura donc la valeur suivante:

si  $r \geq 0,63$

$$h = \sqrt{(1+b)^2 - \left(r + 2 \frac{b \sin\gamma_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2} - \sqrt{1+b^2 - b\sqrt{3}}$$

si  $r \leq 0,63$

$$h = \sqrt{(1+b\cos\gamma_{\max})^2 - \left(r + \frac{b \sin\gamma_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2} - \sqrt{1+b^2 - b\sqrt{3}}$$

Pour mieux appréhender le volume de travail complet avec la calotte inférieure, il est intéressant d'en connaître la hauteur maximum  $h_{\max}$ ; celle-ci est donnée par la distance entre le haut du volume de travail ( $zh$ ) et le point le plus bas que la structure mobile peut atteindre; ce point est situé sur l'axe Oz à la cote adimensionnelle:  $\sqrt{(1+b)^2 - r^2}$ , d'où:

$$h_{\max} = \sqrt{(1+b)^2 - r^2} - \sqrt{1+b^2 - b\sqrt{3}}$$

Le tableau 3.8 et la figure 3.9 donnent une vue synthétique de  $zh$ ,  $h$ ,  $h_{\max}$ ,  $d$ ,  $s$  et  $v$  (égal à  $h.s$ ); ces valeurs sont déterminées avec  $\gamma_{\max}=40^\circ$  et  $(\alpha_i + \beta_i)_{\min}=30^\circ$ .

Exemples de robots réalisés et volume de travail correspondant:

Micro-DELTA 240	RA=67 mm	RB=17 mm	$r=0,625$
	LA=80 mm	LB=160 mm	$b=2$
	D=206 mm	H=71,5 mm	$H_{\max}=136$ mm
	$S=3,66 \cdot 10^4$ mm <sup>2</sup>		
	$V=2,62 \cdot 10^6$ mm <sup>3</sup>		

DELTA 580

RA=150 mm  
LA=200 mm  
D=489 mm  
 $S=20,7 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$   
 $V=37,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

RB=25 mm  
LB=380 mm  
H=183 mm

$r=0,625$   
 $b=1,9$   
 $H_{\max}=336 \text{ mm}$

DELTA 740

RA=194 mm  
LA=260 mm  
D=617 mm  
 $S=33 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$   
 $V=79,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

RB=30 mm  
LB=480 mm  
H=240 mm

$r=0,631$   
 $b=1,846$   
 $H_{\max}=435 \text{ mm}$

Les volumes de travail donnés ci-dessus ne tiennent pas compte d'une éventuelle limitation provoquée par l'entraînement du 4<sup>e</sup> axe.

Au paragraphe 5.6, le volume de travail du robot DELTA sera comparé à celui d'un robot de type SCARA.

r	b	zh	h	hmax	d	s	v
0,5	1,75	-1,02	1,06	1,68	2,25	4,38	4,67
	2	-1,24	1,01	1,71	2,57	5,72	5,79
	2,25	-1,47	0,95	1,74	2,89	7,24	6,87
	2,5	-1,71	0,88	1,75	3,22	8,94	7,87
	2,75	-1,95	0,81	1,76	3,54	10,82	8,76
	3	-2,19	0,74	1,77	3,86	12,88	9,47
0,63	1,75	-1,02	0,94	1,65	2,25	4,38	4,14
	2	-1,24	0,89	1,69	2,57	5,72	5,09
	2,25	-1,47	0,83	1,71	2,89	7,24	5,98
	2,5	-1,71	0,76	1,73	3,22	8,94	6,76
	2,75	-1,95	0,68	1,74	3,54	10,82	7,4
	3	-2,19	0,61	1,76	3,86	12,88	7,84
0,8	1,75	-1,02	0,76	1,61	2,25	4,38	3,34
	2	-1,24	0,71	1,65	2,57	5,72	4,04
	2,25	-1,47	0,64	1,68	2,89	7,24	4,65
	2,5	-1,71	0,57	1,69	3,22	8,94	5,11
	2,75	-1,95	0,5	1,71	3,54	10,82	5,4
	3	-2,19	0,42	1,72	3,86	12,88	5,46
1	1,75	-1,02	0,49	1,54	2,25	4,38	2,17
	2	-1,24	0,44	1,58	2,57	5,72	2,53
	2,25	-1,47	0,38	1,62	2,89	7,24	2,77
	2,5	-1,71	0,32	1,64	3,22	8,94	2,82
	2,75	-1,95	0,25	1,66	3,54	10,82	2,66
	3	-2,19	0,17	1,68	3,86	12,88	2,23

Tableau 3.8 Influence de r et b sur les dimensions (h, hmax,  $d=D/LA$ ,  $s=S/LA^2$ ,  $v=V/LA^3=sh$ ) et la position (zh) du volume de travail.

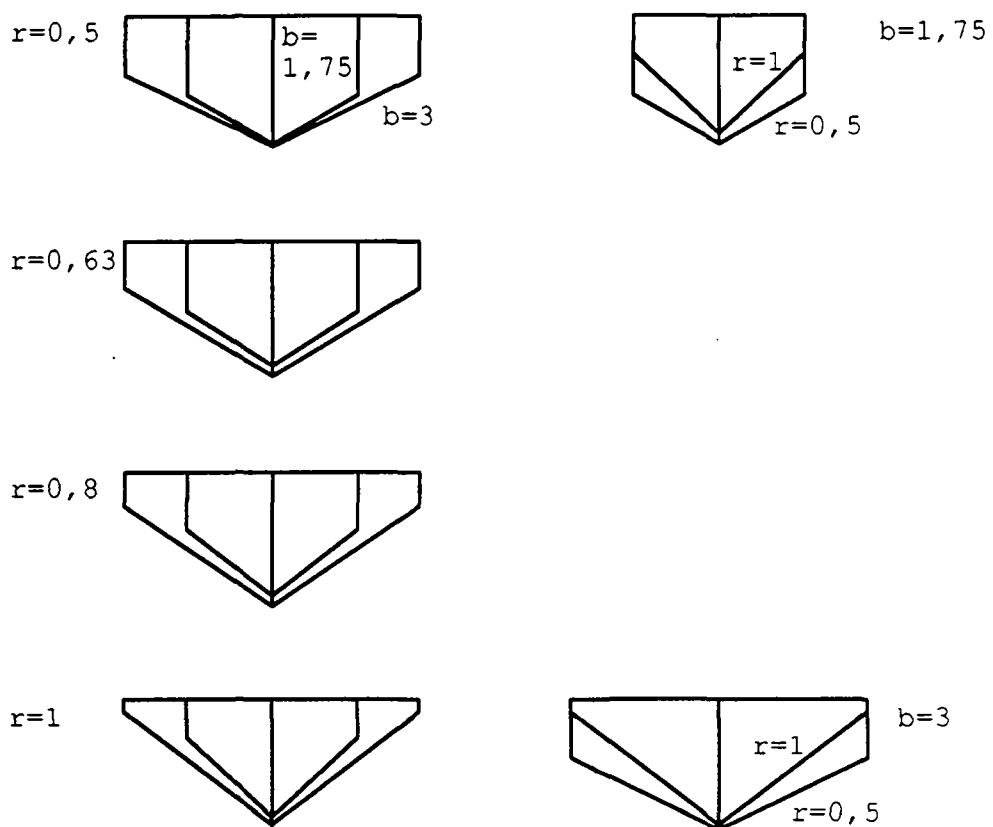


Fig.3.9 Représentation simplifiée de l'influence de  $r$  et  $b$  sur les dimensions  $h$  et  $d$  du volume de travail.

### 3.3.4 Contraintes sur les dimensions caractéristiques pour éviter le passage par des singularités.

Sous 2.2.4, nous avons mis en évidence les 4 types de singularité de la structure mobile. Nous allons dans ce paragraphe déterminer les limites sur les grandeurs  $r$  et  $b$  qui garantiront de ne pas passer par des singularités.

#### **Singularité a.**

Les 6 barres parallèles sont parallèles à une même direction. Ce point ne peut être atteint que lorsque les 3 points  $C_i'$  sont confondus; la limite  $(\alpha+\beta) \leq 180^\circ$  interdit le passage par cette configuration lorsque que  $r > 0$ .

#### **Singularité b.**

2 paires de barres parallèles sont parallèles à une même direction. Considérons que ce sont les parallélogrammes 2 et 3 qui sont dans cette position (fig.3.10); lorsque le robot se trouve dans cette configuration, les points  $C_2'$  et  $C_3'$  sont confondus, le point P se trouve dans le plan vertical  $\pi_1$ , les angles  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont égaux ainsi que  $\beta_2$  et  $\beta_3$  et  $|\gamma_2|$  et  $|\gamma_3|$ .

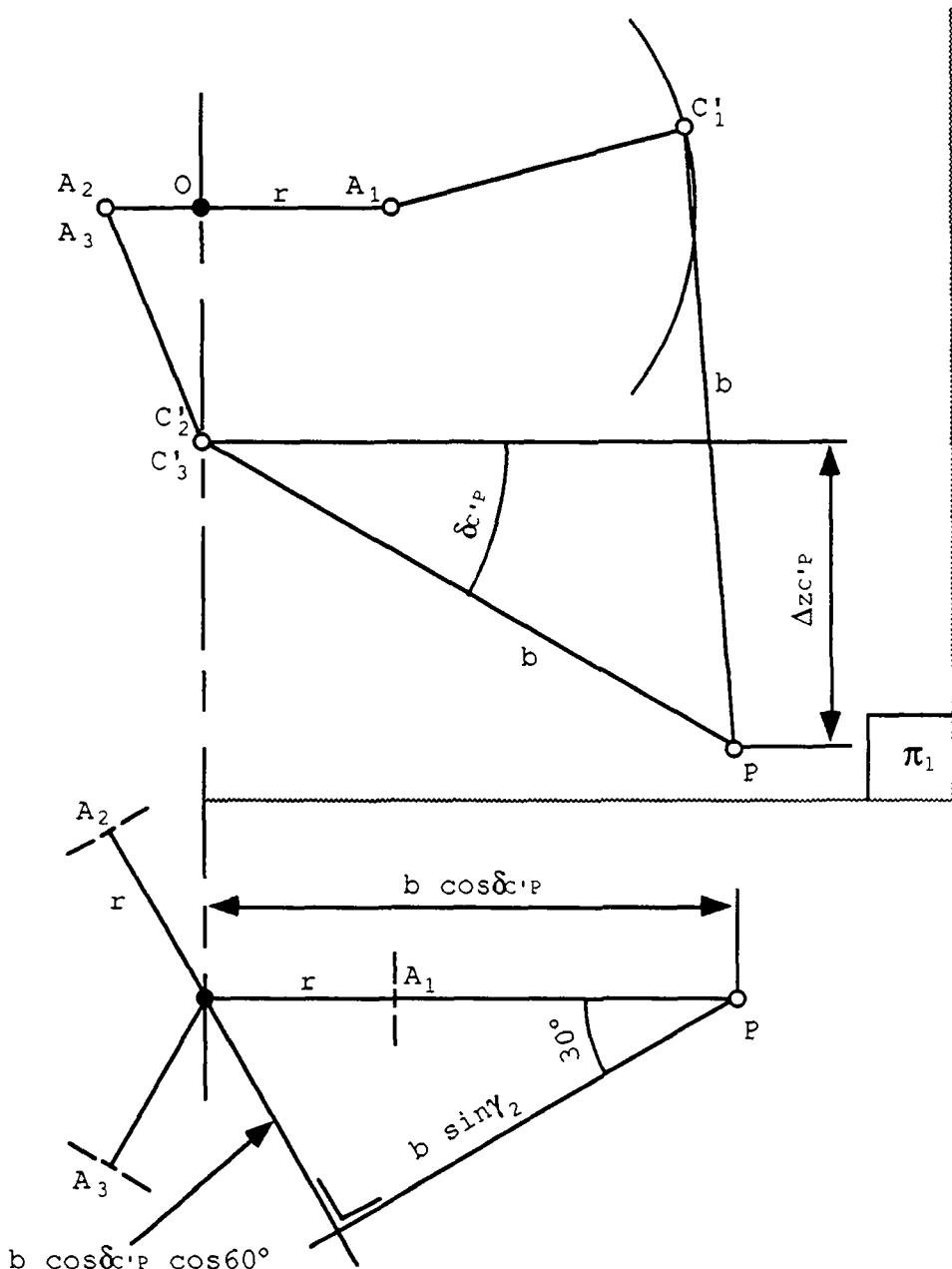


Fig.3.10 Représentation adimensionnelle simplifiée de la structure mobile lors d'une singularité b.

Soit  $\Delta z_{C'P}$  la distance entre  $C_2'$  et  $P$  mesurée selon l'axe  $z$  et  $\delta_{C'P}$  l'angle entre la direction des 4 barres parallèles et un plan horizontal, mesuré dans le plan  $\pi_1$ ; on tire directement de la figure 3.10 les relations suivantes:

$$r = -\cos \alpha_2 \quad [3.3.1]$$

$$b \sin \delta_{C'P} = \Delta z_{C'P}$$

$$\operatorname{tg}\beta_2 = \Delta z_{C'P} / b \cos\delta_{C'P} \cos 60^\circ = \operatorname{tg}\delta_{C'P} / \cos 60^\circ \quad [3.3.2]$$

(rappel:  $\beta_2$  est mesuré dans le plan  $\pi_2$ )

$$b \sin\gamma_2 = b \cos\delta_{C'P} \cos 30^\circ$$

$$\cos\delta_{C'P} = \sin\gamma_2 / \cos 30^\circ \quad [3.3.3]$$

Considérons le cas limite où  $|\gamma_2|$  et  $|\gamma_3|$  sont à leur valeur maximum, c'est-à-dire que le point P se trouve confondu avec un point T' à droite de la fig.3.7; c'est dans cette position que  $\beta_2$  a la valeur minimum compatible avec la posture pour laquelle  $C_2'$  et  $C_3'$  sont confondus; soit  $40^\circ$  la valeur maximum de  $|\gamma_2|$  et  $|\gamma_3|$ ;

$$[3.3.3] \text{ donne } \delta_{C'P} = 42,079^\circ$$

$$[3.3.2] \text{ donne } \beta_2 = 61,023^\circ$$

la limite  $(\alpha + \beta) \leq 180^\circ$  entraîne que  $\alpha_2 \leq 118,977^\circ$

[3.3.1] donne pour r la valeur limite  $- \cos 118,977^\circ$ ,  
soit  $r \geq 0,484$ ; nous choisirons pour la suite  $r \geq 0,5$ .

### Singularité c

2 parallélogrammes sont dans un plan horizontal.

Considérons que ce sont les parallélogrammes 2 et 3 qui sont dans cette situation; dans ce cas,  $\beta_2 = \beta_3 = 0$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3$  et  $|\gamma_2| = |\gamma_3|$ . Fonction de la limite choisie pour le haut du volume de travail (voir fig.3.6), cette singularité ne pourra jamais être rencontrée si l'expression suivante est vérifiée (voir fig.3.11):

$$\sin\alpha_2 < zh$$

$$\sin\alpha_2 < \sqrt{1+b^2-2b \cos(\alpha+\beta)_{\min}} \quad [3.3.4]$$

On garantira toujours ce résultat si l'on résoud cette expression pour  $\alpha_2 = 90^\circ$  (cas où le point  $C'_2$  est situé le plus bas); on obtient:

$$b > 2\cos(\alpha+\beta)_{\min}$$

$$b > \sqrt{3} = 1,732$$

Afin d'éviter tout risque de passage par cette singularité, nous choisirons toujours  $b \geq 1,75$ .

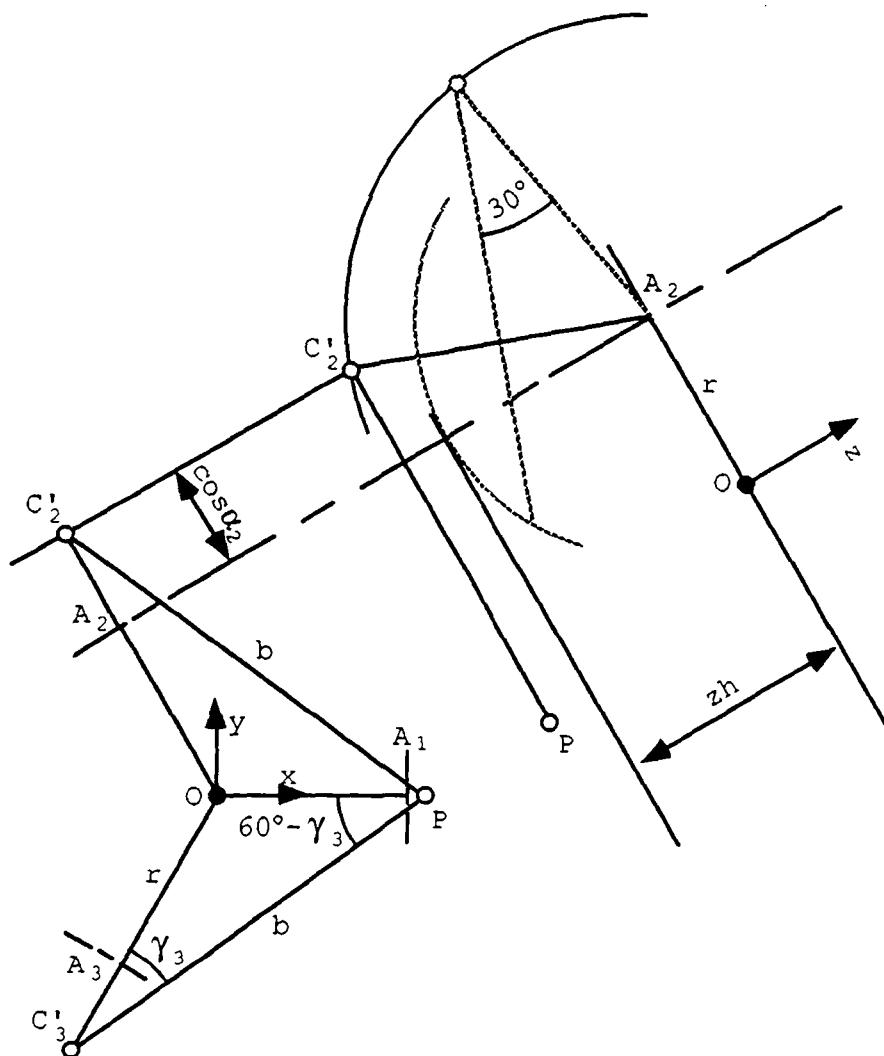


Fig.3.11 Représentation adimensionnelle simplifiée de la structure mobile lors de la singularité c.

#### Singularité d.

3 parallélogrammes sont dans un plan horizontal. Avec 3 chaînes cinématiques identiques, lors de cette singularité, le point P est obligatoirement situé sur l'axe Oz et les 3 chaînes cinématiques ont les mêmes coordonnées articulaires et les mêmes angles caractéristiques  $\beta_i = 0$  et  $\gamma_i = 0$ . La limite  $b > 1,75$  choisie sous "singularité c" évite toute possibilité d'avoir les 3 angles  $\beta_i$  égaux à 0 et par là interdit le passage par cette singularité.

### 3.4 Modèles géométriques.

#### 3.4.1 Introduction.

Une caractéristique essentielle du robot DELTA est le fait que sa structure mobile est un parallélogramme de l'espace, c'est-à-dire que quels que soient ses mouvements et sa position, il conserve constantes les 3 orientations de sa nacelle sans aucune action de moteurs; comme mentionné sous 3.1, le 4e degré de liberté ne sera pas considéré lors de cette étude géométrique; la nacelle sera donc considérée comme l'organe terminal de ce robot à 3 degrés de liberté.

Une des applications typiques du robot DELTA est le conditionnement de composants légers; cette opération consiste essentiellement à prendre une pièce à une position donnée et la déposer à une autre position en suivant une trajectoire compatible avec les contraintes de prise et d'accostage et celles dépendant des obstacles constitués par les divers éléments de la périphérie. Vu la géométrie particulière de ce robot, il est illusoire de programmer les trajectoires par l'apprentissage de quelques points.

Les modèles géométriques direct et inverse sont les relations qui expriment la situation de l'organe terminal du robot (la nacelle dans le cas présent) en fonction de la configuration du mécanisme (coordonnées articulaires) et inversément. La connaissance des modèles géométriques direct et inverse est donc absolument indispensable pour programmer le robot DELTA dans l'espace opérationnel (points de prise et dépose ainsi que trajectoire) et bénéficier ainsi totalement de ses propriétés. Ces modèles seront également indispensables pour la partie dynamique.

Plusieurs techniques se prêtent à l'établissement des modèles géométriques des robots à structure cinématique de type série. Les plus traditionnelles sont décrites dans [DENVIT 55], [PAUL 81] et [DOMBRE 88]; ce dernier document donne une excellente synthèse des différents travaux effectués sur ce sujet.

Dans le cas du robot DELTA, la méthode proposée par Dombre et Khalil [DOMBRE 88] consisterait à ouvrir les boucles cinématiques au niveau de la nacelle et à étudier chaque chaîne séparément en fonction des contraintes imposées par les autres chaînes.

Le fait que la nacelle n'effectue que des mouvements de translation permet une formulation plus simple des modèles géométriques. Nous considérons la simplification de représentation décrite sous 3.2.5 qui réduit la nacelle à un point.

Sur cette base, Sternheim [STERNHEIM 87] a établi une méthode pour déterminer les modèles direct et inverse du robot DELTA; pour cette opération, il fait intervenir les

angles  $\beta_i$  et  $\gamma_i$  (Cf. Fig. 3.3) qui définissent les directions des barres parallèles.

Nous proposons ci-dessous une méthode également basée sur la simplification de représentation décrite en 3.2.5; cette méthode de la géométrie analytique, consiste à exprimer les intersections d'une sphère avec 3 cercles.

Nous nous référerons à la figure 3.3; le point P peut être considéré comme le centre d'une sphère de rayon LB; les points  $A_i$  sont les centres de cercles de rayon LA appartenant aux plans  $\pi_i$  et les points  $C_i'$  sont donnés par les intersections des trois cercles de rayon LA avec la sphère de rayon LB centrée en P.

Coordonnées des points  $C_i$ :

$$[(R + LA \cos\alpha_i) \cos\theta_i, (R + LA \cos\alpha_i) \sin\theta_i, -LA \sin\alpha_i]$$

Équation de la sphère de centre  $P(x, y, z)$  et de rayon LB:

$$(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = LB^2$$

Les points  $C_i$  appartiennent à la sphère:

$$[(R + LA \cos\alpha_i) \cos\theta_i - x]^2 + [(R + LA \cos\alpha_i) \sin\theta_i - y]^2 + [-LA \sin\alpha_i - z]^2 = LB^2$$

$$x^2 - 2x(R + LA \cos\alpha_i) \cos\theta_i + y^2 - 2y(R + LA \cos\alpha_i) \sin\theta_i + z^2 + 2z LA \sin\alpha_i = LB^2 - LA^2 - R^2 - 2R LA \cos\alpha_i \quad [3.4.1]$$

Ces trois équations peuvent être résolues selon x, y, z pour le modèle direct et selon  $\alpha_i$  pour le modèle inverse. Afin de conserver les possibilités de contrôle dimensionnel des différentes équations, nous n'introduirons pas ici les facteurs r et b définis sous 3.3.3.

### 3.4.2 Modèle géométrique direct.

En posant:

$$D_i = -LB^2 + LA^2 + R^2 + 2R LA \cos\alpha_i$$

$$E_i = 2(R + LA \cos\alpha_i) \cos\theta_i$$

$$F_i = 2(R + LA \cos\alpha_i) \sin\theta_i = E_i \operatorname{tg}\theta_i$$

$$G_i = -2LA \sin\alpha_i$$

$$H_1 = E_1 G_2 - E_1 G_3 - E_2 G_1 + E_2 G_3 + E_3 G_1 - E_3 G_2$$

$$H_2 = -E_1 F_2 + E_1 F_3 + E_2 F_1 - E_2 F_3 - E_3 F_1 + E_3 F_2$$

$$H_3 = -E_1 D_2 + E_1 D_3 + E_2 D_1 - E_2 D_3 - E_3 D_1 + E_3 D_2$$

$$H_4 = F_1 D_2 - F_1 D_3 - F_2 D_1 + F_2 D_3 + F_3 D_1 - F_3 D_2$$

$$H_5 = -F_1 G_2 + F_1 G_3 + F_2 G_1 - F_2 G_3 - F_3 G_1 + F_3 G_2$$

alors:

$$x = z \frac{H_5}{H_2} + \frac{H_4}{H_2} \quad [3.4.2]$$

$$y = z \frac{H_1}{H_2} + \frac{H_3}{H_2} \quad [3.4.3]$$

[3.4.2] et [3.4.3] dans [3.4.1] pour i=1

$$z = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4 L N}}{2 L} \quad [3.4.4]$$

avec:

$$L = \frac{\frac{H_5^2}{H_2^2} + \frac{H_1^2}{H_2^2}}{H_2^2} + 1$$

$$M = 2 \frac{H_5 H_4 + H_1 H_3}{H_2^2} - \frac{H_5 E_1 + H_1 F_1}{H_2} - G_1$$

$$N = \frac{H_4^2 + H_3^2}{H_2^2} - \frac{H_4 E_1 + H_3 F_1}{H_2} + D_1$$

### 3.4.3 Modèle géométrique inverse:

avec:

$$Q_i = 2 x \cos \theta_i + 2 y \sin \theta_i$$

$$S = \frac{1}{LA} (-x^2 - y^2 - z^2 + LB^2 - LA^2 - R^2)$$

la résolution des équations (3.4.1) donne l'expression suivante:

$$\tan \frac{\alpha_i}{2} = \frac{-2z \pm \sqrt{4z^2 + 4R^2 - S^2 + Q_i^2 \left(1 - \frac{R^2}{LA^2}\right) + Q_i \left(-2\frac{R}{LA} S - 4 R\right)}}{-2 R - S - Q_i \left(\frac{R}{LA} - 1\right)}$$

A partir de  $\operatorname{tg}(\alpha_i/2)$ , rappelons encore qu'il est facile d'obtenir les sinus et cosinus de  $\alpha_i$ :

$$\sin\alpha_i = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha_i}{2}}{1 + \left(\operatorname{tg}\frac{\alpha_i}{2}\right)^2}$$
$$\cos\alpha_i = \frac{1 - \left(\operatorname{tg}\frac{\alpha_i}{2}\right)^2}{1 + \left(\operatorname{tg}\frac{\alpha_i}{2}\right)^2}$$

#### 3.4.4 Remarques au sujet des résultats obtenus pour les modèles géométriques direct et inverse:

- fonction de la géométrie et de l'origine choisie pour l'angle  $\alpha_i$ , la valeur absolue de ce dernier est toujours inférieure à  $180^\circ$ , donc  $\operatorname{tg}(\alpha_i/2)$  ne peut pas prendre la valeur infini; toutefois, des singularités mathématiques de type  $0/0$ , génératrices de bruit numérique à leur proximité, peuvent apparaître; afin d'écartier ce problème, Codourey [CODOUREY 91] a utilisé, avec des prémisses identiques, une résolution différente du modèle géométrique inverse; toutefois, cette résolution est plus exigeante en temps de calcul (augmentation de 30% environ);
- les deux valeurs obtenues pour chaque  $\alpha_i$  proviennent du fait que chaque arc de cercle coupe la sphère en deux points; la valeur utile est la plus petite des deux; l'autre valeur correspond à une position où l'angle  $\alpha_i + \beta_i$  est supérieur à  $180^\circ$ ; on prendra donc le signe "-" dans l'expression de  $\operatorname{tg}(\alpha_i/2)$ ;
- les deux valeurs obtenues pour chacune des coordonnées  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , dans le cadre de la transformation directe ont pour origine le fait que par les 3 points  $C_i'$  peuvent passer deux sphères de rayon donné; leurs centres respectifs sont placés symétriquement par rapport au plan défini par les trois points considérés; la valeur minimum de  $z$  sera celle à prendre en considération; on choisira le signe "--", dans l'expression [3.4.4] ;
- pour accélérer les calculs numériques, on aura avantage à choisir un des angles  $\theta_i$  égal à  $0$ ; nous prendrons donc  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 120^\circ$  et  $\theta_3 = 240^\circ$ ; avec ces valeurs,  $Q_1 = 2x$ ,  $F_1 = 0$ ,  $H_2$ ,  $H_4$  et  $H_5$  ont 2 termes en moins.

### 3.5 Modèles différentiels.

#### 3.5.1 Introduction.

La connaissance de la définition dans l'espace de travail d'un robot permet de déterminer les limites de répétabilité qu'il est possible d'atteindre pour une résolution donnée des articulations motorisées; les modèles différentiels fournissent les informations nécessaires à cette étude. Comme mentionné en début de chapitre, on peut considérer que les imprécisions dues aux oscillations de la mécanique à fréquences élevées sont négligeables.

Le modèle différentiel direct d'un robot décrit les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles ( $dx$ ,  $dy$  et  $dz$  dans notre cas) en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaires ( $d\alpha_i$ ); cette relation est donnée par la matrice jacobienne du mécanisme. Comme son nom l'indique, le modèle différentiel inverse décrit la relation inverse, c'est-à-dire  $d\alpha_i$  en fonction de  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$ . Ces relations sont variables selon la position de la nacelle.

Plusieurs méthodes sont citées pour déterminer les modèles différentiels [DOMBRE 88]. Pour le modèle différentiel direct, la première, qui semble la plus naturelle, consiste à partir du modèle géométrique direct:

$$x = f_x(\alpha_i)$$

$$y = f_y(\alpha_i)$$

$$z = f_z(\alpha_i)$$

le modèle différentiel direct est donné par l'expression ci-dessous:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \\ d\alpha_3 \end{pmatrix} \quad [3.5.1]$$

La deuxième méthode consiste à calculer directement les effets, dans l'espace opérationnel, de petits mouvements sur chaque articulation (motorisée ou non). Pour un robot bouclé cela nécessite d'ouvrir les boucles et de calculer ces effets pour chaque chaîne cinématique prise individuellement; pour le robot DELTA ce mode de faire conduit à utiliser les variations des coordonnées non motorisées  $d\beta_i$  et  $d\gamma_i$ ; la condition que la nacelle effectue

le même mouvement quelle que soit la chaîne considérée permet d'éliminer  $d\beta_i$  et  $d\gamma_i$ .

Une troisième méthode consiste à utiliser les modèles géométriques. Les coordonnées articulaires  $\alpha_i$  définissent un point de l'espace opérationnel de coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ ; aux coordonnées  $\alpha_i + d\alpha_i$  correspond un autre point de coordonnées  $x+dx$ ,  $y+dy$ ,  $z+dz$ . Sternheim [STERNHEIM 88] a utilisé une méthode analogue pour mettre en évidence le modèle différentiel inverse en calculant par voie numérique les variations dans l'espace articulaire ( $d\alpha_i$ ) pour une variation selon  $x$ ,  $y$  ou  $z$  dans l'espace opérationnel.

Pour étudier la définition dans l'espace du robot DELTA, nous nous baserons essentiellement sur la première méthode citée; les expressions compliquées obtenues sous 3.4 nous conduiront à déterminer le modèle différentiel direct également par voie numérique.

### 3.5.2 Définition dans l'espace du robot DELTA.

La connaissance du modèle différentiel direct nous permettra de déterminer la résolution dans l'espace opérationnel du robot pour une résolution articulaire donnée.

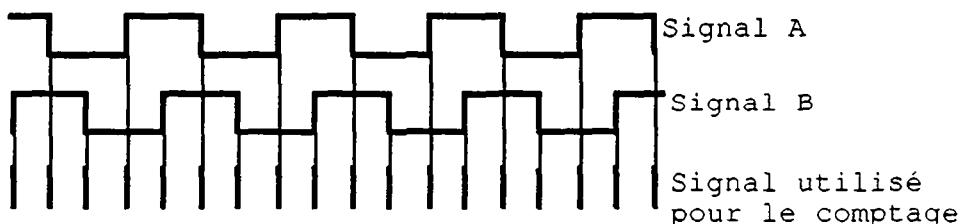


Fig.3.12 Signaux donnés par les 2 canaux d'un capteur incrémental permettant le comptage et la détection du sens du mouvement de l'axe sur lequel il est monté.

Pour étudier ce problème, nous considérerons que le contrôle de la position du robot est assuré par un capteur incrémental monté sur chaque bras; c'est cette solution qui est la plus couramment utilisée. En règle générale, ces capteurs donnent 3 signaux: 2 signaux A et B déphasés d'un quart de période comme montré à la figure 3.12 et un troisième signal donnant une impulsion par révolution, définissant ainsi une origine; les 2 signaux A et B permettent de détecter 4 changements d'état par période (voir également fig.3.12); lors du comptage, lorsque le capteur est situé entre 2 changements d'état, le contrôleur ne sait pas où se situe le capteur entre ces 2 informations; on voit donc qu'avec un tel capteur, l'incertitude sur la position est de 1 incrément; lorsque le capteur a une hystérèse (couramment ≈ 10% de l'incrément), l'incertitude a pour valeur 1 incrément + 2 fois l'hystérèse. Dans la suite de ce paragraphe, nous considérerons, pour simplifier, que

l'hystérèse est nulle et que l'incertitude est de 1 incrément; nous choisissons un incrément articulaire  $d\alpha$  identique pour les 3 bras.

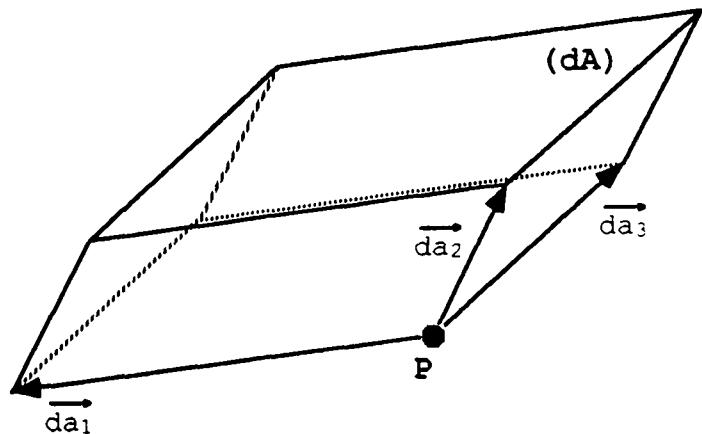


Fig.3.13 Parallélépipède d'incertitude réel ( $dA$ ) en un point  $P$  de l'espace opérationnel du robot DELTA.

Considérons un point  $P$  ( $x, y, z$ ) de l'espace opérationnel (fig.3.13); on peut associer à ce point  $P$  un parallélépipède d'incertitude réelle dont les 8 sommets sont donnés par l'expression [3.5.1] dans laquelle on a introduit les 8 combinaisons de  $d\alpha_i = 0$  et  $d\alpha_i = d\alpha$ ; soit  $dA$  ce parallélépipède qui est défini par les 3 vecteurs  $\overrightarrow{da_i}$  exprimés dans le repère cartésien de l'espace opérationnel par l'expression suivante:

$$\overrightarrow{da_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_i} \end{pmatrix} d\alpha_i$$

Lorsqu'on commande au robot de se trouver au point  $P$ , on sait qu'il se trouve dans ce parallélépipède d'incertitude ( $dA$ ); pour faciliter l'interprétation de cette incertitude dans l'espace opérationnel cartésien, nous considérons le parallélépipède rectangle ( $dX$ ) circonscrit au parallélépipède ( $dA$ ) (voir fig.3.14); les côtés de  $dX$  sont parallèles aux axes du repère cartésien; c'est le parallélépipède ( $dX$ ) que nous considérerons comme zone d'incertitude apparente au point  $P$  dans l'espace opérationnel.

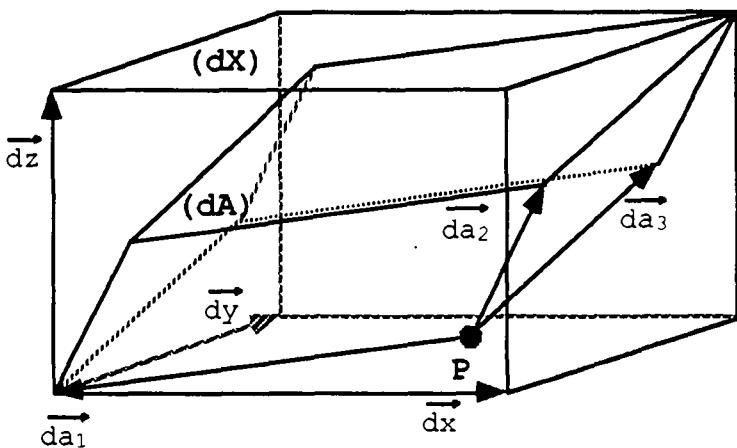


Fig.3.14 Parallélépipède d'incertitude apparent ( $dX$ ) circonscrit au parallélépipède d'incertitude réel ( $dA$ ) en un point  $P$  de l'espace opérationnel du robot DELTA.

Les 3 dimensions du parallélépipède  $dX$  sont données par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} |\vec{dx}| &= \sum_i \left| \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_i} \right| d\alpha_i \\ |\vec{dy}| &= \sum_i \left| \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_i} \right| d\alpha_i \\ |\vec{dz}| &= \sum_i \left| \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_i} \right| d\alpha_i \end{aligned}$$

Pour l'étude du volume de travail, nous avons éliminé le facteur "échelle" en rapportant toutes les grandeurs à la longueur  $LA$ . Pour examiner la définition du robot dans l'espace, nous éliminerons également la composante dimensionnelle.

Soit  $dc = d\alpha \cdot LA$  l'incrément au niveau extrémité du bras (point  $C_i$  de la fig.3.3); les longueurs des côtés du parallélépipède rectangle ( $dX$ ) seront rapportées à  $dc$ ; soit:

$$\begin{aligned} sx &= \frac{|\vec{dx}|}{dc} \\ sy &= \frac{|\vec{dy}|}{dc} \\ sz &= \frac{|\vec{dz}|}{dc} \end{aligned}$$

De cette façon, nous obtiendrons 3 facteurs  $sx$ ,  $sy$ ,  $sz$  qui ne dépendent pas de l'échelle du robot, ni de l'incrément angulaire choisi pour le calcul.

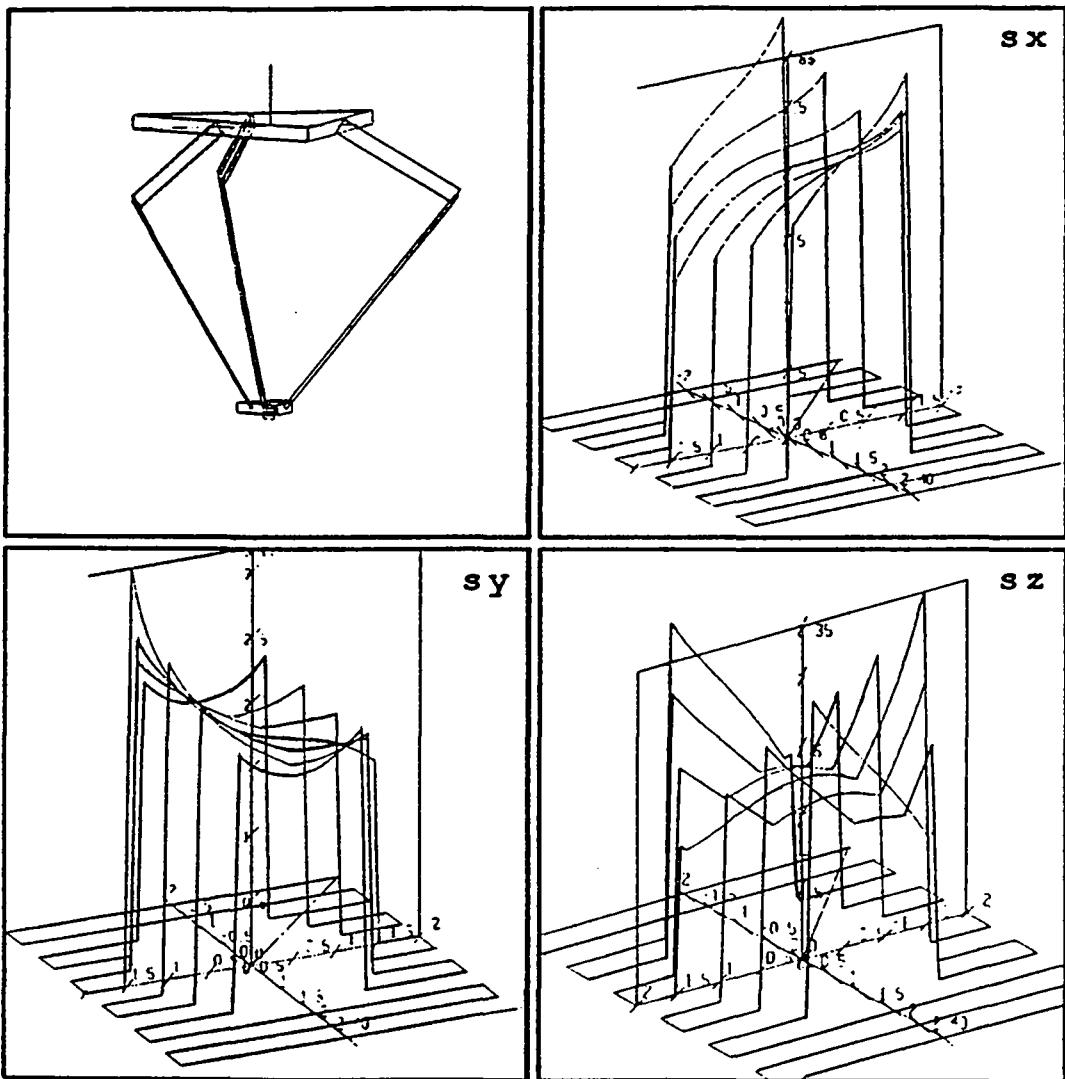


Fig.3.15 Représentation de la définition dans l'espace d'un robot DELTA déterminée par balayage dans un plan horizontal.

Les dimensions du parallélépipède d'incertitude apparent ( $d_X$ ) dépendent de la position du robot; la fig.3.15 montre l'allure de cette variation; ces graphiques ont été obtenus par balayage d'un plan horizontal selon le parcours dessiné et par le report, selon z, des valeurs des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$ ; lorsque les limites angulaires imposées ( $\gamma_{\max}$  et  $(\alpha+\beta)_{\min}$ ) sont dépassées, les valeurs des coefficients sont mises à zéro.

L'étude globale de la définition du robot en fonction des facteurs  $r$  et  $b$  est difficile en utilisant des graphiques du type de ceux de la fig.3.15. Pour limiter la quantité d'information, nous avons extrait, pour un robot donné (défini par les 2 facteurs  $r$  et  $b$ ), la valeur maximum de chacun des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$ , et  $s_z$  pour chaque plan balayé; la fig.3.16 donne le résultat pour un robot dont les grandeurs adimensionnelles  $r$  et  $b$  valent respectivement 0,63 et 2.

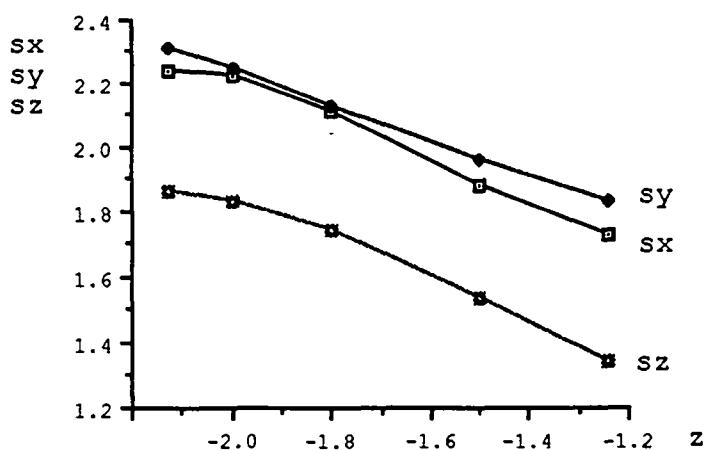


Fig.3.16 Représentation des valeurs maximums de chacun des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$  pour un robot donné ( $r=0,63$  et  $b=2$ ) en fonction de la hauteur du plan de balayage; les plans limites sont situés aux cotes  $zh = -1,24$  et  $zh-h = -1,24-0,89 = -2,13$  (Cf. Tableau 3.8).

L'examen des graphiques obtenus pour  $r = 0,5$ ,  $0,63$ ,  $0,8$  et  $1$  et pour  $1,75 \leq b \leq 3$  permet de représenter à la fig.3.17 les valeurs maximums de  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$  en fonction des dimensions relatives du robot; ces courbes nous conduisent aux remarques suivantes:

- 1 lorsque  $r=1$  et  $b=1,75$ ,  $s_z$  peut prendre une valeur relativement élevée; ceci provient du fait que l'on approche des singularités de type c et d (voir 2.2.4 et 3.3.4);
- 2 de façon globale,  $r$  et  $b$  n'ont pas une importance prépondérante sur les maximums de  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$ , sauf en cas de passage à proximité de singularités; on peut considérer grossièrement que dans les fourchettes choisies pour  $r$  et  $b$ , les maximums de  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$  sont compris entre 2 et 3;
- 3 l'augmentation de  $b$  conduit à une augmentation des maximums de  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$  dans une proportion semblable pour les 3 coefficients;
- 4 l'augmentation de  $r$  conduit à une diminution des maximums de  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$  dans une proportion semblable pour les 3 coefficients, sauf pour le cas relevé en 1.

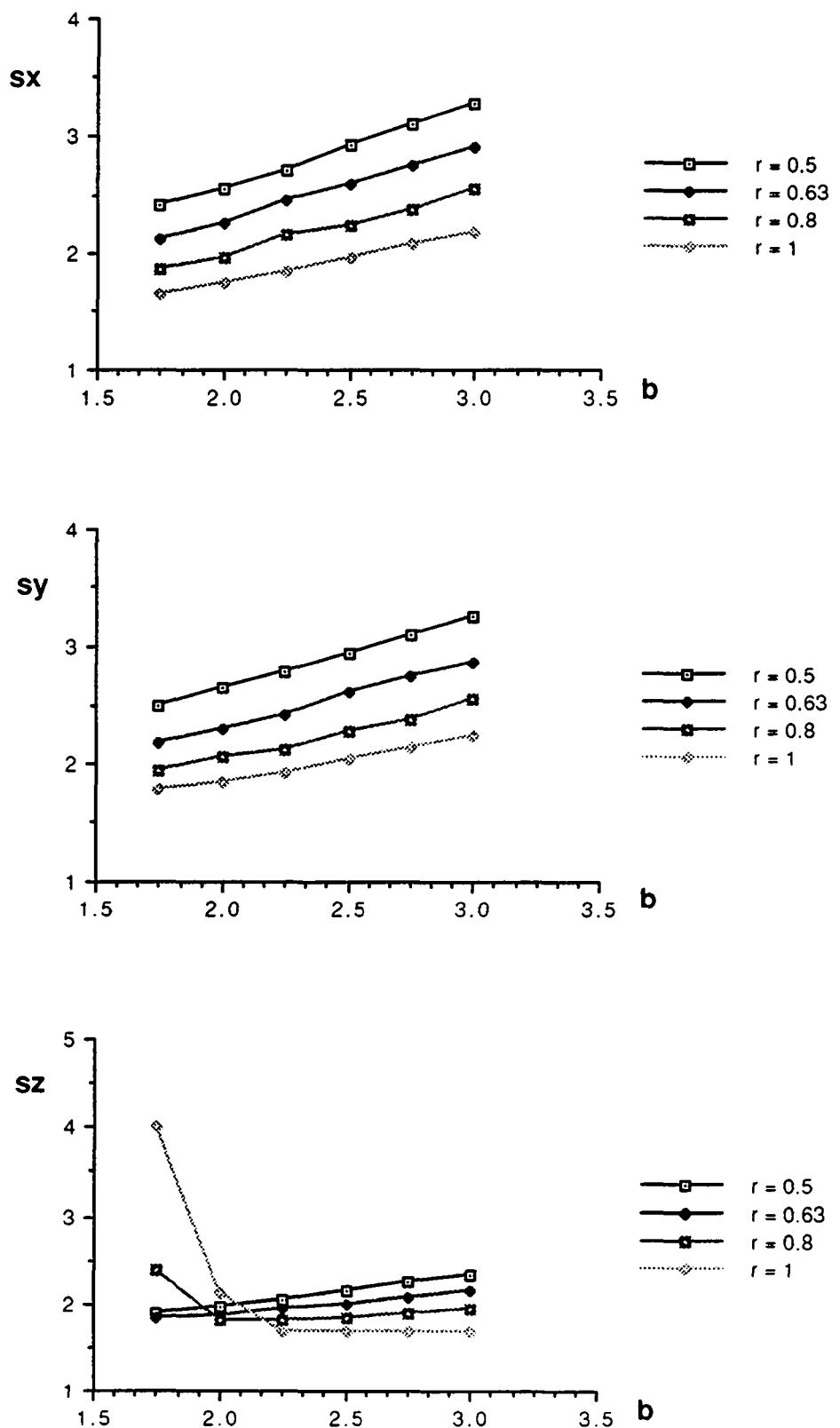


Fig.3.17 Influence des facteurs  $r$  et  $b$  sur les maximums des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$ .

Comme pour l'étude du volume de travail, la définition du robot DELTA telle que vue précédemment sera comparée à celle d'un robot SCARA au chapitre 5.

### 3.6 Conclusion.

Au cours de ce chapitre, nous avons mis en évidence les différentes caractéristiques géométriques du porteur du robot DELTA (3 degrés de liberté disposés en parallèles), soit: le volume de travail et l'influence des dimensions sur ses limites, la détermination des modèles géométriques direct et inverse ainsi que l'influence des paramètres dimensionnels sur la définition dans l'espace. Les résultats de ces études montrent que ce robot a un comportement sans discontinuité gênante tant l'on reste dans les limites du volume de travail défini; cette régularité est un atout intéressant pour la programmation et l'utilisation en milieu industriel.

La projection du volume de travail sur un plan horizontal est un hexagone régulier circonscrit à un cercle de diamètre environ égal à 1,3 LB; la hauteur au centre est peu influencée par les paramètres  $r$  et  $b$  ( $1,54 < h_{max} < 1,77$ ) alors que la hauteur à la périphérie en dépend fortement ( $0,17 < h < 1,06$ ), la valeur maximum de  $h$  étant obtenue pour  $r=0,5$  et  $b=1,75$ .

Sur le plan de la définition dans l'espace, on voit (fig.3.17) que les valeurs maximums du coefficient  $sz$  sont influencées défavorablement par l'approche des singularités  $c$  et  $d$  (fig.2.5), cas rencontré lorsque  $b$  est petit et  $r$  grand; il est donc utile de choisir des paramètres dimensionnels qui évitent tout risque de passage près de cette zone; mis à part cette particularité, le maximum de l'incrément augmente lorsque  $r$  diminue et  $b$  augmente. Le chapitre 5 reprend plus en détail la démarche qui a conduit au choix des paramètres les mieux appropriés.



## 4 Etude dynamique de la structure mobile.

### 4.1 Introduction.

L'étude géométrique conduite au chapitre 3 a permis de mettre en évidence les relations entre les dimensions du robot et ses différentes caractéristiques sur les plans volume de travail, définition dans l'espace et singularités; en plus des masses et inerties des constituants, les longueurs paramétriques du robot auront également une influence sur le comportement dynamique de la structure mobile et sur les couples nécessaires aux moteurs de bras; la connaissance de ces couples sera une information importante pour le choix des moteurs et pour la commande.

Par rapport au robots sériels conventionnels, le robot DELTA est caractérisé par un fort couplage entre les 3 bras; ce phénomène est d'autant plus marqué que la masse de la nacelle est élevée et l'inertie de l'ensemble "bras-moteur de bras" est faible; lorsque les moteurs ne sont pas surdimensionnés, la régulation de chaque axe indépendamment ne donne pas des résultats satisfaisants (voir [CODOUREY 91] qui présente l'étude de la commande du robot DELTA à entraînement direct).

Au cours de ce chapitre, nous étudierons le **modèle dynamique inverse** qui permettra de connaître les couples instantanés des moteurs lors de mouvements selon des trajectoires données avec des équations de mouvement curviligne déterminées. Ce modèle dynamique permettra d'obtenir les informations suivantes:

- valeur du **couple** à fournir à tout instant par chaque moteur (commande a priori) afin de minimiser l'erreur par rapport à la consigne; avec un modèle dynamique simplifié, Codourey a élaboré une commande pour le robot DELTA à entraînement direct capable de calculer en temps réel le couple à fournir par chacun des moteurs [CODOUREY 91];
- valeur des **couples maximums** fournis par le moteur le plus chargé pour une tâche déterminée; ces informations seront utiles lors du choix des moteurs et lors du dimensionnement de la transmission lorsqu'un réducteur est situé entre l'actionneur et le bras;
- la **puissance maximum** délivrée par le moteur le plus chargé fournira une information importante pour le choix des moteurs et le dimensionnement de l'amplificateur;

- mise en évidence de l'**influence des dimensions du robot** sur les couples moteurs et proposition des rapports de longueurs les mieux adaptés.

Au cours de ce travail, nous laisserons de côté le modèle dynamique direct; un tel modèle, mais simplifié (inertie des barres parallèles négligée), a été étudié par Breguet [BREGUET 89]; nous ne traiterons pas non plus du problème de la commande et du réglage, ce secteur étant étudié par Codourey [CODOUREY 91] pour un robot DELTA à entraînement direct; pour cette étude, il se base, comme Pierrot [PIERROT.90], sur la même hypothèse simplificatrice que Bréguet.

#### **Hypothèses simplificatrices:**

nous conduirons les différentes études relatives à la dynamique du robot en simplifiant le problème par les hypothèses suivantes:

- toutes les pièces sont considérées parfaitement rigides;
- la géométrie des pièces est parfaite;
- le frottement est négligé;
- il n'y a aucun jeu;
- la masse de la nacelle et de la charge sont concentrées au point P (Cf. Fig.3.2);
- aucune force extérieure n'est appliquée sur la nacelle;
- chaque paire de barres parallèles est considérée comme une barre unique dont la masse correspond au double de la masse d'une seule barre;
- le mécanisme d'entraînement du quatrième degré de liberté n'est pas pris en compte dans cette étude; son effet sera approché, si nécessaire, par l'adjonction d'une masse additionnelle sur la nacelle. Fischer [FISCHER 88] a déterminé le modèle dynamique inverse en prenant en compte le mécanisme d'entraînement du quatrième degré de liberté conçu sous la forme d'un arbre télescopique muni d'une articulation de type cardan à chacune de ses extrémités;
- les articulations aux extrémités des barres parallèles seront considérées comme faisant partie de la nacelle et du bras;
- les bras et les barres parallèles ont une masse linéaire constante sur toute leur longueur;
- le couple est calculé au niveau de l'arbre entraînant le bras;
- le réducteur (lorsqu'il existe) a un rendement de 100%.

#### **4.2 Modèle dynamique inverse.**

##### **4.2.1 Introduction.**

L'utilisateur souhaite que le robot effectue une tâche déterminée qui consiste le plus souvent à déplacer un corps entre un certain nombre de positions selon des trajectoires

déterminées dont la précision varie suivant les applications. Nous voulons résoudre le problème suivant: pour une tâche donnée (parcours, type de mouvement, temps disponible, charge, robot déterminé), quels sont les couples à fournir par les moteurs en fonction du temps; c'est ce que l'on appelle le modèle dynamique inverse ou parfois plus simplement le **modèle dynamique**. Le modèle dynamique direct est celui qui exprime les accélérations, vitesses et positions en fonction des couples des actionneurs et des conditions initiales du mouvement; nous ne traiterons pas ce modèle dans le présent travail.

Dombre et Khalil [DOMBRE 88] présentent les 2 formalismes les plus courants pour l'étude des modèles dynamiques; il s'agit du formalisme de Lagrange et du formalisme de Newton-Euler; ce dernier formalisme a entre autres été présenté par ces auteurs pour modéliser les cas de chaînes cinématiques complexes; le robot Hitachi HPR (robot anthropomorphe dont le porteur comporte 1 boucle située dans un plan parallèle à l'axe de pivotement du premier degré de liberté) a été utilisé comme exemple; Giordano [GIORDANO 87] utilise le formalisme de Lagrange pour la modélisation de robots à cinématique complexe avec également le robot Hitachi HPR comme exemple; Dayer [DAYER 88] a déterminé numériquement, par la méthode de Newton-Euler, le modèle dynamique inverse du robot DELTA; ceci l'a conduit à résoudre un système de 21 équations après introduction des simplifications du modèle du mécanisme proposées en 4.1 (60 inconnues avant simplification). La méthode de Newton-Euler a pour avantage la possibilité de connaître les efforts internes à la structure articulée; cette information permet d'introduire l'effet du frottement dans le modèle dynamique et de dimensionner plus finement les composants mécaniques. Nous avons renoncé à utiliser cette méthode pour les raisons suivantes:

- le concept de ce robot assure un frottement faible au niveau des articulations aux extrémités de barres parallèles et de ce fait la prise en compte de ce phénomène apporte peu d'avantage;
- le dimensionnement des composants mécaniques doit tenir compte des contraintes de la fabrication, des efforts dans le mécanisme lors de mauvaises manipulations et surtout de la raideur de la structure mobile; les efforts internes en fonctionnement normal sont nettement plus faibles que ceux générés par les différents "accidents" que peut subir le robot; la connaissance des forces dans les barres parallèles en fonctionnement normal n'est donc pas très utile au concepteur;
- la lourdeur de cette résolution qui conduit à l'élimination de toutes les inconnues représentant les efforts intérieurs à la structure.

Le formalisme de Lagrange semble à première vue bien adapté pour la résolution de ce problème; il décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du système,

ce qui se traduit, lorsque l'effort extérieur sur l'organe terminal est nul, par l'expression suivante:

$$M_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_i} - \frac{\partial L}{\partial \alpha_i}$$

avec:  $\alpha_i$ : variable articulaire correspondant au bras i

$M_i$ : couple sur le moteur i

L: lagrangien du système égal à E-U,

E: énergie cinétique totale du système,

U: énergie potentielle totale du système.

Le calcul de L pose peu de problème, mais la dérivation partielle par rapport à la vitesse est difficile par le fait qu'il n'est pas possible d'obtenir les modèles géométriques sous une forme analytique aisément manipulable.

#### 4.2.2 Méthode des travaux virtuels.

La méthode des travaux virtuels [GRUBER 88] (p.554), permet une approche efficace pour la modélisation du robot DELTA; son application pour ce cas a été utilisée pour la première fois par Fischer [FISCHER 88].

Considérons un système de points matériels de masse  $m_i$ , soumis à des forces de liaison  $L_i$  et à des forces appliquées  $F_i$ ; soit  $d_i$  les déplacements virtuels compatibles de ces masses; on appelle déplacement virtuel compatible tout déplacement que l'on pourrait imposer au système en tenant compte des liaisons telles qu'elles existent à l'instant t. Des équations de Newton

$$m_i \ddot{\alpha}_i = F_i + L_i \quad (\ddot{\alpha}_i: \text{accélération du point } i)$$

et de la condition des travaux virtuels lorsque les liaisons sont parfaites

$$\sum_i L_i \cdot d_i = 0$$

on obtient l'équation de D'Alembert:

$$\sum_i (m_i \ddot{\alpha}_i - F_i) d_i = 0$$

En d'autres termes, la somme des travaux des forces appliquées et des forces d'inertie est nulle pour tout déplacement virtuel compatible.

#### Principe des travaux virtuels appliqué au robot DELTA.

A tout instant, nous connaissons par le modèle géométrique inverse, la configuration instantanée du robot; par dérivation, numérique dans le cas présent, il est possible de déterminer les vitesses et accélérations des différents points de la structure mobile. Effectuons des déplacements

virtuels de chacun des 3 bras, pris alternativement; le déplacement virtuel d'un bras est un angle  $d\alpha$ ; il en découle un ensemble de déplacements virtuels au niveau de toute la structure mobile, sauf au niveau des 2 autres bras qui eux restent immobiles. Déplacer virtuellement un bras nécessite l'apport d'un travail qui représente la somme, sur toutes les particules de la structure, des produits scalaires entre les vecteurs "masse\*accélération" et les vecteurs "déplacements virtuels". Ce travail est uniquement apporté par l'actionneur auquel on a fait subir un déplacement virtuel. Le travail de la pesanteur est déterminé par la somme, sur la structure, des produits scalaires "masse\*accélération terrestre" et "déplacements virtuels". L'égalité du travail fourni par l'actionneur considéré et des travaux nécessaires à un déplacement de la structure donne directement le couple de l'actionneur dont le déplacement virtuel est connu.

#### 4.2.3 Calcul des couples moteur avec la méthode des travaux virtuels.

Notations:

$m_A$ : masse du bras

$m_C$ : masse de l'articulation en C

$m_B$ : masse de 2 barres parallèles confondues

$m_N$ : masse de la nacelle avec la charge; les articulations nacelle-barres parallèles sont incluses dans la masse de la nacelle

$I_A$ : inertie du moteur-réducteur rapportée à l'axe de rotation du bras:

$\overrightarrow{dP_i}$ : déplacement virtuel de la nacelle lorsque le moteur i effectue un déplacement virtuel  $d\alpha_i$

$\overrightarrow{dC_i}$ : déplacement virtuel du point  $C_i$  lorsque le moteur correspondant effectue un déplacement virtuel  $d\alpha_i$

$\overrightarrow{ac_{C_i}}$ : accélération du point  $C_i$

$\overrightarrow{ac_P}$ : accélération de la nacelle

Lors du déplacement virtuel  $d\alpha_i$  du moteur i, celui-ci fournit le travail virtuel  $W_i = M_i d\alpha_i$ .

Les déplacements virtuels et les accélérations aux points considérés sont déterminés numériquement sur la base des modèles géométriques inverse et direct.

Selon les hypothèses simplificatrices énoncées, le robot peut être considéré comme un ensemble de masses ponctuelles (nacelle, liaisons bras-barres parallèles), de barres

indéformables de masse linéaire constante (bras, barres parallèles) et de corps de révolution d'inertie connue (moteurs de bras).

Calcul de la **somme des travaux virtuels**  $W_1^d$  lorsque le **moteur 1 effectue le déplacement virtuel**  $d\alpha_1$ ; le développement permettant de calculer le travail virtuel d'une barre indéformable dont les déplacements virtuels et les accélérations à chacune de ses extrémités sont connus est donné dans l'annexe 4.1:

**travail virtuel pour déplacer la nacelle:**

$$WN_1^d = mN \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acP}$$

**travail virtuel pour déplacer la liaison bras-parallélogramme (point C<sub>1</sub>):**

$$WC_1^d = mC \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{acc_1}$$

**travail virtuel pour déplacer le parallélogramme 1:**  
 $WB_1^d = \frac{mB}{3} \left( \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{acc_1} + \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acP} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{acP} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acc_1} \right)$

**travail virtuel pour déplacer les paralléogrammes 2 et 3:**

$$WB_{23}^d = \frac{mB}{3} \left( 2 \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acP} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acc_2} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{acc_3} \right)$$

**travail virtuel pour déplacer le bras 1 et le moteur 1:**

$$WA_1^d = \left( \frac{mA}{3} + \frac{IA}{LA^2} \right) \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{acc_1}$$

**Apport d'énergie par la pesanteur:**

sur la nacelle:  $WN_1^g = mN \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g}$

sur la liaison bras-parallélogramme:  $WC_1^g = mC \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g}$

sur le parallélogramme 1:

$$\begin{aligned} WB_1^g &= \frac{mB}{3} \left( \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g} + \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} \right) \\ &= \frac{mB}{2} \left( \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g} + \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} \right) \end{aligned}$$

sur les paralléogrammes 2 et 3:

$$WB_{23}^g = \frac{mB}{3} \left( 2 \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g} \right) = mB \overrightarrow{dP_1} * \overrightarrow{g}$$

sur le bras 1:

$$WA_1^g = \frac{mA}{3} \left( \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g} + \frac{1}{2} \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g} \right) = \frac{mA}{2} \overrightarrow{dC_1} * \overrightarrow{g}$$

soit  $W_1^g$  le total de l'énergie apportée par la pesanteur lors du déplacement virtuel du moteur 1.

Le travail virtuel à fournir par l'actionneur 1 est donné par l'expression:

$$W_1 = W_1^d - W_1^g$$

En regroupant les termes qui multiplient les vecteurs déplacement virtuel:

$$\begin{aligned} W_1 &= \overrightarrow{dC_1} \left[ \left( \frac{mA+mB+mC+\frac{IA}{LA^2}}{3} \right) \overrightarrow{acc_1 + \frac{mB}{6} \overrightarrow{acP}} - \left( mC + \frac{mA+mB}{2} \right) \vec{g} \right] \\ &\quad + \overrightarrow{dP_1} \left[ (mB+mN) \overrightarrow{acP} + \frac{mB}{6} (\overrightarrow{acc_1} + \overrightarrow{acc_2} + \overrightarrow{acc_3}) - \left( mN + \frac{3mB}{2} \right) \vec{g} \right] \end{aligned}$$

La même opération pour les bras 2 et 3 permet d'obtenir  $W_2$  et  $W_3$  et par la suite  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ .

Les modèles dynamiques obtenus par la méthode de Newton-Euler et par la méthode des travaux virtuels donnent bien entendu les mêmes résultats à quelques epsilons près provoqués par les imprécisions de calculs (les différences obtenues sont de l'ordre du pour-cent).

#### 4.3 Influence des dimensions du robot sur les couples des moteurs.

##### 4.3.1 Introduction.

La vocation première du robot DELTA est la palettisation de pièces légères; le montage de composants sur une surface plane (composants montés en surface (CMS) par exemple) est une tâche qui est également dans les possibilités de ce robot, moyennant un contrôle efficace et une construction mécanique soignée pour assurer la précision nécessaire. Ces différentes tâches sont essentiellement des travaux de prise et dépose ("pick and place"); les endroits de prise et de dépôt peuvent être connus au moment de la conception du poste ou dépendre d'informations obtenues en cours de travail, par un système de vision par exemple.

Afin d'être en mesure de recommander des dimensions pour un robot destiné à une tâche donnée, nous étudierons, au cours de cette section, l'influence des grandeurs adimensionnelles  $r$  et  $b$  (Cf.3.2.3) sur les couples des moteurs. Les simulations seront effectuées pour des robots de taille proche de celle des prototypes réalisés; nous aurons de cette façon la possibilité d'obtenir une confirmation des résultats par des tests réels;  $r$  et  $b$  varieront dans les plages testées pour l'étude du volume de travail et de la définition (chap.3):  $0,5 \leq r \leq 1$  et  $1,75 \leq b \leq 3$ ; nous fixons la longueur du bras  $LA=200$  mm. Pour comparer les résultats des simulations pour les différentes géométries, nous choisissons de considérer les maximums des couples et des puissances fournis par le moteur le plus chargé lors d'un

déplacement selon une trajectoire donnée avec un mouvement curviligne déterminé; nous considérerons les maximums positifs et négatifs des couples et des puissances; ce choix est motivé par les raisons suivantes:

- ces informations sont utiles lors du choix des moteurs;
- le courant dans le moteur est proportionnel au couple et la perte par résistance est proportionnelle au carré du courant, donc fortement influencée par les valeurs extrêmes, positive et négative du couple;
- cette information limitée permet de comparer facilement un grand nombre d'essais; la prise en compte des courbes de couple et de puissance en fonction du temps apporterait beaucoup plus d'informations que les valeurs extrêmes, mais leur comparaison en vue de déterminer la géométrie la mieux adaptée pour ce robot serait beaucoup plus difficile.

Le signe du couple est choisi identique à celui de  $\alpha$  et le signe de la puissance est négatif lorsque le moteur travaille en freinage.

#### **4.3.2 Trajectoire.**

Les travaux mentionnés précédemment nécessitent des trajectoires très diverses qui peuvent être situées dans la totalité du volume de travail; nous choisissons, pour nos tests, des trajectoires qui peuvent toutes être inscrites dans tous les volumes de travail obtenus pour les coefficients  $r$  et  $b$  compris dans les plages mentionnées (voir tableau 3.8 et fig.3.9); les trajectoires choisies sont situées dans le plan vertical  $Oxz$ ; Dayer [DAYER 88] a montré par simulation que le mouvement selon une trajectoire située dans un des plans  $\pi_i$  ( $\pi_i$ : plan vertical dans lequel est situé le bras  $i$ ) est celui qui, passant par l'axe  $Oz$ , charge le plus le moteur du bras  $i$ ; les tests avec une trajectoire située dans un plan parallèle à  $\pi_i$  [BAUMANN 91] montrent que les couples maximums ne dépendent que très peu de la distance entre le plan de la trajectoire et le plan  $\pi_i$ ; leur variation n'est sensible que lorsque l'on frôle la limite  $\alpha+\beta=180^\circ$ .

La forme, la position et la grandeur du volume de travail dépendent des paramètres  $b$  et  $r$ ; afin d'assurer une certaine homogénéité dans les comparaisons (position relative environ constante par rapport au volume de travail) et éviter des passages par des singularités, les trajectoires ont été positionnées verticalement par rapport à la limite supérieure du volume de travail; dans tous les cas, le départ de la trajectoire est situé du côté  $x$  positif; par raison de simplification et parce que c'est un cas couramment rencontré en pratique, les positions de prise et de dépôse sont choisies au même niveau (même valeur de  $z$ ).

Les formes et les positions des différentes trajectoires testées sont données à la figure 4.1.

D'autres formes de trajectoires ont été abordées [BAUMANN 91]: cycloïde, arc de cercle et segments droits, ellipse et segments droits, cloxoïde (ligne dont la courbure est proportionnelle à l'abscisse curviligne), spline; parmi ces trajectoires, seule la cloxoïde apporte quelques légers avantages sur les plans couples et variations de couple par rapport à l'ellipse; l'ellipse a toutefois été préférée à la cloxoïde pour les tests présentés dans ce travail par le fait que notre expérience est plus importante avec cette trajectoire (simulations et tests réels sur plusieurs robots de dimensions différentes).

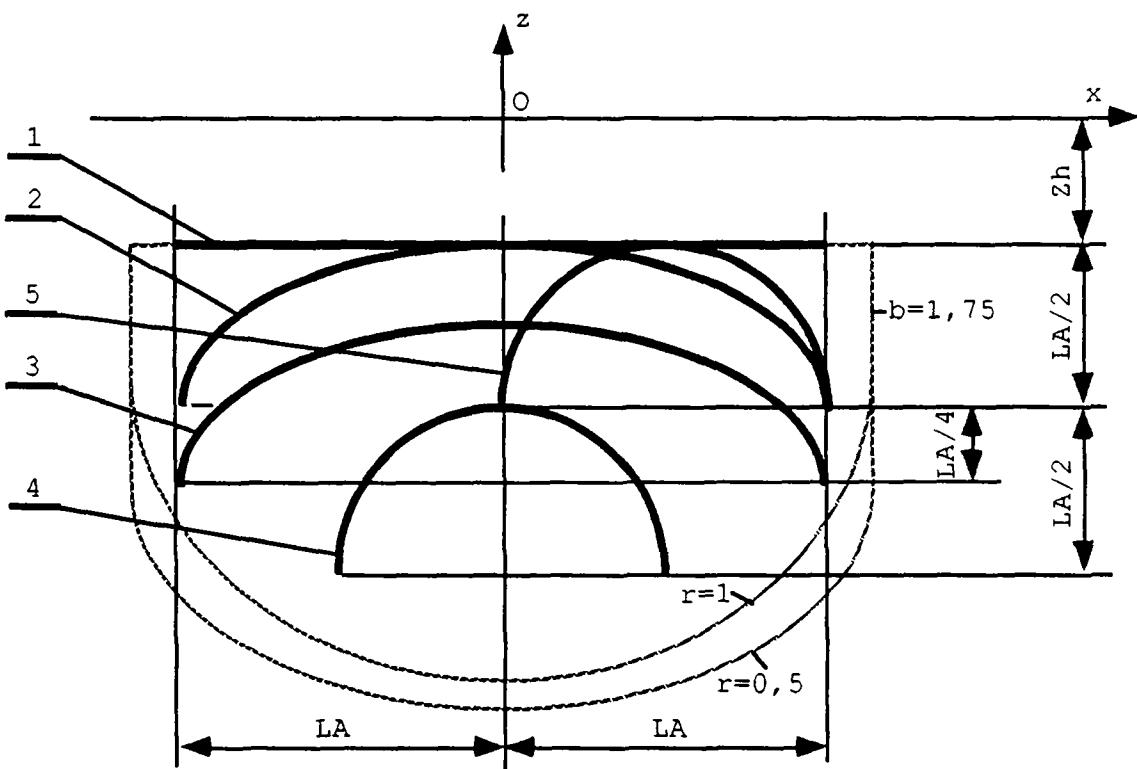


Fig.4.1 Forme et position des trajectoires choisies pour les tests dynamiques; en traitillé, les limites approximatives du volume de travail pour  $b=1,75$  et pour  $r=0,5$  et  $r=1$ .

- 1 trajectoire rectiligne horizontale, de longueur  $2LA$ , située à la limite supérieure du volume de travail (voir fig.3.3.6) et centrée sur  $Oz$ ;
- 2 demi-ellipse de demi-axes  $LA$  et  $LA/2$ , tangente au haut du volume de travail et centrée sur  $Oz$ ;
- 3 demi-ellipse identique au cas 2, mais décalée vers le bas de  $LA/4$ ;

4 arc de cercle de rayon LA/2 dont le centre sur Oz est à la distance LA du haut du volume de travail;

5 arc de cercle de rayon LA/2, tangent au haut du volume de travail et à l'axe Oz; ce cercle se situe dans le demi-plan défini par x positif.

#### 4.3.3 Types de mouvement.

Le type de mouvement, comme la forme des trajectoires, joue un grand rôle sur les couples moteur et l'amplitude de l'erreur de suivi; les valeurs des facteurs vitesse et accélération ainsi que la dérivée troisième des mouvements en fonction du temps [CLAVEL 87a] sont des caractéristiques importantes à analyser lors du choix d'un mouvement curviligne.

Fischer [FISCHER 88] et Dayer [DAYER 89] ont étudié plusieurs types de mouvements curviliens pour différentes trajectoires du robot DELTA; les principaux sont cités ci-dessous:

- le **mouvement à profil de vitesse trapézoïdal** a pour avantages son facteur accélération bas et sa simplicité, mais il a l'inconvénient d'une 3ème dérivée infinie lorsque l'accélération passe instantanément d'une valeur constante à une autre valeur constante; ce fait conduit à des discontinuités de couple impossibles à réaliser et à une excitation importante de la structure mécanique comme l'a montré Demaurex [DEMAUREX 79];
- le **mouvement à accélération sinusoïdale**, appelé également mouvement cycloïdal à cause du mécanisme permettant de le générer à partir d'un arbre tournant à vitesse constante; ce mouvement est facile à calculer et la troisième dérivée est finie;
- le **mouvement à "jerk" (3ème dérivée) sinusoïdal**, très doux dans les variations d'accélération et de freinage, a l'inconvénient de conduire à des pertes de temps importantes lors de ces phases.

Sur la base de ces expériences, nous choisissons d'effectuer les tests dynamiques en utilisant un mouvement curviligne à accélération sinusoïdale. Les données concernant ce mouvement sont tirées des tests pratiques faits avec les différents prototypes en vue d'applications réelles; les valeurs choisies pour les simulations sont les suivantes:

- accélération et décélération max: 100 m/s<sup>2</sup>
- vitesse max: 5 m/s

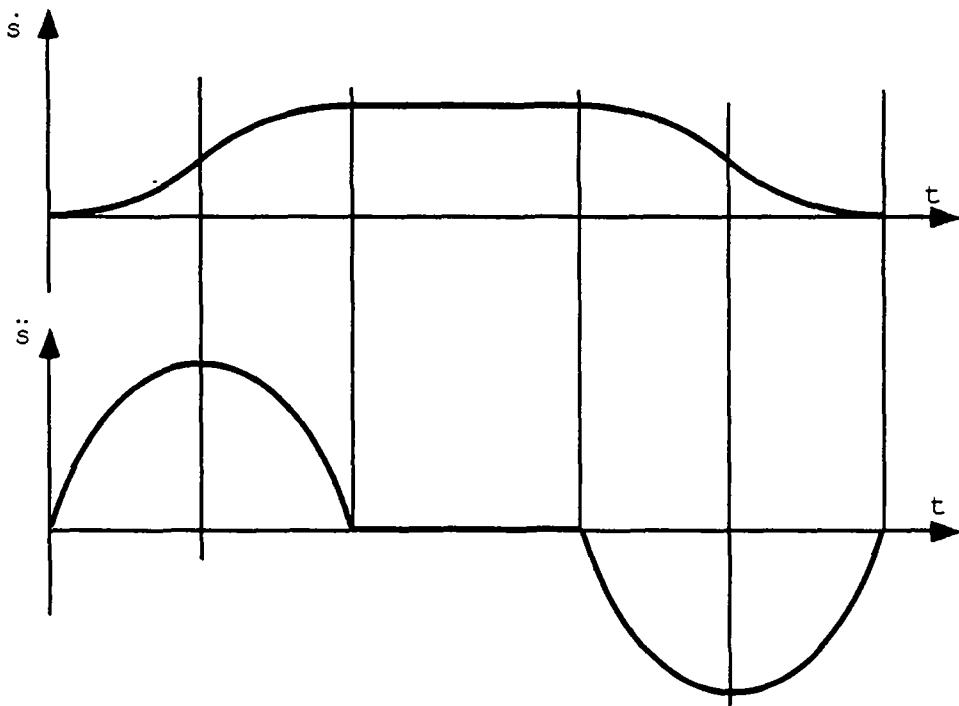


Fig.4.2 Forme générale de l'accélération  $\ddot{s}$  et de la vitesse  $s$  du mouvement curviligne choisi.

#### 4.3.4 Masse des différents composants du robot.

Comme pour les trajectoires et les mouvements curvilignes, les masses et inerties choisies pour les tests simulés sont représentatives de la réalité des prototypes fabriqués.

La masse  $m_B$  des barres parallèles a été choisie en se basant sur la condition que leur rigidité longitudinale soit constante, c'est-à-dire que leur section varie proportionnellement à leur longueur, donc que leur masse varie proportionnellement au carré de leur longueur.

- masse totale de la nacelle: (avec la charge)	$m_N = 100 \text{ g}$
- masse de l'articulation en C:	$m_C = 18 \text{ g}$
- masse du bras pour $LA = 200 \text{ mm}$ :	$m_A = 100 \text{ g}$
- masse de 2 barres parallèles: $b = 1,75 \quad LB = 350 \text{ mm}$	$m_B \approx 11,3 b^2 \quad m_B = 35 \text{ g}$
2 2,5 3	400 mm 500 mm 600 mm 45 g 70 g 100g
- inertie du moteur au niveau de l'axe de rotation du bras:	$IA_1 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ $IA_2 = 60 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$

Les 2 valeurs pour l'inertie du moteur correspondent à 2 prototypes différents:

$IA_1$  pour le prototype DELTA 580 à entraînement direct

IA<sub>2</sub> pour le prototype DELTA 580 à réducteur à courroie crantée.

#### 4.3.5 Résultats des simulations de la dynamique

Les résultats relevés au cours des simulations sont les suivants: maximums du couple et de la puissance du moteur le plus chargé; 2 valeurs sont portées sur les graphes: le couple, respectivement la puissance, maximum positif (reconnaissable au signe "+" inscrit à côté du paramètre  $r$ ) et le maximum de la valeur absolue du couple, resp. de la puissance, négatif (signe "-" à côté de  $r$ ); ces valeurs sont reportées sur les graphiques en fonction du paramètre  $b$ ; chaque courbe correspond à une valeur de  $r$ ; les courbes correspondant aux valeurs  $r=0,63$  et  $r=0,8$  n'ont pas été dessinées pour éviter une surcharge inutile des graphes; les valeurs des couples et des puissances correspondant à  $r=0,63$  et  $r=0,8$  sont positionnées entre les courbes extrêmes, approximativement proportionnellement à  $r$ .

La figure 4.3 représente les graphes couples et puissances max. pour le cas de la trajectoire 3; la figure 4.4 montre les courbes couple et puissance des 3 moteurs pour le cas de la trajectoire 3 avec  $b=2$ ,  $r=0,63$  et  $IA=20 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ .

L'annexe 4.2 présente les résultats pour les autres trajectoires définies à la figure 4.1.

#### 4.3.6 Analyse des résultats des tests

La figure 4.4 montre qu'avec les trajectoires et le mouvement choisis il n'y a aucune variation brutale des couples; cette constatation a été confirmée par tous les tests que nous avons effectués avec des déplacements caractérisés par une trajectoire sans brusque variation de rayon et par un mouvement curvilinear dont la dérivée troisième par rapport au temps est finie. Les couples augmentent brutalement uniquement lors du passage à proximité des singularités et de la limite  $\alpha+\beta=180^\circ$ ;

Vu le plan dans lequel les trajectoires sont effectuées, les couples maximums fournis par les 2 autres moteurs sont identiques; leur valeur oscille entre 0,4 à 0,7 fois le couple maximum sur le moteur le plus chargé; cette fourchette est la même pour les 2 inerties moteur testées.

##### Influence de $r$ :

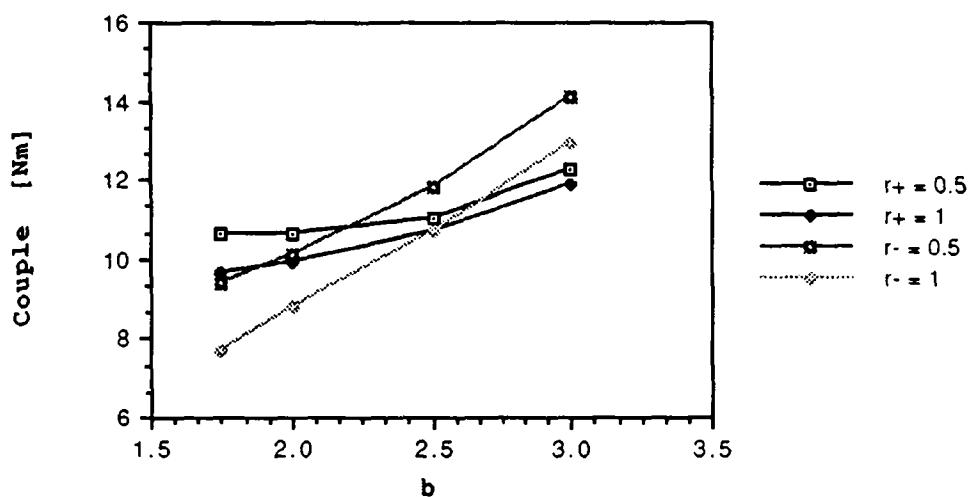
- 1  $r=1$  conduit toujours à des couples maximums plus faibles que  $r=0,5$ ; ceci est également valable pour les puissances maximums à quelques exceptions près, cas où les valeurs sont très proches l'une de l'autre.

**Influence de b:**

- 2 l'augmentation de b ne conduit pas dans tous les cas à une augmentation des couples et des puissances maximums;
- 3 dans les cas où les couples maximums diminuent avec b, il est fréquents de voir croître les couples maximums de signe opposé (voir en particulier C.1.2, C.2.1, C.2.2);
- 4 pour les cas cités en 3, la moyenne arithmétique entre les valeurs absolues des couples maximums positifs et négatifs (courbes correspondant à  $r^+$  et  $r^-$ ) dépend peu de b.

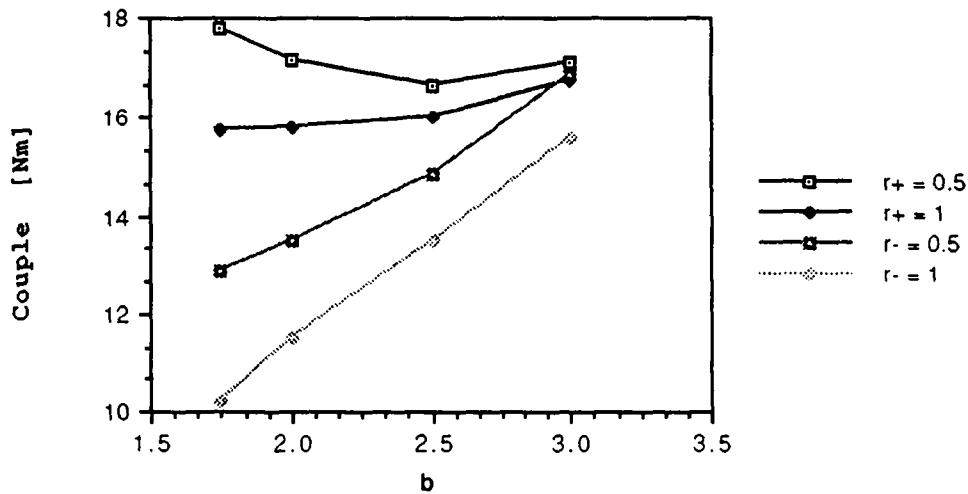
**C.3.1**

**Trajectoire 3, IA1**



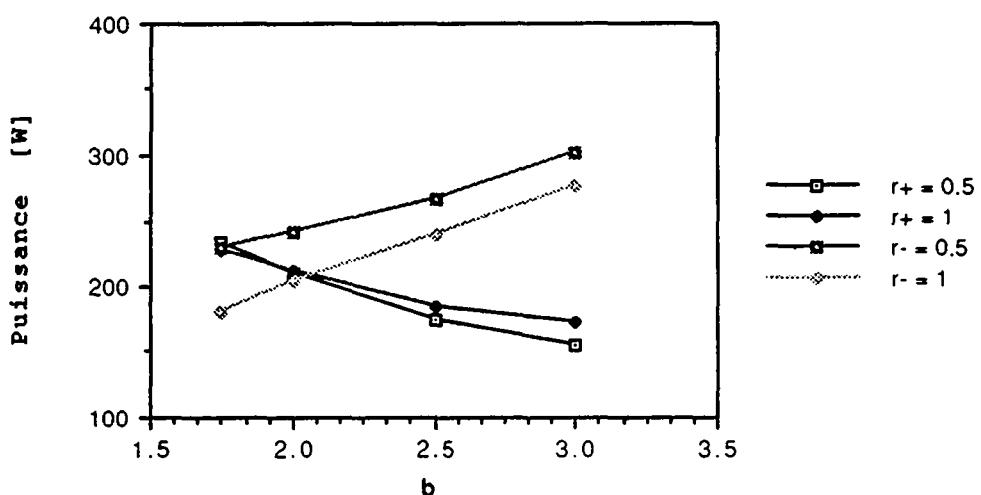
**C.3.2**

**Trajectoire 3, IA2**



P . 3 . 1

Trajectoire 3, IA1



P . 3 . 2

Trajectoire 3, IA2

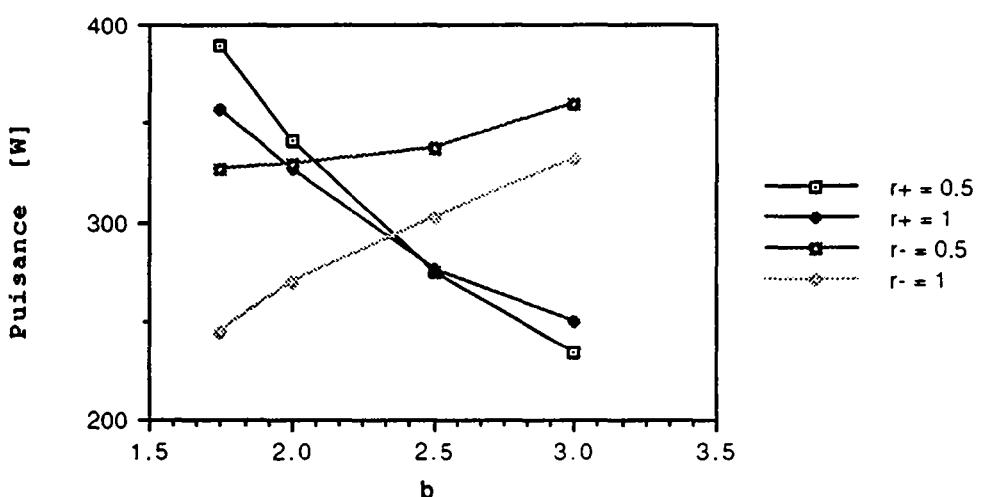


Fig.4.3 Couples et puissances maximums (positifs et négatifs) fournis par le moteur le plus chargé en fonction des paramètres adimensionnels  $b$  et  $r$ ; ces graphes sont obtenus par simulation du mouvement selon la trajectoire 3 (fig.4.1); les résultats des simulations dans d'autres conditions sont regroupés à l'annexe 4.2.

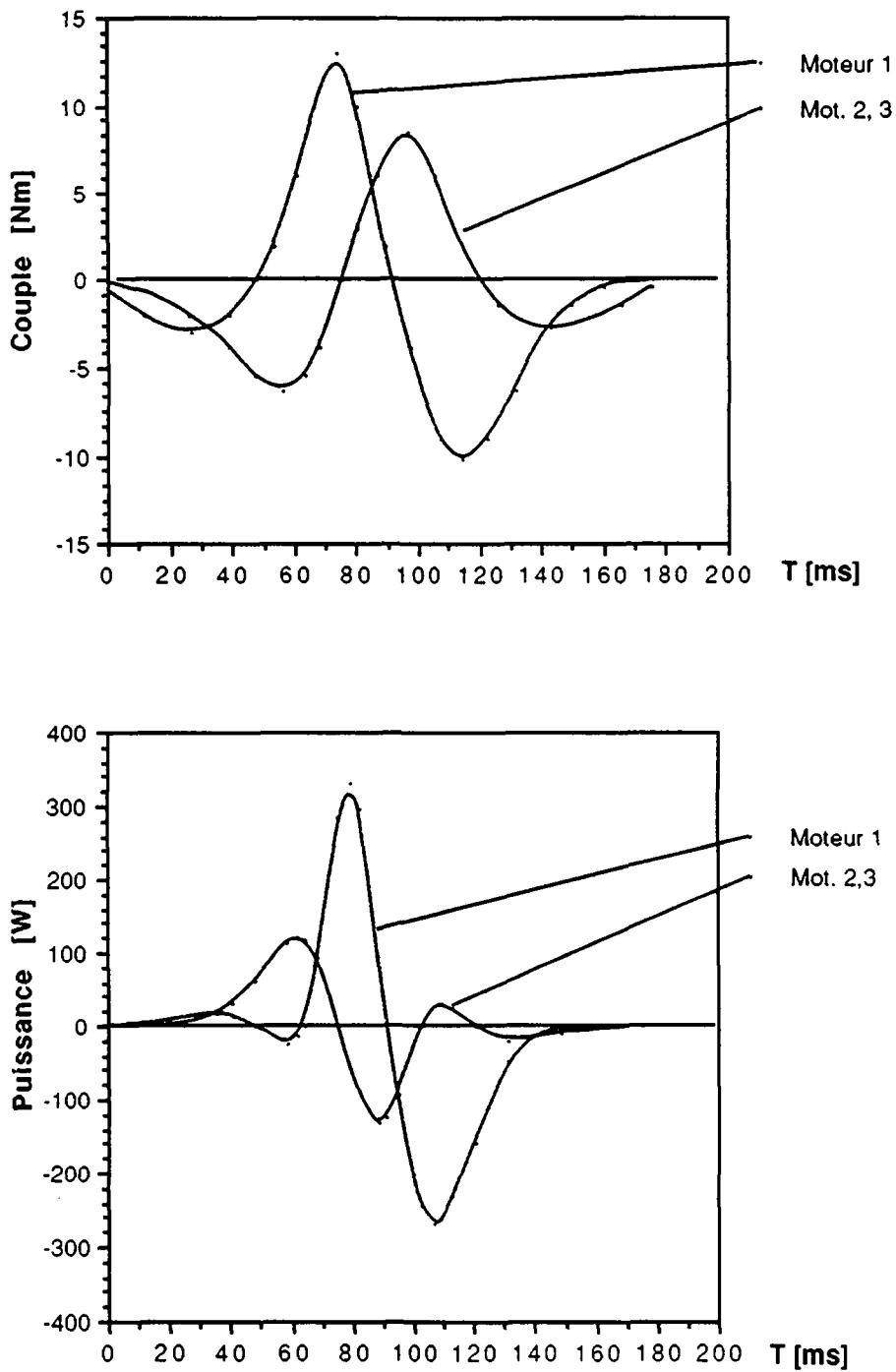


Fig. 4.4 Couples et puissances fournis par les moteurs lors d'une trajectoire 3 effectuée avec un robot aux caractéristiques suivantes:  $LA=200$  mm,  $LB=400$  mm ( $b=2$ ),  $RA-RB=126$  ( $r=0,63$ ),  $IA_1=20 \cdot 10^{-4}$  kgm $^2$ ; les masses sont celles définies sous 4.3.4 et le mouvement curviligne est celui décrit sous 4.3.3; la durée d'un déplacement est de 175,4 ms.

#### **Influence de l'inertie des moteurs:**

**5** de façon générale, l'augmentation de l'inertie du moteur a une incidence sensible sur le couple et la puissance maximums à fournir par le moteur le plus chargé; cette inertie a d'autant plus d'influence que la géométrie, la trajectoire et le mouvement curviligne choisis imposent des grandes accélérations aux moteurs; cette influence est très marquée pour b petit lors des déplacements correspondants aux graphes C.1, C.3 et P.3.

#### **Influence de la masse de la nacelle.**

**6** Afin d'obtenir un ordre de grandeur de l'influence de la masse de la nacelle, nous avons simulé le déplacement selon la trajectoire 2 avec une inertie moteur IA2 et une masse de la nacelle de 500g (graphes C.2.2.N et P.2.2.N) au lieu des 100g utilisés pour tous les autres cas; en comparant les graphes C.2.1, C.2.2, P.2.1 et P.2.2 avec les graphes C.2.2.N et P.2.2.N, on remarque que les positions relatives et les formes des courbes C.2.2.N et P.2.2.N sont semblables à celles des graphes C.2.1 et P.2.1, mais avec des valeurs déplacées vers le haut; avec une nacelle de masse élevée, on a intérêt de choisir b assez faible ( $\approx 2$  dans le cas mentionné).

#### **Influence de la position de la trajectoire.**

**7** La comparaison des graphes C.2 et P.2 avec les graphes C.3 et P.3 montre qu'une trajectoire légèrement déplacée vers le bas (LA/4) par rapport au haut du volume de travail permet un gain appréciable sur les puissances (gain d'un facteur 1,2 à 1,8 suivant les cas) et les couples maximums (facteur 1 à 1,8); la prise en compte de cette caractéristique lors du choix des trajectoires par rapport au volume de travail du robot pourra conduire à un gain de performance; il est toutefois bien clair que ceci est un facteur secondaire à considérer lorsque l'on conçoit une installation robotisée.

#### **4.4 Conclusion.**

Au cours de ce chapitre, nous avons abordé l'étude du modèle dynamique du robot DELTA en nous basant sur la méthode des travaux virtuels; ce modèle a permis de déterminer les couples et la puissance à fournir par les moteurs en fonction du temps pour une trajectoire donnée selon un mouvement curviligne déterminé; afin d'être en mesure de proposer des dimensions favorables pour ce robot, nous avons extrait des tests de simulation les valeurs extrêmes des couples et des puissances du moteur le plus chargé lors de trajectoires situées dans un plan contenant un des bras; les paramètres du mouvement curviligne ainsi que les masses et inerties choisies pour les tests sont représentatifs des prototypes réalisés. Les simulations, confirmées par les

tests sur robot à entraînement direct [CODOUREY 91] permettent de tirer les conclusions suivantes:

- 1 les courbes de couple et de puissance des moteurs n'ont pas de discontinuité marquées lorsque le mouvement curviligne et la trajectoire n'ont pas de discontinuité (brutale variation de courbure ou "jerk" infini); le passage par les limites d'ambiguïté mathématique ( $\alpha_i + \beta_i = 180^\circ$ ) provoque des pointes de couples et de puissance dues au fait que l'accélération du bras en ces points tend vers l'infini;
- 2 les paramètres géométriques du robot n'ont pas une influence majeure sur les couples et puissances maximums tant que l'on reste dans les limites suggérées par l'étude du volume de travail; le paramètre  $r$  grand conduit à des maximums de couples plus faibles que  $r$  petit; cette situation est quasiment la même pour les maximums des puissances;
- 3 lorsque le paramètre  $b$  est petit, l'inertie des moteurs joue un rôle plus marqué; ce fait met en évidence l'un des avantages d'un entraînement avec un moteur dont l'inertie est faible par rapport à la charge (cas notamment de l'entraînement direct avec des moteurs sans balais).

La connaissance du modèle dynamique est très utile pour commander le robot avec précision, mais elle n'apporte pas d'élément absolu pour le dimensionnement géométrique du robot; les tests montrent des tendances partiellement contradictoires selon les trajectoires et l'inertie moteur choisies; ces informations permettront de nuancer les choix les plus favorables pour les paramètres  $r$  et  $b$ , choix qui seront essentiellement basés sur l'examen du volume de travail et sur la définition dans l'espace.



## 5 Méthode de dimensionnement géométrique fonction des caractéristiques souhaitées.

### 5.1 Introduction.

Le chapitre 3 nous a permis de mettre en évidence le volume de travail du robot DELTA et sa définition dans l'espace en fonction des paramètres  $r$  et  $b$ . Au chapitre 4, nous avons établi le modèle dynamique puis, par simulation, nous avons mis en évidence l'influence des mêmes paramètres  $r$  et  $b$  sur les puissances et couples maximums à fournir par les moteurs.

Le but du présent chapitre est d'établir des recommandations pour le dimensionnement géométrique du robot (paramètres  $r$  et  $b$ ) afin d'obtenir le robot le mieux adapté à la tâche à effectuer. Les critères choisis seront le volume de travail et la définition dans l'espace; les couples et puissances maximums seront considérés uniquement pour confirmer ou infirmer les tendances mises en évidence sur la base des 2 premiers critères.

Nous comparerons ensuite le volume de travail et la définition dans l'espace du robot DELTA avec un robot de type SCARA. Le SCARA choisi pour cette comparaison sera le robot "AdeptONE", l'un des plus performants de ce type sur le marché actuellement.

Notons encore que le robot cartésien, couramment rencontré en microtechnique, aurait également pu être pris en compte pour cette comparaison; malgré son grand intérêt sur les plans définition dans l'espace et facilité de commande, sa morphologie très différente de celle du DELTA, ses masses mobiles élevées et sa construction mécanique délicate nous ont conduit à l'écartier.

### 5.2 Volume de travail.

Le volume de travail d'un robot parallèle est donné par l'intersection des volumes de travail des différentes chaînes cinématiques qui le composent; dans le cas du robot DELTA (voir 3.3), il est facile de mettre en évidence la surface de travail qui est limitée par un hexagone régulier dont la distance entre 2 côtés parallèles est donnée par la

valeur  $2 \sin \gamma_{\max}$  LB soit environ 1,3 LB en respectant la limite  $\gamma_{\max}=40^\circ$  imposée par la construction des articulations aux extrémités des barres parallèles; pour cette limite constructive donnée, la surface de travail dépend donc uniquement de la longueur des barres parallèles (voir tableau 3.8 et fig.3.9). Cette constatation conduira le concepteur à choisir LB en fonction de la surface de travail nécessaire pour l'application visée. Afin de visualiser l'influence des paramètres  $r$  et  $b$  sur le volume de travail, nous avons représenté au tableau 5.1 et à la figure 5.2 les mêmes grandeurs que celles montrées au tableau 3.8 et à la figure 3.9, mais en les rapportant à LB considérée fixe; posons:  $b' = LA/LB$  ( $b' = 1/b$ ),  $r' = R/LB$  ( $r' = r b'$ ) et calculons de la même façon qu'au chapitre 3 les coefficients  $zh'$ ,  $h'$ ,  $h_{\max}'$ ,  $d'$ ,  $s'$  et  $v'$ ; nous avons toujours considéré  $(\alpha_i + \beta_i)_{\min} = 30^\circ$  et  $\gamma_{\max} = 40^\circ$ .

$$zh' = -\sqrt{1+b'^2-b'\sqrt{3}}$$

$$h' = \min \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(1+b')^2 - \left( r' + \frac{\sin 40^\circ}{\cos 30^\circ} \right)^2} \\ \sqrt{(\cos 40^\circ + b')^2 - \left( r' + \frac{\sin 40^\circ}{2 \cos 30^\circ} \right)^2} \end{array} \right\} - \sqrt{1+b'^2-b'\sqrt{3}}$$

$$h_{\max}' = \sqrt{(b'+1)^2 - r'^2} - \sqrt{1+b'^2-b'\sqrt{3}}$$

$$d' = 1,286$$

$$s' = 1,432$$

$$v' = s' h'$$

$b'$	$r'$	$zh'$	$h'$	$h_{\max}'$	$d'$	$s'$	$v'$
0,5714 (b=1,75)	0,2857	-0,58	0,61	0,96	1,286	1,432	0,87
	0,36		0,54	0,95			0,77
	0,4571		0,44	0,92			0,62
	0,5714		0,28	0,88			0,4
0,5 (b=2)	0,25	-0,62	0,51	0,86	1,286	1,432	0,72
	0,315		0,44	0,85			0,64
	0,4		0,35	0,83			0,51
	0,5		0,22	0,79			0,32
0,4 (b=2,5)	0,2	-0,68	0,35	0,7	1,286	1,432	0,5
	0,252		0,3	0,69			0,43
	0,32		0,23	0,68			0,33
	0,4		0,13	0,66			0,18
0,333 (b=3)	0,1667	-0,73	0,25	0,59	1,286	1,432	0,35
	0,21		0,2	0,59			0,29
	0,267		0,14	0,58			0,2
	0,333		0,06	0,56			0,08

Tableau 5.1 Influence de  $r'$  et  $b'$  sur le volume de travail du robot DELTA: diamètre  $d' = D/LB$ , surface  $s' = S/LB^2$  et volume  $v' = V/LB^3$ .

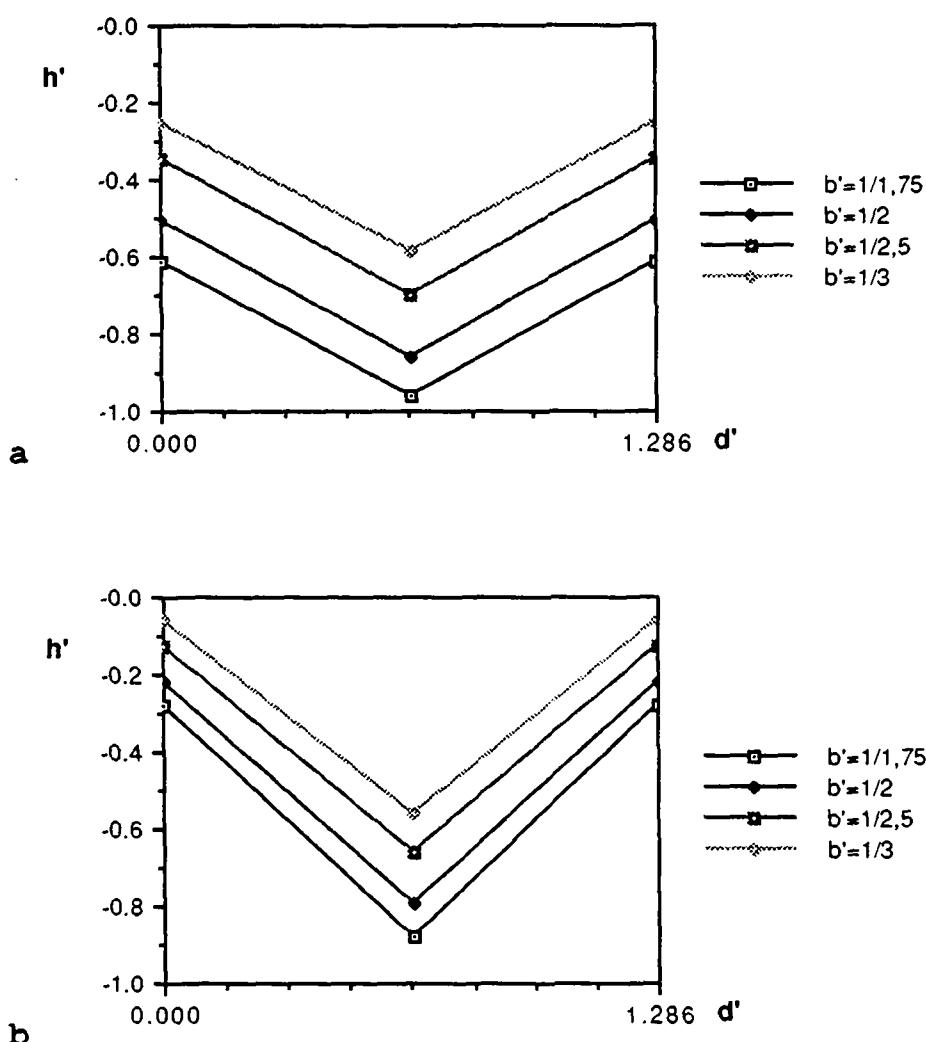


Fig. 5.2 Représentation simplifiée de l'influence des paramètres  $r'$  et  $b'$  sur le volume de travail en considérant LB comme unité;  $r'$  est minimum (correspond à  $r=0,5$ ) en **a** et maximum ( $r=1$ ) en **b**.

L'examen de la figure 5.2 montre que pour une surface de travail donnée (LB fixé), la hauteur est fortement influencée par les paramètres  $r'$  et  $b'$ ; pour assurer un minimum de possibilités pour les applications, on aura intérêt de ne pas choisir  $b' < 0,5$  ( $b > 2$ ) et de prendre  $r'$  (ou  $r$ ) le plus petit possible tout en restant dans les limites relevées au chapitre 3.

Comme le montre la figure 3.6 et le tableau 5.1, la position du volume de travail par rapport au plan défini par les axes des bras est directement dépendante de LA et LB; pour LB donné, l'augmentation de LA (augmentation de  $b'$ ), donc la diminution de  $b$ , conduit à diminuer la distance entre le haut du volume de travail et le support des bras; pour des raisons d'encombrement, de rigidité du bâti et de coût, on

aura intérêt à diminuer cette distance, ce qui nous conduira à préférer les dispositions où  $b'$  est grand ( $b$  petit).

Au sujet du paramètre  $r$ , il faut encore relever que la plaque portant les moteurs de bras sera d'autant moins encombrante que  $r$  sera petit; ce paramètre aura donc un rôle sensible sur l'encombrement, le coût et la rigidité du bâti.

En résumé, pour le dimensionnement en fonction du volume de travail (surface et hauteur), on fixera  $LB$  selon la surface désirée et l'on choisira ensuite les facteurs  $r$  et  $b$  minimums, de façon à obtenir la hauteur la plus grande, donc le volume utile maximum; pour le cas où la hauteur obtenue ne serait pas suffisante (ce qui est rare pour les tâches prévues pour ce robot), on augmentera  $LB$ , donc la surface de travail.

### 5.3 Définition dans l'espace de travail.

La définition dans l'espace de travail d'un robot donne une indication quant à la précision de répétabilité maximum qu'il est possible de garantir avec un réglage optimum; la répétabilité ne pourra jamais être plus précise que la définition (voir 3.5.2). La définition dans l'espace est donc une indication importante pour l'utilisateur.

Au chapitre 3, l'étude de la définition a été conduite en rapportant les incrémentations selon  $x$ ,  $y$  et  $z$  à la distance  $dc=d\alpha LA$ ,  $d\alpha$  étant l'incrément angulaire du bras de longueur  $LA$ . Vu que le point de départ pour le choix des dimensions d'un robot est la détermination de la longueur  $LB$  (voir 5.2), il est intéressant d'analyser la variation des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$  et  $s_z$  en fonction de  $b$  et  $r$ , mais avec  $LB$  fixé.

Les graphiques de la figure 3.17 montrent la variation des coefficients  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$  en fonction de  $r$  et  $b$  avec une longueur  $LA$  prise comme référence; si l'on rapporte les incrémentations à  $LB$ , ils se trouveront divisés par le paramètre  $b$  comme le montre le développement ci-dessous.

$$s_x = \frac{|\vec{dx}|}{dc} \rightarrow |\vec{dx}| = s_x dc \quad \text{avec } dc = d\alpha LA$$

$$|\vec{dx}| = s_x d\alpha LA$$
$$\rightarrow |\vec{dx}| = \frac{s_x}{b} d\alpha LB$$
$$LA = LB/b$$

En posant  $s'_x=s_x/b$  et en reprenant les valeurs qui ont généré la figure 3.17, on obtient les graphiques suivants qui représentent l'incrément maximum selon  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

rapporté à la longueur d'LB en fonction des paramètres  $r$  et  $b$ .

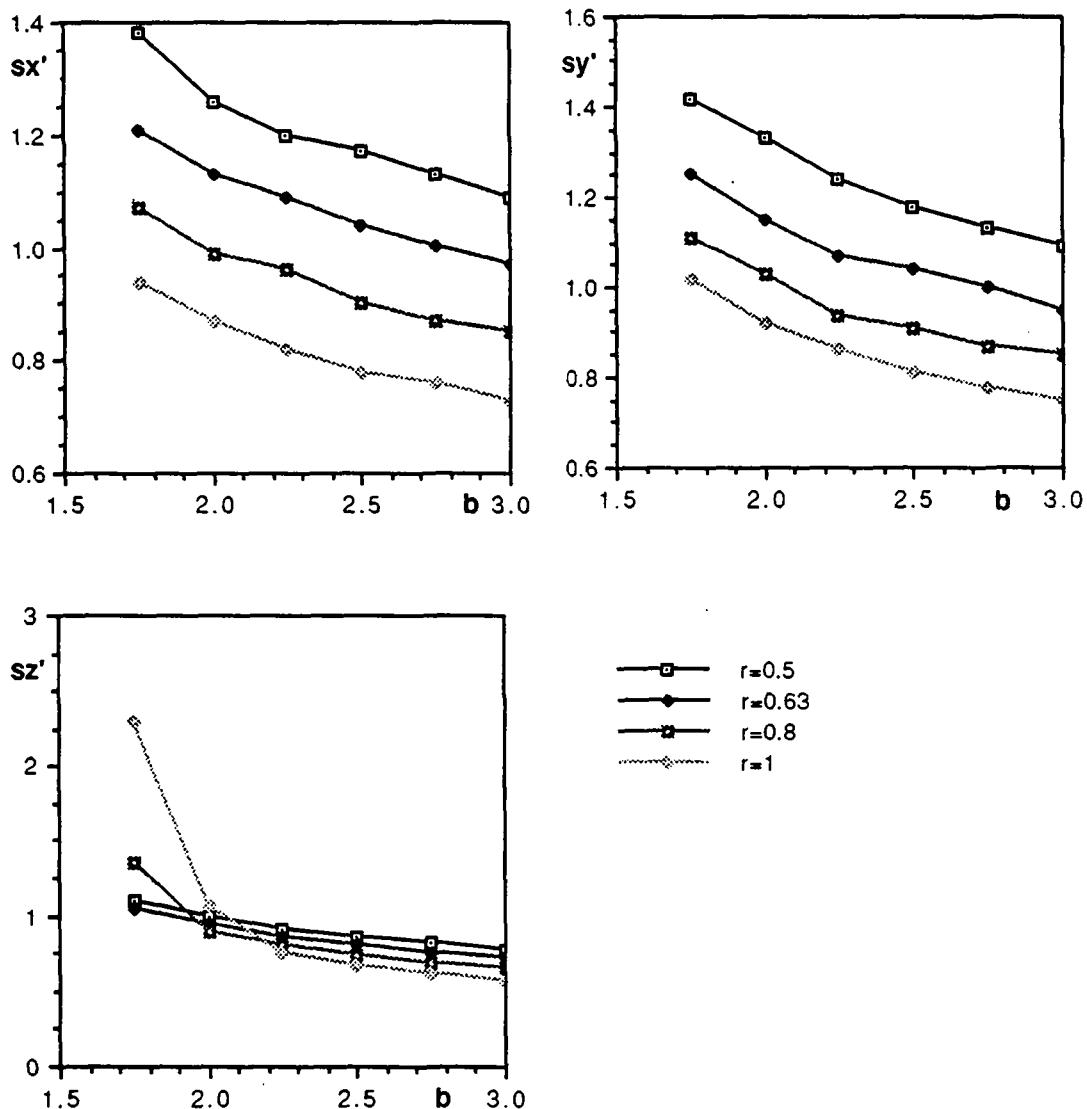


Fig. 5.3 Influence des paramètres  $r$  et  $b$  sur les coefficients  $sx'$ ,  $sy'$  et  $sz'$ ; cette figure est la même que la fig. 3.17, mais avec la longueur LB prise comme référence.

Les graphes de la figure 5.3 montrent que pour une longueur LB choisie,  $b$  grand (donc LA et  $b'$  petits) donne des coefficients  $sx'$ ,  $sy'$  et  $sz'$  plus petits que  $b$  petit; de façon générale, comme à la figure 3.17,  $r$  grand conduit à des coefficients petits (sauf pour  $r \geq 0.8$  avec  $b < 2$ , cas correspondants au passage près d'une singularité); il faut toutefois relativiser ces constatations en remarquant que les variations sont assez faibles, surtout en fonction de  $b$  lorsque cette valeur est supérieure ou égale à 2.

Mentionnons encore qu'il est possible d'agir sur  $d\alpha$  pour affiner la définition dans l'espace; ceci peut être réalisé soit par l'emploi d'un capteur comportant plus de traits, soit en faisant une interpolation à partir d'un signal de capteur pseudo-sinusoidal.

En résumé, dans le cas où  $LB$  est fixé, pour obtenir la définition la plus fine possible, il y aura lieu de choisir  $r$  grand et  $b$  grand; à propos du choix de  $b$ , on peut encore remarquer que pour  $b \geq 2$ , les variations des coefficients  $s_x'$ ,  $s_y'$  et  $s_z'$  sont plus faibles que pour  $b < 2$ .

#### 5.4 Dynamique.

En 5.2, nous avons montré que l'on obtenait un volume de travail favorable (suffisamment haut pour permettre une certaine flexibilité lors du choix des trajectoires) si  $r$  et  $b$  sont petits; en 5.3, nous avons vu que pour une surface de travail donnée, la définition dans l'espace est plus fine si  $r$  et  $b$  sont grands, mais le volume de travail a une faible hauteur; l'analyse de la dynamique nous apportera quelques compléments pour guider notre choix.

Les simulations du chapitre 4 nous donnent les informations suivantes:

- $r$  grand apporte pratiquement toujours un avantage sur le plan des couples et des puissances maximums; l'influence de  $r$  est très souvent plus marquée lorsque  $b$  est petit;
- le choix  $b=2$  permet d'obtenir déjà des gains appréciables lorsque les valeurs des puissances et des couples maximums diminuent lorsque  $b$  augmente (variations souvent marquées entre 1,75 et 2); dans les cas inverses, ce choix limite l'amplitude des valeur maximums (cas où les variations sont souvent faibles entre 1,75 et 2); ce choix conduit également à une limitation de l'influence de  $r$  qui est très marquée en  $b=1,75$ .

#### 5.5 Propositions de dimensions pour un robot DELTA "standard".

Lors de l'étude d'une installation de production automatique, l'industriel aura intérêt (coût, maintenance, pièces de rechange, formation) à utiliser le matériel le plus standard possible; cela conduira le fabricant de robot à proposer une gamme de machines dont les caractéristiques sont les plus larges possible; pour le concepteur de l'installation, les critères de choix principaux sont les suivants:

- le volume de travail permettant de réaliser la tâche prévue et les tâches potentielles en limitant les coûts de la périphérie;
- la précision (répétabilité ou/et précision absolue);
- la cadence; c'est un des critères clé qui a conduit à la conception du robot DELTA;
- le coût global (robot, bâti, périphérie).

Il est bien entendu que l'on considère que la mobilité du robot, critère primordial, a déjà conduit au choix d'un robot à 4 degrés de liberté.

Pour réaliser le robot offrant un bon compromis entre volume de travail, définition, dynamique (couples et puissances maximums) et bâti, nous proposons les paramètres suivants:

- r=0,63:** - diminue peu la hauteur de travail (par comparaison avec  $r=0,5$ ); c'est pour cette valeur que la forme inférieure du volume de travail est la plus régulière ( $zT=zT'$ , Cf.Fig.3.7);  
- apporte déjà un avantage sensible sur les plans définition et dynamique;  
- limite la grandeur du support des moteurs.
- b=2:** - volume de travail peu diminué par rapport à  $b=1,75$ ;  
- gain sensible sur le plan de la définition (toujours en comparaison à  $b=1,75$ );  
- bon compromis sur le plan de la dynamique pour un éventail réaliste de trajectoires, de masses de la nacelle et d'inerties moteur.

Cette proposition donne une certaine priorité au volume de travail tout en profitant du fait qu'un léger décalage par rapport aux valeurs  $r=0,5$  et  $b=1,75$  apporte des avantages sensibles sur les plans dynamique et définition.

En général, le concepteur choisira en premier lieu une surface utile qui lui donnera immédiatement LB, longueur des barres parallèles; les 2 paramètres b et r proposés donneront LA, longueur du bras et R=RA-RB. Afin de garantir la place nécessaire aux mouvements des articulations des parallélogrammes, le choix de RB sera dépendant de la distance entre les centres des rotules (voir 6.3.4); cette dernière distance aura les ordres de grandeur suivants: LA/2 pour les petits robots (DELTA 200), LA/4 pour les robots moyens (DELTA 700) et LA/5 pour les grands modèles (DELTA 3'000); ces valeurs sont le résultat d'un compromis constructif qui assure une bonne stabilité de la nacelle par une distance suffisante entre les barres parallèles tout en garantissant une rigidité élevée des portes-sphères et une masse mobile limitée. Selon la construction proposée au chapitre 6, RB sera égal à environ la moitié de la distance entre les centres des rotules.

## 5.6 Comparaison avec un robot SCARA.

### 5.6.1 Choix du robot SCARA.

Pour cette comparaison, nous choisissons le robot SCARA (voir solution 5 annexe A.2.2) "AdeptONE" dont les caractéristiques géométriques sont données ci-dessous.

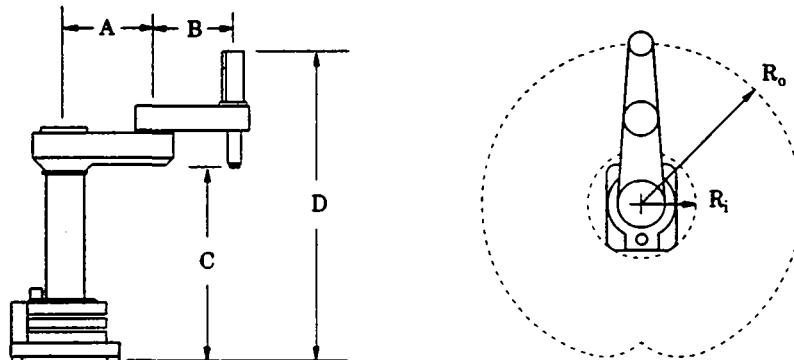


Fig.5.4 Dimensions du robot SCARA AdeptONE selon la documentation éditée en septembre 1989:

bras interne:	$A=425$ mm
bras externe:	$B=375$ mm
rayon d'action maximum:	$R_o=800$ mm
rayon d'action minimum:	$R_i=230$ mm
course du 4e axe:	195 mm

Les caractéristiques volume de travail et définition pour ce robot sont résumées ci-dessous; pour déterminer la définition, nous choisissons arbitrairement  $d\alpha=1.10^{-3}$  rad.

surface de travail:	couronne de $180$ dm <sup>2</sup>
volume de travail:	cylindre creux de $350$ dm <sup>3</sup>
définition dans un plan horizontal	$A + 2Bd\alpha = 1,175$ mm

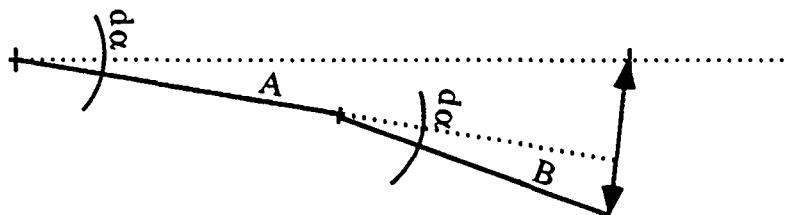


Fig.5.5 Détermination de la définition dans un plan horizontal d'un robot SCARA.

### 5.6.2 Choix d'un robot DELTA "équivalent".

Nous choisirons un robot DELTA dont la longueur caractéristique  $LA+LB$  est identique à la somme des longueurs des 2 segments de bras du SCARA, soit un DELTA 800.

Selon les recommandations sous 5.5, les dimensions types de ce robot seront les suivantes:

LA=260 mm  
LB=540 mm      b=2,077  
RA-RB=164 mm    r=0,6308  
RB=33 mm        valeur constructive permettant de fixer une distance de 66 mm entre les barres parallèles afin de garantir une bonne stabilité de la nacelle  
RA=197 mm

Cette géométrie conduira au volume de travail suivant:

Zh=-340,6 mm  
D=694 mm      S=41,7 dm<sup>2</sup>  
H=226 mm      V=94 dm<sup>3</sup>  
Hmax=442 mm

Si l'on considère la calotte inférieure du volume de travail, on obtient  $V_{max}=130$  dm<sup>3</sup>.

La définition peut être tirée des graphes de la figure 3.17 par interpolation:  $s_x=2,3$     $s_y=2,33$     $s_z=1,88$ ; en considérant que  $d\alpha=1 \text{ } 10^{-3}$  rad, on obtient, avec  $dc = LA \text{ } d\alpha = 0,26$  mm:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{dx} &= 0,598 \text{ mm} \\ \overrightarrow{dy} &= 0,606 \text{ mm} \\ \overrightarrow{dz} &= 0,489 \text{ mm} \end{aligned}$$

L'incrément de déplacement dans un plan horizontal sera inférieur à  $\sqrt{\overrightarrow{dx}^2 + \overrightarrow{dy}^2} = 0,85$  mm.

### 5.6.3 Comparaison DELTA 800 et AdeptONE.

#### Surface de travail:

La surface de travail du robot DELTA est nettement moins grande que celle du SCARA (41,7 contre 180 dm<sup>2</sup>), mais sa forme régulière (voir fig.5.6) sans zone interdite au centre compense partiellement ce handicap. Pour des travaux de palettisation rapide, on a intérêt de concevoir le poste en minimisant l'amplitude des trajectoires; la trajectoire type pour laquelle Adept donne une cadence de travail pour son robot est un u inversé dont les points extrêmes sont distants de 305 mm et l'élévation est de 25 mm; de plus, ce constructeur donne une zone de 430 mm x 430 mm dite de

grande précision; cette zone est plus petite que la surface utile du robot DELTA.

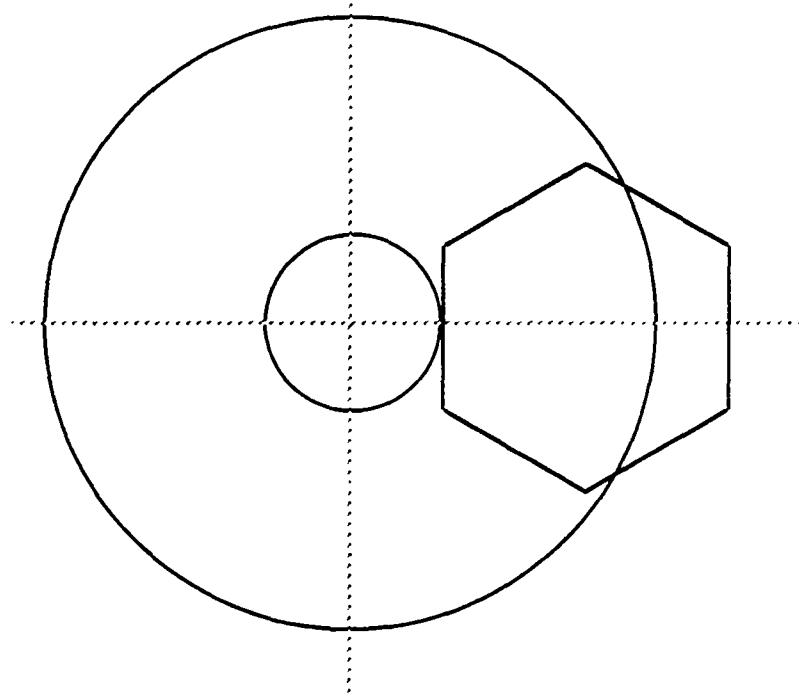


Fig.5.6 Comparaison des surfaces de travail d'un robot SCARA AdeptONE et d'un robot DELTA "équivalent".

#### **Hauteur du volume de travail:**

les 2 robots sont très proches sur ce point avec un petit avantage au DELTA dont la hauteur utile au centre est importante; par contre, il est facile sur un SCARA d'augmenter la course verticale du 4e axe, mais cette modification se traduit par une plus grande inertie (cas où l'axe vertical est près du poignet) ainsi que par une diminution de rigidité et de précision.

#### **Définition dans un plan horizontal:**

à définition angulaire identique pour les actionneurs, l'incrément maximum du robot DELTA dans un plan horizontal est légèrement plus petit (environ 1,4 fois) que pour le SCARA; ce léger désavantage est compensé pour l'Adept par le fait que la définition verticale d'un SCARA peut être adaptée en agissant sur un seul axe.

#### **Masses en mouvement:**

une des particularités du robot DELTA est la faible masse des pièces en mouvement; pour fixer les idées, la nacelle du DELTA 800 a une masse de 200 g et chaque paire de barres parallèles a une masse de 75 g. Nous ne connaissons pas les valeurs des différentes masses du robot AdeptONE, mais nous pouvons raisonnablement les évaluer à environs 10 kg pour les 2 derniers axes et à 10 kg également pour le bras externe. Cette simple comparaison suffit à confirmer

l'avantage du robot DELTA pour des applications où les accélérations sont élevées et les masses transportées faibles.

#### **Adaptation aux tâches d'assemblage:**

sur ce point, le robot SCARA a un net avantage par le fait qu'il dispose d'un axe vertical mécanique et d'une compliance sélective (origine de son nom) qui facilte les insertions verticales; la variante DELTA à axes parallèles (voir 7.3.1) bénéficie également de l'avantage d'un mouvement vertical rectiligne aisé à générer.

### **5.7 Conclusion.**

Sur la base des développements effectués aux chapitre 3 et 4, nous avons mis en évidence l'influence des paramètres géométriques  $r$  et  $b$  sur le volume de travail, la définition dans l'espace et les couples et puissances maximums. La grandeur du volume de travail (surface et hauteur) a été le point initial et majeur pour proposer les paramètres  $r$  et  $b$  les plus favorables; ces valeurs ont ensuite été modifiées pour affiner la définition dans l'espace et diminuer les valeurs de couples et puissances maximums; la proposition  $r=0,63$  et  $b=2$  est un **compromis** qui garantit un volume de travail (en particulier une hauteur suffisante pour une surface donnée) pratique pour la conception des installations tout en obtenant de sensibles améliorations sur les plans définition et dynamique par rapport à la situation volume maximum. Pour une surface de travail donnée, la section 5.3 a confirmé ce que l'on pressent intuitivement, à savoir que la définition devient plus grossière lorsque le volume de travail augmente.

De façon générale, le concepteur choisira une surface utile qui lui donnera immédiatement  $LB$  et ensuite  $LA=LB/b$ ,  $R=r.LA$  et  $RA=R+RB$ ;  $RB$  est déterminé par la distance entre les barres parallèles (environ la moitié de cette distance).

Le comportement continu de ce robot sur les plans définition et dynamique lorsque l'on ne passe pas par des singularités permet au concepteur de s'éloigner des valeurs recommandées sans beaucoup de risque lorsqu'il veut l'adapter à une situation très particulière (par exemple disposer d'une grande surface de travail et d'une faible hauteur); toutefois, il aura intérêt à ne pas sortir des fourchettes proposées:  $1,75 \leq b \leq 3$  et  $0,5 \leq r \leq 1$ .

La comparaison d'un robot DELTA 800 avec le robot de type SCARA AdeptONE montre une certaine égalité sur les plans définition dans l'espace et volume de travail utile (grandeur et forme); la cadence de travail du DELTA environ 3 fois plus élevée est toutefois un avantage très important lorsqu'il s'agit de manipuler des pièces légères; à production égale, un robot rapide et léger permet une

économie appréciable sur l'énergie consommée, le matériel et les locaux.

## 6 Construction du robot DELTA à 4 degrés de liberté.

### 6.1 Introduction.

Après avoir déterminé les différentes grandeurs géométriques du robot DELTA et leur influence sur ses caractéristiques, il nous a paru important d'aborder l'aspect plus concret de la construction de ses constituants.

Le but de ce chapitre est de faciliter le travail de l'homme de l'art en lui proposant un certain nombre de solutions constructives que nous avons étudiées et, pour quelques-unes d'entre elles, fabriquées sous forme de modèles d'essai ou de prototypes proches d'une réalisation industrielle.

Nous verrons comment l'aspect modulaire et paramétrable de ce robot permet de penser série moyenne, même si le nombre produit est loin des séries des grands fabricants.

### 6.2 Aspect modulaire du robot DELTA.

Sur le plan fabrication, ce robot se distingue par sa grande modularité et par le fait que certains composants se retrouvent en plusieurs exemplaires identiques dans un seul robot; c'est notamment le cas pour les 3 bras, les barres parallèles (6 exemplaires) et les articulations aux extrémités des barres parallèles (12 exemplaires).

Pour faire une gamme de robots, il est possible de prévoir 2 à 3 groupes dimensionnels dans chacun desquels les liaisons sont identiques; il est facile de proposer un éventail de dimensions dans chaque groupe en jouant sur la longueur des bras (LA) et des barres parallèles (LB) (tubes à couper de longueur) et en adaptant la distance RA (position de l'axe de pivotement de chacun des bras) par le positionnement adéquat des moteurs de bras. Sauf cas particulier, la distance entre le centre de la nacelle et sa liaison avec les barres parallèles (longueur RB) sera unique dans chaque groupe; seul l'interface avec le 4<sup>e</sup> axe et le préhenseur seront adaptés au type d'application.

Ces caractéristiques constructives sont très intéressantes par le fait que l'outillage et éventuellement les programmes de machines à commande numérique peuvent être amortis sur un grand nombre de pièces; l'investissement pour l'outillage

nécessaire à couper des tubes à une longueur déterminée est extrêmement bas.

### 6.3 Construction du parallélogramme de l'espace.

#### 6.3.1 Introduction.

La partie que l'on appelle habituellement le porteur sur les robots dits sériels est un parallélogramme de l'espace qui est formé de 3 chaînes cinématiques identiques comprenant chacune un bras de longueur LA et une paire de barres parallèles de longueur LB; le bras est entraîné par un moteur de bras qui est soit un moteur en prise directe sur le bras soit un ensemble moteur-réducteur; la connexion entre le bras et les barres parallèles et entre les barres parallèles et la nacelle est assurée par des liaisons à 2 (cardan) ou 3 degrés de liberté (rotule); la nacelle est l'élément qui ferme les boucles, reliant ainsi les 3 chaînes cinématiques. Nous présentons ci-dessous différentes solutions constructives pour les moteurs de bras, les liaisons moteur-bras et les articulations aux extrémités des barres parallèles.

#### 6.3.2 Moteur de bras.

Comme déjà mentionné, l'entraînement de chaque chaîne cinématique est assurée soit directement par un moteur (entraînement direct), soit par un ensemble moteur-réducteur. Le système à **entraînement direct** est extrêmement simple sur le plan de la construction mécanique puisque les seuls problèmes sont d'assurer la fixation du bras sur l'axe (voir 6.3.3) et de fixer le moteur sur un support fixe. La difficulté avec un système à entraînement direct se situe au niveau de la commande, de la mesure des mouvements et du faible choix de moteurs réellement adaptés à des couples élevés à des régimes de l'ordre de 200 à 300 révolutions par minute.

Nous présentons ci-dessous quelques variantes de moteur de bras à réducteurs (**entraînement indirect**).

##### Moteur-réducteur à engrenage droit.

Le premier prototype a été construit selon ce principe; un pignon est collé sur l'axe du moteur et vient engrenner sur un secteur denté solidaire du bras; vu son rayon, l'utilisation d'un secteur d'environ 150° plutôt que d'une roue entière apporte un gain d'inertie intéressant; le rattrapage du jeu est assuré par un appui des dents du pignon au fond des dents du secteur; cet appui est provoqué par un ressort entre bâti et moteur; malgré les corrections de denture recommandées par les spécialistes, ce mécanisme

est bruyant (non enfermé dans un carter et graissage pauvre); la garantie du parallélisme entre les axes du moteur et du bras nécessite un fabrication soignée; un secteur en matière synthétique conduit à un encombrement important pour des transmissions dont le rapport est supérieur à 10; une telle solution nécessite un grand dégagement (environ 100 mm pour un DELTA 600) entre le plan du secteur et le plan dans lequel se déplace le bras, ceci pour éviter les interférences secteur-barres parallèles lorsque  $(\alpha_i + \beta_i)$  est minimum.

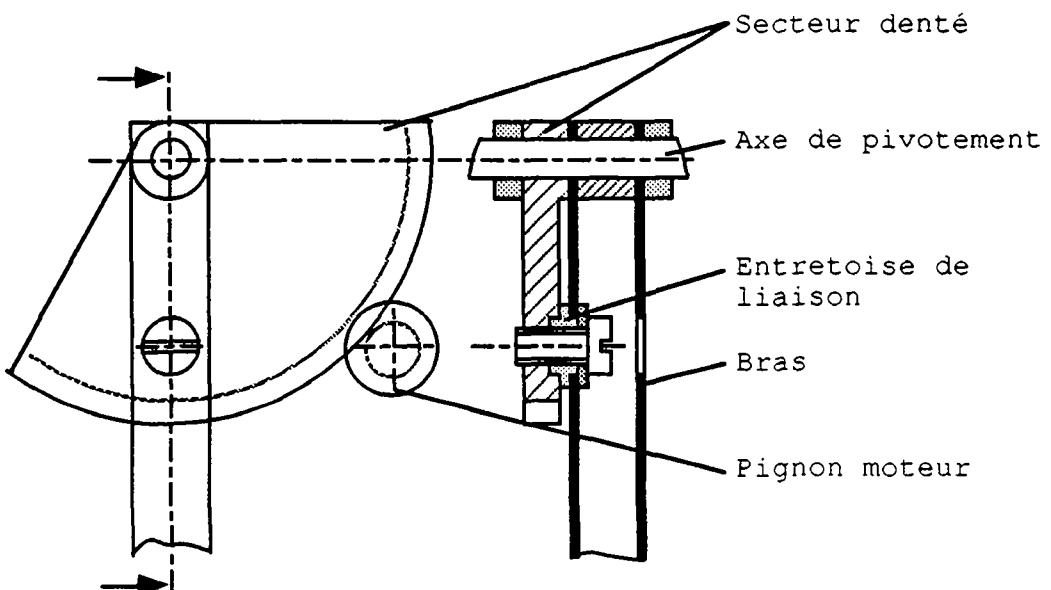


Fig.6.1 Construction du réducteur à pignon et secteur denté; la transmission du moment entre le secteur denté et le bras est assurée par une vis et une entretoise munie de 2 portées, l'une ajustée dans un alésage du secteur et l'autre ajustée dans un trou oblong usiné dans le tube formant le bras; l'axe de pivotement du bras est monté sur 2 roulements préchargés.

Un réducteur du même type, mais avec un rattrapage de jeu réalisé par une précharge entre 2 secteurs coaxiaux (voir [CLAVEL 89] fig.9.9) permet une construction avec un moteur rigidement fixé au bâti limitant les erreurs de parallélisme entre les axes.

Une solution à **crémaillère mobile** a été développée par l'entreprise Demaurex; intéressante sur les plans coût de fabrication et rigidité de transmission, cette solution a les inconvénients suivants:

- ajout d'une non-linéarité entre le moteur et le bras,
- complication supplémentaire des transformations de coordonnées (surtout le modèle géométrique direct),
- limitation du volume de travail,

- sensibilité accrue aux perturbations lorsque  $\alpha$  est grand.

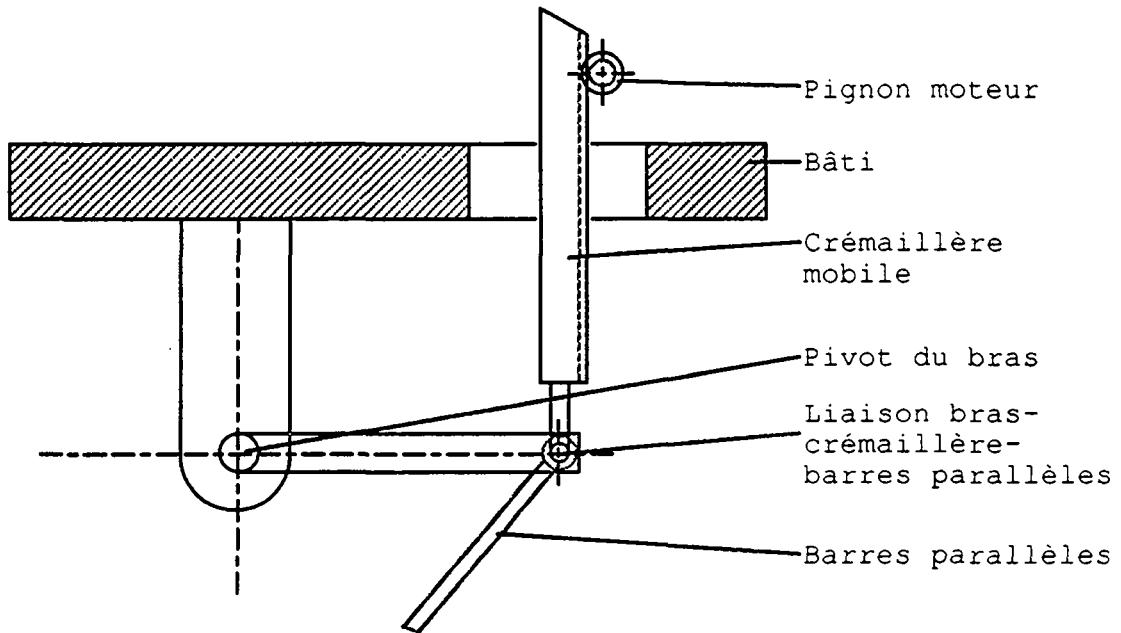


Fig.6.2 Réducteur à crémaillère mobile; un galet monté sur ressort appuie la crémaillère contre le pignon moteur de façon à éliminer le jeu.

#### Moteur-réducteur à courroie dentée.

L'utilisation d'une courroie dentée pour la transmission est une solution qui présente beaucoup d'avantages:

- composants standard faciles à obtenir et à adapter (sauf les roues de grand diamètre),
- la courroie fait office de filtre mécanique et elle peut également jouer un rôle de fusible en cas de problème (erreurs lors de test de régulation, obstacle imprévu, perte de l'information des capteurs par exemple)
- moins sensible aux erreurs d'alignement que les engrenages,
- facile à monter;

ses inconvénients:

- construction encombrante en diamètre (résulte de la nécessité de travailler avec des grandes roues pour assurer une rigidité suffisante et une moins grande sensibilité aux erreurs d'engrènement),
- précision limitée,
- rigidité moyenne; comme pour la précision, la rigidité peut être facilement améliorée par des roues de plus grand diamètre, ceci au prix d'une inertie et d'un encombrement plus importants.

Nous avons eu l'occasion de réaliser 2 prototypes avec des réducteurs à courroie à un seul étage selon les principes montrés aux figures 6.3 et 6.4; la dimension des robots est uniquement donnée à titre indicatif. Dans les 2 cas, un décalage de 100 à 150 mm du plan moyen du circuit de la

courroie par rapport au plan dans lequel se déplace le bras est nécessaire pour éviter les interférences entre barres parallèles et roue.

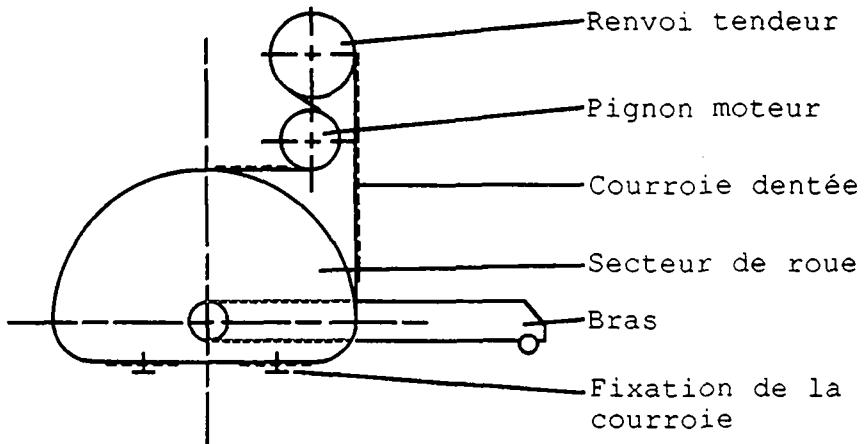


Fig.6.3 Réducteur à courroie dentée pour un DELTA 580; rapport de transmission 12.

Vu l'impossibilité de trouver des roues de grand diamètre avec la denture adaptée, nous avons choisi de faire travailler le dos de la courroie sur un secteur de roue lisse solidaire de l'axe d'entraînement du bras (fig.6.3); la courroie est fixée sur la roue par serrage; lors du dimensionnement, il y a lieu de prêter une grande attention au problème de la flexion alternée importante dans la courroie; cette configuration permettant de travailler sur un secteur, l'inertie et l'encombrement sont diminués; de plus, le nombre de dents en prise sur le pignon moteur est élevé.

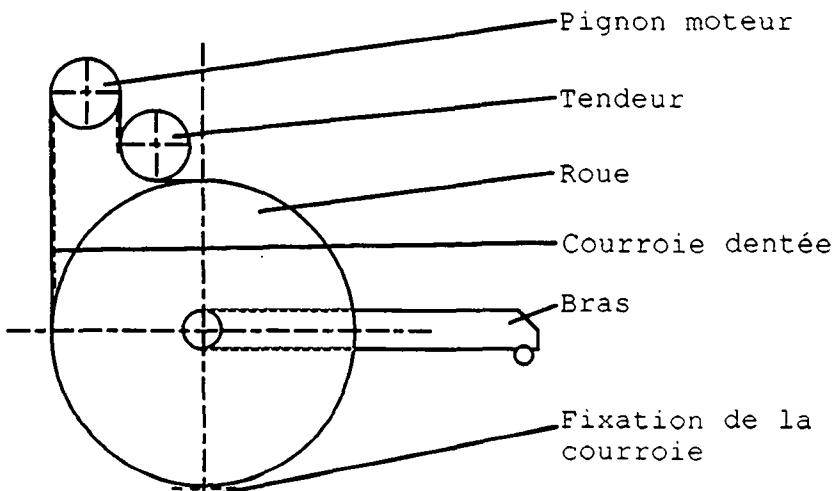


Fig.6.4 Réducteur à courroie dentée pour un DELTA 740; rapport de transmission 10.

Pour des raisons de facilité de fabrication de la roue (tournage uniquement), nous avons opté, lors de la réalisation d'un autre prototype, pour un circuit de courroie classique, mais avec la denture de la courroie en

appui sur le cylindre lisse de la roue (fig.6.4); la courroie y est fixée par serrage; un segment de courroie inversée de quelques dents est inséré entre la roue et la courroie à l'endroit du serrage pour éviter l'écrasement des dents.

La première solution a pour avantages une inertie et un encombrement plus faible et pour inconvénients un coût de fabrication plus élevé et une flexion alternée importante de la courroie qui en diminue la durée de vie; lorsque cela est possible, on donnera la préférence à la deuxième solution.

**Réducteurs spéciaux.**

(\* nom du produit sur le marché)

Il existe des solutions intéressantes de réducteurs sans jeu ou à très faible jeu (1 à 10 minutes d'angle) qui peuvent conduire à des constructions compactes demandant peu de développement.

L'"**Harmonique drive\***" [MAYR 89] est un système différentiel dont les rapports de réduction varient entre 50 et 400; pour atteindre les cadences souhaitées, la vitesse maximum du moteur devient très élevée (plus de 10'000 révolutions/min.) avec ces rapports; le jeu maximum de près de 6' conduit à une incertitude de position spatiale de l'ordre de 0,6 mm pour un DELTA 600, ce qui est rarement admissible; certaines versions particulières sont données avec un jeu plus faible moyennant un prix plus élevé.

Les réducteurs type "**Cyclo\***" [MAYR 89] et "**Akim\***" [KAUFMANN 90] sont assimilables à des réducteurs planétaires différentiels; pour le Cyclo, les rapports de transmission élevés (échelonnés entre 29 et 179), les couples de sortie très importants et les limitations de vitesses d'entrée en restreignent l'utilisation pour des DELTA de grande dimension (DELTA 1'500 et plus grand); la précision de positionnement angulaire est donnée inférieure à 3' par le fabricant. La différence entre les réducteurs Akim et Cyclo se situe au niveau de la forme de la denture; les rapports de transmission du réducteur Akim sont répartis dans une fourchette de 10 à 100 et le jeu, réglable pour les modèles standard, peut être totalement éliminé par l'adjonction d'un système élastique entre les couronnes fixes. Ces 2 types de réducteurs ont pour avantage un boîtier fermé et un arbre de sortie monté sur des roulements préchargés; le bras peut donc être fixé directement sur l'axe, ce qui simplifie sérieusement la construction d'un DELTA muni d'un tel réducteur.

**Mavilor®** a développé une série de réducteurs planétaires à 1 ou 2 étages dont le jeu a été éliminé par l'utilisation d'une denture légèrement conique; chaque satellite est monté sur rotule à billes et est chargé axialement par des rondelles élastiques. Les rapports de transmission compris entre 3 et 36 ainsi que l'axe de sortie monté sur paliers à billes préchargés en font une solution intéressante pour des robots DELTA de dimension supérieure à 800. L'utilisation de

réducteurs de ce fabricant pour des robots plus petits conduirait à un surdimensionnement préjudiciable sur les plans inertie, rendement, encombrement et coût; la construction de ce type de réducteur adapté à des dimensions plus faibles serait délicate et coûteuse.

**Réducteur planétaire standard avec jeu rattrapé par un ressort monté entre le bras et le bâti.**

Pour construire avantageusement des petits robots DELTA (MicroDELTA), nous avons testé une solution permettant de travailler avec des ensembles moteur-réducteur-capteur au programme de nombreux fabricants; les réducteurs proposés ont des rapports de transmission de 5 à 250 et un jeu de l'ordre de  $1^\circ$  à  $5^\circ$  suivant les qualités et les réductions. L'élimination du jeu du réducteur est assurée par un ressort de torsion monté précontraint entre le bâti et le bras; lorsque le bras se déplace contre l'effort du ressort, une part du couple moteur fourni est utilisée pour vaincre cet effort; dans le cas inverse, l'énergie restituée par le ressort diminue l'effort demandé au moteur.

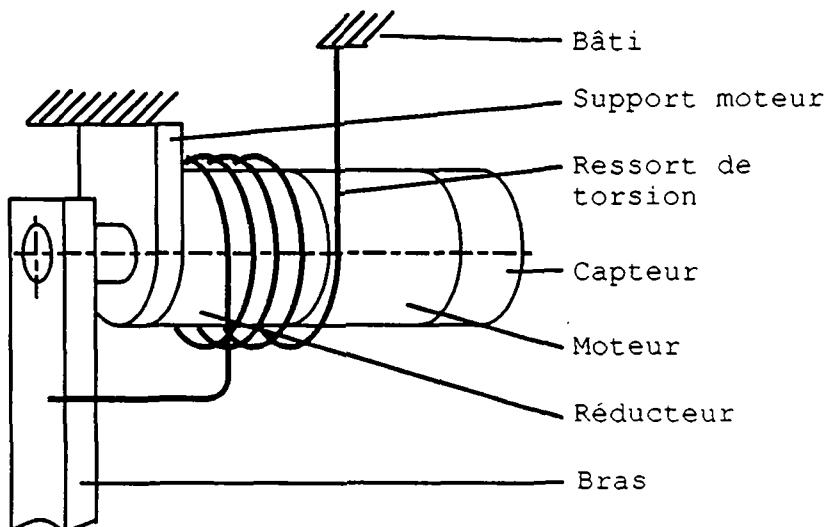


Fig.6.5 Rattrapage de jeu dans un réducteur à engrenage par montage en parallèle d'un ressort de torsion.

Cette solution est à réservier aux petits robots par le fait qu'elle conduit à un surdimensionnement du moteur et que le ressort devient encombrant et lourd déjà pour les dimensions moyennes inférieures (environ DELTA 400). Le surdimensionnement du moteur (variation d'inertie vue du moteur relativement faible) ainsi que la connaissance de la précontrainte et de la caractéristique du ressort permettent d'obtenir de bonnes performances précision-vitesse avec des coûts limités [BENLOLO 90] [REY 90].

Comme pour les cas précédents, il est possible de monter le bras directement sur l'arbre de sortie du réducteur qui, dans la plupart des cas, est muni de paliers préchargés.

Pour terminer cette partie, mentionnons encore que très souvent le concepteur a la tentation d'utiliser un réducteur

à vis tangente pour ce type d'application; vu les rapports de transmission nécessaires (10 à 30 suivant les moteurs et les cadences visées), les réducteurs à vis tangente adaptés ont des rendements très bas.

### 6.3.3 Liaison bras-moteur.

Dans la plupart des cas mentionnés sous 6.3.2, la sortie du moteur-réducteur (sortie du moteur pour le cas à entraînement direct) est matérialisée par un arbre lisse monté sur roulements préchargés; il y a donc lieu de prévoir une liaison rigide garantissant la position du bras par rapport à l'arbre considéré.

Nous avons expérimenté différents systèmes de liaison arbre-moyeu basés sur le principe de pièces déformables placées entre l'arbre et la pièce d'extrémité du bras; ce principe, réalisé avec des pièces tronconiques creuses, a donné de bons résultats; la construction montrée à la figure 6.6 utilise des pièces standard du marché; le couple à transmettre peut être augmenté par le travail en parallèle de plusieurs paires de pièces mâle et femelle.

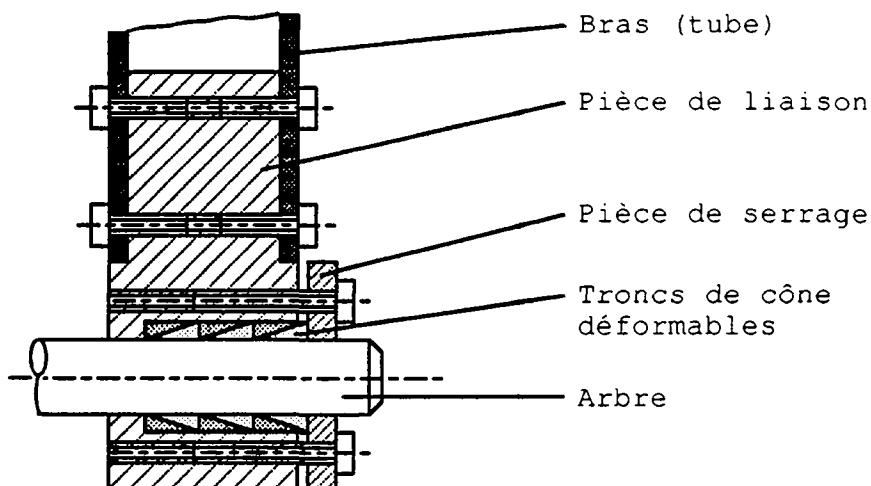


Fig.6.6 Accouplement basé sur le principe des troncs de cône creux déformables.

Dans certains cas, les bagues sont fendues pour faciliter leur déformation.

Dans d'autres composants du marché, la variation de l'épaisseur entre l'arbre et l'alésage de la pièce à fixer est provoquée par la compression d'un fluide dans un logement en forme de couronne cylindrique (exemple ETP®); ce logement fait partie intégrante du composant mentionné.

#### 6.3.4 Articulations aux extrémités des barres parallèles.

En appliquant l'expression mise en évidence à l'annexe 2.1 au robot DELTA tel que présenté sous 2.2.3, nous obtenons 9 degrés de liberté pour le parallélogramme de l'espace, soit les 3 translations de la nacelle plus la rotation de chaque barre parallèle selon son axe longitudinal; cette rotation non souhaitée provient du fait que, contrairement à la solution 18 de l'annexe 2.2, chaque articulation aux extrémités des barres parallèles a 3 degrés de liberté. La solution consistant à prévoir une rotule à une extrémité et un cardan à l'autre a l'inconvénient d'augmenter le nombre de types de pièces différents, ce qui influence négativement le prix de fabrication.

Lors de la conception du premier prototype, nous avions prévu des barres parallèles comportant un cardan à chaque extrémité; cette solution provoquait un hyperguidage qui était facilement absorbé par la torsion des barres; cette construction, permettant un angle  $\gamma$  important, avait l'inconvénient d'être lourde et de comporter beaucoup de pièces; de plus, elle s'est avérée peu résistante à l'usure suite aux pressions élevées résidant au contact des pièces en mouvement relatif.

La solution finalement retenue et longuement testée est représentée à la figure 6.7; les 6 degrés de liberté parasites ont été éliminés par la disposition des ressorts assurant la précharge sur les rotules.

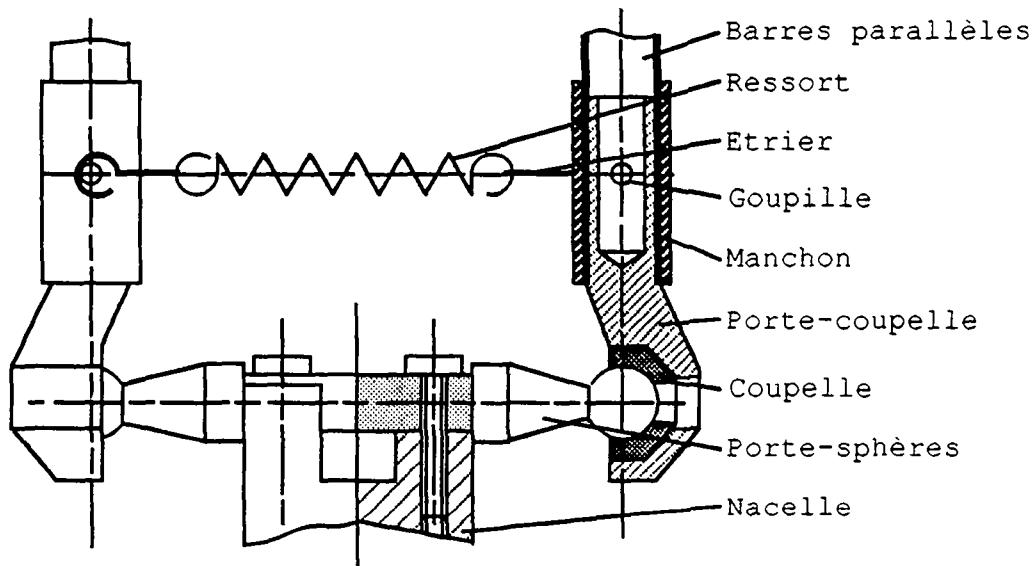


Fig.6.7 Articulations entre nacelle et barres parallèles.

Par l'intermédiaire des étriers, articulés sur des goupilles collées lors de l'assemblage, le ressort limite la rotation longitudinale de chaque barre; le tube, le porte-coupelle et le manchon sont collés; ce dernier évite les risques d'éclatement des tubes composites à base de fibres de

carbone. Le porte-sphères en une seule pièce est réalisé en alliage d'aluminium; un traitement de surface de type éloxage avec adjonction de PTFE assure la résistance à l'usure et un frottement limité. La coupelle est en Torlon® 4301; ce Poly(amide-imide), développé par les laboratoires AMOCO aux USA peut travailler dans une large plage de température et résiste à des pressions élevées; la variante 4301 contenant 12% de poudre de graphite et 3% de PTFE assure un faible frottement. Le dégagement au centre de la coupelle garantit que l'articulation reste sans jeu après usure et fluage; il est intéressant, sur le plan coût de fabrication, de réaliser le porte-coupelle et la coupelle en une seule pièce en matière synthétique rigide, résistante et comportant des adjuvants limitant le frottement et l'usure; une solution de ce type équipe les robots AriaDELTA® de l'entreprise Demaurex; pour ces derniers, les sphères sont des billes percées en acier au programme de fournisseurs d'articulations et de roulements.

Les articulations entre bras et barres parallèles sont identiques à la construction représentée à la figure 6.7; le porte-sphères est simplement vissé contre le tube carré formant le bras; une plaquette à l'intérieur du tube fait office d'écrou et rigidifie la liaison vu que la matière du tube est serrée entre la plaquette et le porte-sphères; un fraisage précis sur 3 faces latérales de l'extrémité du tube garantit le positionnement du porte-sphères.

#### 6.4 Construction du 4<sup>e</sup> axe.

Comme déjà mentionné sous 2.2.2, la rotation du préhenseur autour d'un axe vertical peut être assurée par un moteur embarqué sur la nacelle ou par un moteur fixe sur le bâti par l'intermédiaire d'une transmission mécanique. Il existe sur le marché des ensembles moteur-réducteur qui peuvent entraîner le 4<sup>e</sup> axe avec un jeu angulaire de quelques degrés, ce qui est souvent suffisant; pour les puissances nécessaires, la masse de tels composants est de 20 g environ; la liaison électrique (puissance du moteur et informations du capteur) représente le problème principal d'un tel concept; le risque de rupture des câbles ferait perdre un avantage important de ce robot. Nous proposons quelques réalisations avec moteur fixe et un exemple de préhenseur très rapide à vacuum commandé par le contact avec la pièce à saisir.

#### **Arbre télescopique avec un cardan à chaque extrémité. (voir fig.6.8)**

Le moteur est fixé perpendiculairement à la plaque support horizontale et le cardan supérieur est directement lié par serrage ou par collage à l'axe moteur; la partie supérieure de l'arbre télescopique (tube de section polygonale) est fixée au cardan; la partie inférieure (tube rond) est fixée au cardan de la nacelle; son extrémité comporte une pièce

prismatique ajustée dans le tube supérieur; suivant la nécessité, cette pièce peut être munie d'un rattrapage de jeu élastique.

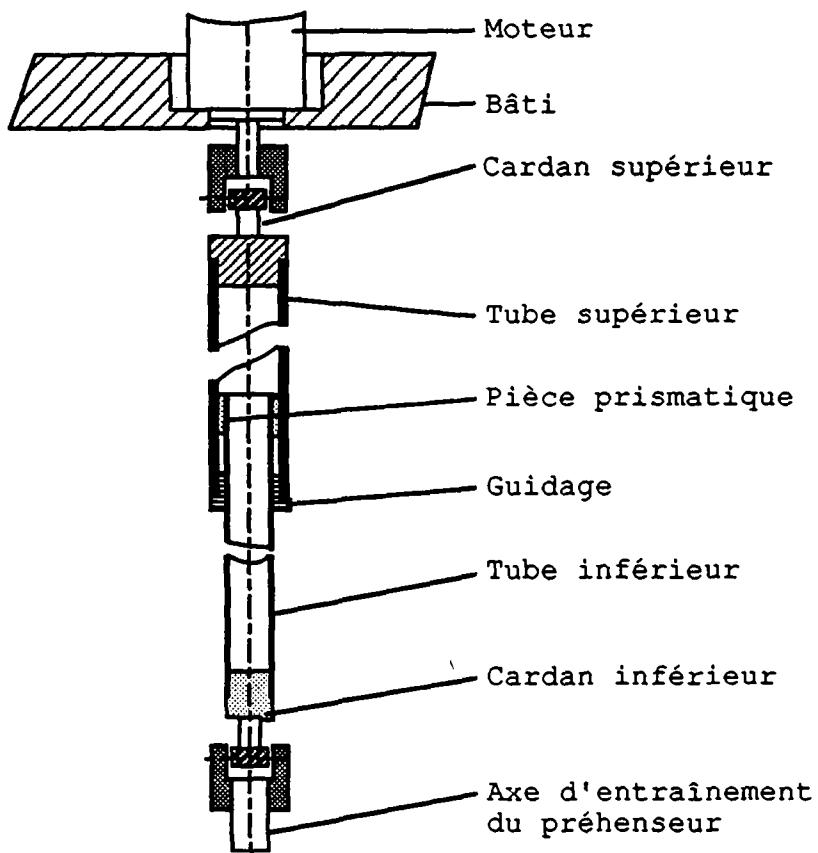


Fig.6.8 4<sup>e</sup> axe avec arbre télescopique à cardans.

**Arbre coulissant dans le cardan supérieur.**  
(voir fig.6.9)

Le principe de cette solution est proche de la construction montrée à la figure 6.8. Le cardan supérieur est fait de telle manière que le "tube", formé de 2 profils en U et lié à l'axe d'entraînement du préhenseur par l'intermédiaire du cardan inférieur, puisse y coulisser. Ce système a l'avantage d'éviter le guidage linéaire court que l'on rencontre avec l'arbre télescopique (fig.6.8) lorsqu'il est étendu; cette variante est toutefois plus encombrante; une réalisation simple est montrée à la figure 6.9.

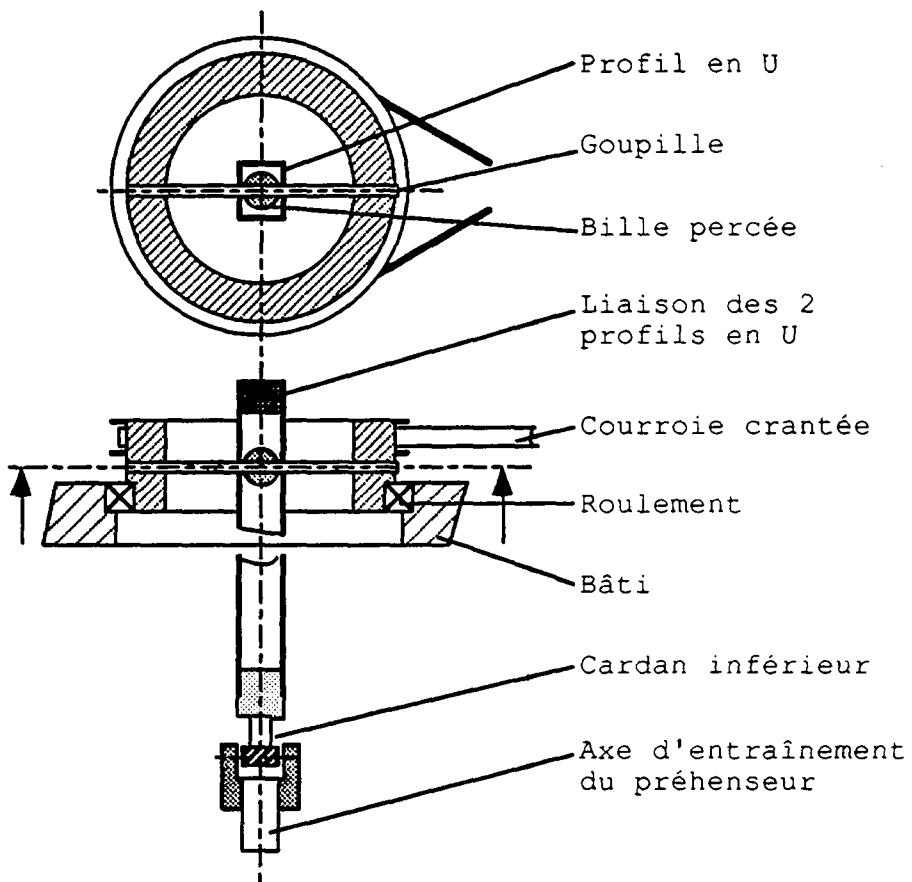


Fig.6.9 4<sup>e</sup> axe avec un arbre formé de 2 profils en U coulissant sur une sphère fixée sur une goupille solidaire d'une roue motrice.

#### **Préhenseur rapide à vacuum.**

En vue de limiter au maximum le temps de prise des pièces à transporter (des pralinés lors de notre première étude), nous avons développé un préhenseur que l'on peut qualifier de réflexe; le contact avec la pièce à saisir commande immédiatement l'action de prise. Le déplacement du porte-ventouse positionne les lumières face à face; de cette façon la chambre intérieure à la ventouse est connectée quasi instantanément au réseau de vacuum disponible en permanence; l'établissement du vide assure la mémorisation du porte-ventouse en position haute et évite les instabilités; un jet d'air comprimé dans la conduite du vacuum élimine momentanément son effet et éjecte la pièce; la goupille limite la course axiale du porte-ventouse tout en lui transmettant le couple.

Pour un groupe dimensionnel donné, il est possible de prévoir des nacelles identiques; l'adaptation de la nacelle au préhenseur, à sa commande et à son entraînement est assurée par une pièce d'interface appropriée; par exemple, cette pièce peut être centrée dans un alésage de la nacelle et fixée par 3 vis.

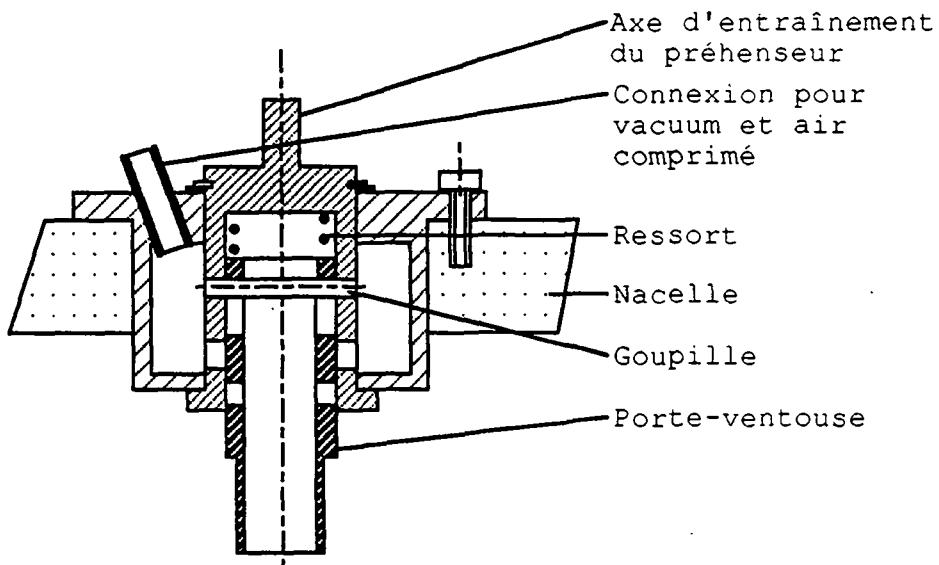


Fig. 6.10 Mécanisme porteur d'un préhenseur à vacuum pour la saisie; l'éjection est assurée par un jet d'air comprimé.

## 6.5 Conclusion.

Au cours de ce chapitre, nous avons mis en évidence quelques solutions constructives pour le robot DELTA4 dans le but de faire part de nos expériences et de faciliter le travail de l'homme de l'art confronté à la construction industrielle du robot DELTA ou à la construction de mécanismes similaires légers et rigides.

L'aspect modulaire de cette cinématique a permis des solutions avantageuses pour réaliser des familles de robots sur la base de composants standardisés.

Les solutions proposées pour les bras et barres parallèles et pour les articulations de type rotule sont le résultat de plusieurs simplifications successives; elles ont donné d'excellents résultats pratiques sur les différents prototypes.

Plusieurs solutions intéressantes ont été étudiées pour les moteurs de bras; pour les tailles petites à moyennes (jusqu'à DELTA 800), les solutions proposées ont été réalisées; celles basées sur des réducteurs spéciaux (Harmonic drive, Cyclo, Akim, Mavilor) n'ont par contre pas fait l'objet de prototype.

Les solutions proposées pour le 4e degré de liberté sont bien adaptées aux cas de préhenseur à vacuum; vu les applications visées jusqu'ici, il n'a pas été nécessaire

d'étudier des transmissions spécifiques pour d'autres préhenseurs.

L'éventail des solutions données n'a pas la prétention d'être exhaustif; toutefois, le concepteur intéressé pourra, sur la base de ces exemples, étudier des variantes mieux adaptées à ses applications, à son appareil de production et à son génie inventif.

## 7 Conclusion.

### 7.1 Introduction.

Après avoir montré, au chapitre 2, une démarche pour la recherche de solutions et décrit les différentes structures de robots parallèles obtenues, nous avons étudié, au chapitre suivant, la géométrie du robot DELTA (dimensions et angles caractéristiques, volume de travail, singularités, modèles géométriques, définition dans l'espace) et l'influence des dimensions sur ses différentes caractéristiques; le chapitre 4 a permis de proposer le modèle dynamique inverse et d'analyser, par simulation, l'influence des relations dimensionnelles sur les couples moteurs; sur la base des résultats obtenus, le chapitre 5 propose des règles de construction dimensionnelles pour le robot DELTA; le meilleur compromis est obtenu avec les valeurs suivantes pour les 2 paramètres adimensionnels:  $r=0,63$  et  $b=2$ . En vue de concrétiser les études précédentes, le chapitre 6 propose quelques solutions réalistes pour les modules importants de la structure mobile.

Le présent chapitre vise les buts suivants:

- présenter quelques résultats obtenus avec les prototypes réalisés,
- proposer quelques variantes,
- suggérer des études à poursuivre en vue d'applications particulières (robot de mesure, robot de précision, robot pour salle blanche,...)
- conclure cette étude générale sur le robot DELTA.

### 7.2 Résultats obtenus avec les prototypes construits.

Depuis la mise en évidence de la structure parallèle DELTA, à fin 1985, plusieurs prototypes ont été réalisés et ont permis d'orienter et de confirmer les études théoriques. La dénomination des prototypes est basée sur la dimension du robot comme elle a été définie en 3.2.4. Il s'agit des modèles suivants:

#### **DELTA 580 avec réducteur à courroie dentée inversée:**

ce robot, dont la surface de travail englobe celle souhaitée dans l'ébauche de cahier des charges proposée sous 1.1.3, est le premier prototype qui a bien fonctionné; il est

entraîné par un moteur à courant continu conventionnel par l'intermédiaire d'un réducteur à courroie qui a la particularité d'être montée avec le dos contre la roue solidaire du bras (Cf. Fig.6.3 et Fig.7.2). Commandé par du matériel du commerce dont le concept date de 1983 (processeur 8 bits, travail en mode point à point, définition de la trajectoire par 8 à 10 points subtilement choisis), ce robot a pu effectuer des tâches à des cadences nettement supérieures à celles des robots conventionnels; il a été possible d'effectuer le conditionnement de chocolats emballés dans une boîte à une cadence de 1,8 pièces par seconde (mise en place dans la boîte prévue de 2 couches de 12 chocolats chacune en moins de 14 secondes). La régularité des nombreuses démonstrations effectuées avec cette machine et son endurance démontrent qu'il est possible de réaliser un robot avantageux et rapide (comparé à un robot classique) avec des solutions que l'on peut qualifier de standard.

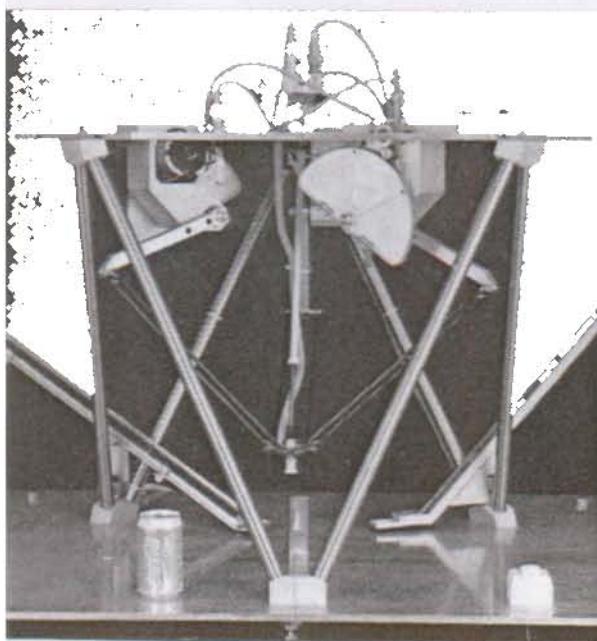


Fig.7.1  
Vue d'ensemble du prototype  
DELTA 580 à entraînement par  
courroie dentée inversée.

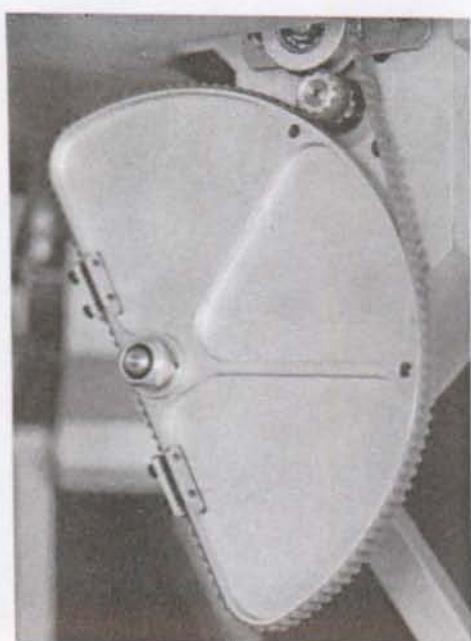


Fig.7.2  
Vue du détail de montage  
de la courroie dentée.

#### DELTA 580 à entraînement direct:

Identique dimensionnellement au modèle décrit ci-dessus, cette réalisation se distingue par son mode d'entraînement et sa commande. Les bras sont directement accouplés aux arbres moteurs et la puissance de calcul de la commande est telle (3 transputers T800) que la trajectoire et la dynamique (couples moteurs déterminés a priori) sont calculées en temps réel chaque ms; la commande et les performances de ce modèle à entraînement direct ont été étudiées en détail par A.Codourey [CODOUREY 91].

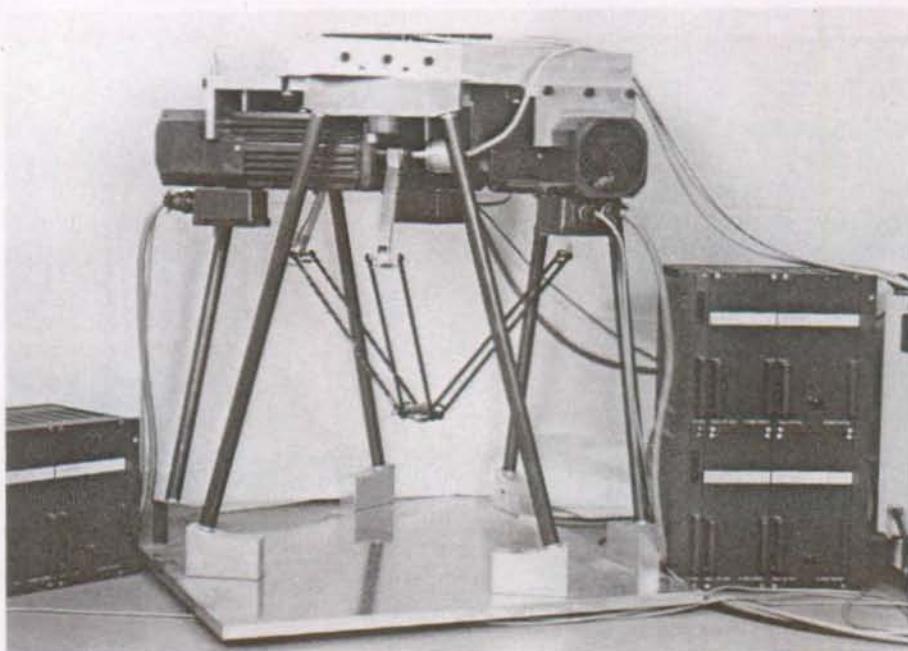


Fig.7.3 Vue d'ensemble du prototype DELTA 580 à entraînement direct.

C'est ce modèle qui a atteint à ce jour les meilleures performances sur les plans cadence, accélération et répétabilité; une trajectoire en forme de demi-ellipse dont les points extrêmes sont distants de 250 mm est parcourue à près de 3 cycles aller et retour par seconde avec une erreur de moins de 1 mm sur la trajectoire et une répétabilité à l'arrivée meilleure que 0,2 mm; en outre, 20 ms d'arrêt à chaque point extrême permettent de tenir compte des durées nécessaires à la prise et à la dépose des objets à déplacer; au cours de ce mouvement, l'accélération curviligne maximum est de  $80 \text{ m/s}^2$ ; un segment vertical rectiligne de 250 mm de longueur, situé approximativement au centre du volume de travail, peut être parcouru près de 6 fois aller et retour par seconde avec des accélérations maximums de  $400 \text{ m/s}^2$ . Sur les plans cadence, répétabilité et surface de travail, ce modèle répond aux exigences du cahier des charges défini en 1.1.3, avec une marge confortable en ce qui concerne la répétabilité et la précision de suivi de trajectoire. Les performances de ce robot très fiable et très simple sur le plan mécanique ont pour corollaire une commande onéreuse et un coût élevé des moteurs, des cartes de puissance et des capteurs; l'utilisation de moteurs sans balais très dynamiques contribue de façon substantielle au coût; relevons encore qu'il n'existe pas sur le marché actuellement des moteurs performants adaptés à des vitesses nominales de 300 révolutions par minute; les moteurs montés sur ce prototype ne sont pas utilisés au mieux de leur capacité, mais ils ont l'avantage d'être résistants et fiables, qualités indispensables pour un développement rapide et efficace; lors du passage de cette version dans le secteur industriel, des moteurs adaptés seront développés en vue de diminuer le courant consommé et les coûts de l'étage de puissance.

**DELTA 740 avec réducteur à courroie dentée:**

Ce prototype a été réalisé pour l'étude du réglage d'un DELTA à entraînement indirect à hautes performances; les moteurs sont de type sans balais et les cadences visées sont proches de celles atteintes par le DELTA 580 à entraînement direct, mais avec un coût moindre des moteurs, des étages de puissance et des capteurs. La transmission à courroie utilisée est schématisée à la figure 6.4. Cette version est le support concret d'une collaboration de l'Institut de microtechnique avec l'Institut d'automatique de l'EPFL et le Laboratoire d'automatique et de microélectronique de Montpellier (LAMM).

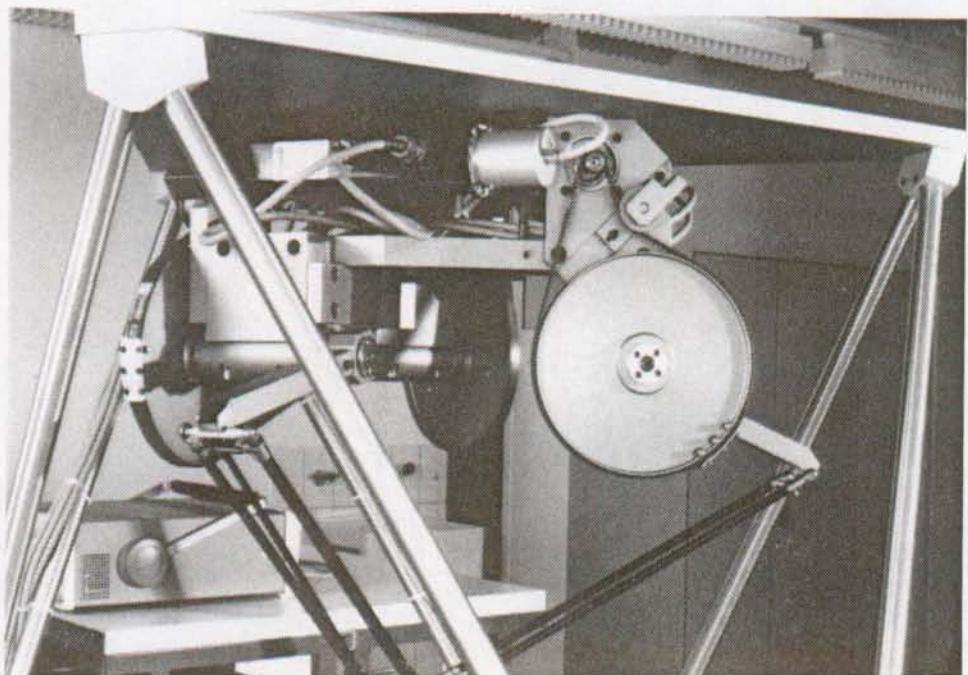
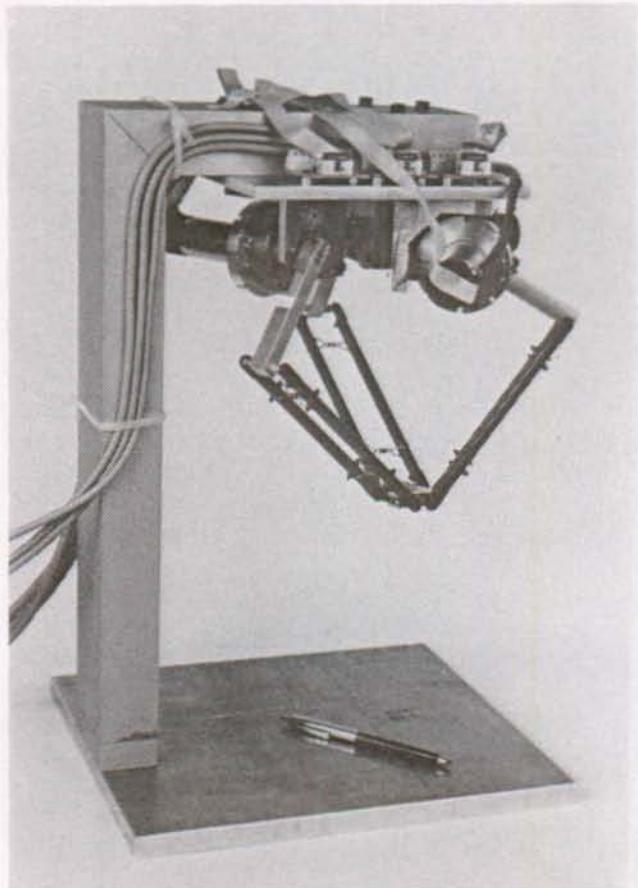


Fig.7.4 Vue de la mécanique du prototype DELTA 740 à entraînement par courroies dentées et moteurs sans balais.

**DELTA 240:**

Ce prototype dont le principe d'entraînement est décrit à la figure 6.5 sous 6.3.2 vise une réalisation économique basée sur des modules standards du marché; les premiers résultats obtenus [BENLOLO 90] montrent que cette construction, particulièrement intéressante pour des petits modèles, est à éviter pour les grandes dimensions (surdimensionnement des moteurs et encombrement des ressorts de rappel); les performances cadence-précision s'inscrivent au même niveau que celles visées avec le DELTA 580 à entraînement direct, mais avec des trajectoires 2 fois plus courtes; la plus faible dimension et les modules standards utilisés permettent d'obtenir des performances intéressantes à bas coût; cette particularité en fait un modèle attrayant pour l'enseignement et également pour des applications industrielles nécessitant un petit volume de travail.

Fig.7.5  
Vue d'ensemble du  
prototype DELTA 240  
(MicroDELTA).



DELTA 700:

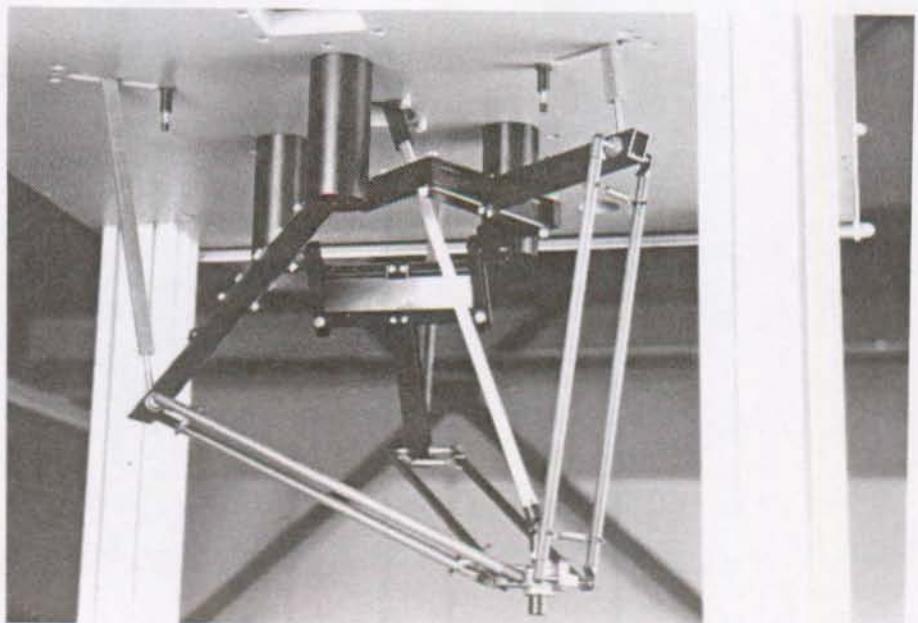


Fig.7.6 Vue de la cinématique du modèle industriel DELTA 700.

Ce robot, produit industriellement par l'entreprise Demaurex Robotique & Microtechnique SA, est entraîné par de petits moteurs à courant continu de 40 W de puissance mécanique; le réducteur est de type à crémaillère mobile (voir fig.6.2); malgré la faible puissance de ses moteurs, ce robot muni d'un contrôleur performant, atteint la cadence de 1,5 pièces par seconde pour le conditionnement de pralinés; les pièces sont prises sur un tapis en mouvement continu et déposées dans des barquettes également en mouvement continu; la position de prise est donnée par un système de vision.

**DELTA 1'700 MSS (Microscope Support System):**

L'entreprise DMDéveloppement a développé un DELTA à 3 degrés de liberté pour une application originale totalement différente de celles initialement prévues; ce robot est utilisé pour supporter un microscope au dessus d'une table d'opération; le contrôleur compense l'effet de la gravité sur l'appareil porté; de cette manière, le chirurgien peut aisément déplacer cette masse importante (=20 kg) et la positionner au point de travail; il peut également ajuster la position recherchée en actionnant des contacteurs qui commandent des petits déplacements calibrés dans la direction souhaitée.

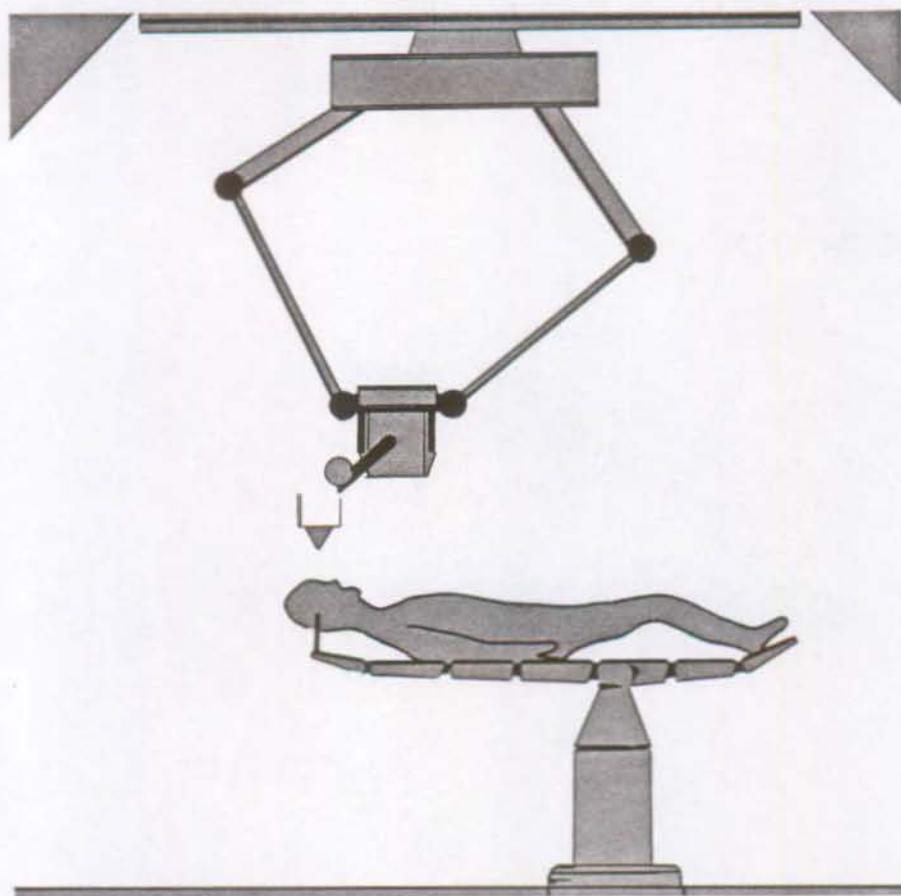


Fig.7.7 Disposition du DELTA 1'700 MSS en salle d'opération.

### 7.3 Variantes.

#### 7.3.1 DELTA à axes linéaires.

Toutes les études décrites jusqu'ici et tous les prototypes réalisés sont basés sur le principe montré aux figures 2.4 et 2.12 a et b; pour les insertions verticales (ce vers quoi l'on tend par la conception des produits pensés pour le montage automatique [CLAVEL 88]), il est nécessaire de disposer d'un excellent contrôleur pour assurer des mouvements rectilignes précis. Les variantes c et d de la figure 2.12 ont un potentiel intéressant pour des opérations d'insertion; une fois l'aplomb (coordonnées x et y) du point d'insertion atteint, il suffit de générer des mouvements identiques sur les 3 moteurs pour obtenir une trajectoire parfaitement verticale. Une préétude [TRZECIAK 90] a montré l'intérêt d'une telle structure; sa surface de travail optimale est un triangle équilatéral dont la hauteur est égale à 3 fois la distance, diminuée de RB, entre le centre du robot et chaque guidage rectiligne; la hauteur de travail est limitée uniquement par les entraînements linéaires et éventuellement par le 4e axe suivant son concept; la définition dans l'espace, donnée par les coefficients sx, sy et sz (ces coefficients sont définis de façon identique qu'en 3.5.2, en rapportant les déplacements élémentaires en x, y et z au déplacement de l'incrément au niveau du guidage linéaire) est du même ordre que pour le DELTA angulaire;  $s_{x\max} = s_{y\max} = 3,768$  et  $s_{z\max} = 1$ .

#### 7.3.2 DELTA non périodique.

Dans un but exploratoire, un projet de diplôme a étudié différentes variantes de robot DELTA dont les 3 chaînes cinématiques ne sont pas toutes identiques et pas disposées à  $120^\circ$  [KEMPTER 90]. Cette étude a montré le peu d'intérêt de cette voie, vu que sur les plans volume de travail, définition dans l'espace et dynamique, les résultats sont moins bons que pour la structure à symétrie ternaire. Toutefois, pour des applications particulières, la variante caractérisée par 2 bras disposés face à face, le troisième leur étant perpendiculaire, est intéressante par le dégagement qu'elle permet au niveau de la plaque support (installation d'une caméra par exemple) et par une plus grande facilité d'usinage du support et de la nacelle.

### 7.4 Etudes à poursuivre.

Suite aux expériences réalisées lors de cette étude et fonction de nos différents contacts industriels, relevons encore quelques aspects qui pourraient faire l'objet d'études intéressantes et utiles sur les plans industriel et académique.

#### 7.4.1 Etude de l'influence des tolérances de fabrication sur la précision absolue du robot.

Cette étude est motivée par 2 applications potentielles de ce robot:

- l'utiliser comme machine de mesure 3 D,
- effectuer des montages précis avec un robot programmé hors-ligne.

Le problème de la précision absolue peut être résolu soit par une fabrication et un montage très soignés, soit par un calibrage de chaque robot produit et utilisation d'une transformation de coordonnée correctrice générée par le calibrage. La première voie est aisée sur le plan étude, mais très difficile et coûteuse en production alors que la deuxième demande une étude poussée pour déterminer comment effectuer le calibrage. Pour en faire une machine de mesure, il est fort probable qu'il faudra prévoir une production soignée et un calibrage qui, certainement, sera d'autant plus aisé que les corrections à apporter seront faibles.

#### 7.4.2 Etude d'articulations à très faible usure.

Cette étude est motivée par l'utilisation potentielle de ce robot pour effectuer des mesures dimensionnelles et pour le travail en salle blanche. Dans le premier cas, il est impératif d'éviter une dérive de la machine par une usure trop rapide des articulations; même si un recalibrage peut corriger ce défaut, la délicatesse de cette opération nous incite à ne pas la répéter trop souvent. Dans le deuxième cas, il est primordial d'éviter toute production de particules parasites par le robot; cela implique entre autres de réaliser des articulations dont l'usure soit infime.

#### 7.4.3 Poursuite de l'étude de la commande.

Comme le montre Codourey [CODOUREY 91], la qualité du réglage et de la modélisation ainsi que l'utilisation de trajectoires et de mouvements curviliques bien choisis a un impact important sur les performances cadence et précision. Jusqu'à présent, une commande performante a toujours été synonyme d'un coût élevé. En vue de favoriser la diffusion de ce robot, il est utile de rechercher des algorithmes de réglage ainsi que des méthodes de calcul de trajectoires et de mouvements moins gourmandes en puissance informatique.

La recherche d'une méthode permettant la détermination automatique du modèle dynamique et la proposition de trajectoires optimales est également un but attrayant pour une étude sur la commande.

#### 7.4.4 Recherche de structures mobiles parentes du DELTA, mais avec une plus grande mobilité.

Sur le plan des méthodes pour la recherche systématique de solutions, il est intéressant de compléter les développements mis en évidence au chapitre 2 pour tendre vers une généralisation; la recherche de cinématiques parallèles ou partiellement parallèles comportant 5 ou 6 degrés de liberté est certainement un support stimulant pour la poursuite de cette étude; en vue de cette continuation, relevons que, pour une certaine catégorie de chercheurs tout au moins, il est plus stimulant de viser un but à connotation concrète (réponse à une famille d'applications correspondant à un besoin actuel ou futur); il est donc essentiel de cultiver les contacts avec les utilisateurs potentiels pour détecter suffisamment tôt leurs besoins et les préparer à l'idée que des solutions nouvelles peuvent résoudre leurs problèmes d'automatisation.

### 7.5 Conclusion

Pour conclure, soulignons encore les points suivants au sujet du robot DELTA et de son développement:

- face à de nouveaux problèmes (recherche d'une cadence de transfert 2 à 3 fois plus élevée que les maximums possibles avec les robots conventionnels), il est souvent plus efficace de faire table rase des solutions existantes pour rechercher de nouveaux principes; dans le cas précis, une cinématique parallèle a conduit à des performances élevées, sans pour autant nécessiter une motorisation débridée;
- le robot DELTA, comparé à un robot SCARA dont il est le concurrent pour beaucoup d'applications, est plus performant sur les plans définition dans l'espace, puissance consommée et cadence, mais légèrement en retrait sur le plan volume de travail, même si celui du DELTA a l'avantage d'une forme régulière dépourvue de zone interdite au centre;
- outre le parallélisme de sa structure, la particularité du robot DELTA proposé dans ce travail est l'aspect parallélogramme de l'espace qui permet de conserver constantes les 3 orientations de la nacelle de façon totalement passive;
- l'utilisation d'une géométrie parallèle permet d'obtenir une masse mobile très faible tout en garantissant une rigidité élevée; ce type de géométrie a toutefois l'inconvénient (limité pour le robot DELTA) d'avoir un volume de travail restreint;

- un nouveau concept peut conduire, comme c'est le cas ici, à une simplification notable de la mécanique du robot; ceci se traduit, lorsque l'on cherche les performances extrêmes, par un surcoût de la commande;
- sur le plan formation, nous espérons que cette étude contribuera à stimuler l'activité inventive des ingénieurs concernés; la mise en relation de notions théoriques (mécanique générale dans ce cas) et de souhaits d'utilisateurs et de constructeurs de produits peut conduire à des solutions nouvelles et attrayantes économiquement.

L'apport original de ce travail peut être résumé par les points suivants:

- mise en évidence d'une cinématique formant un parallélogramme de l'espace;
- proposition d'une géométrie de robot inédite dotée d'un large potentiel industriel;
- étude des caractéristiques géométriques et dynamiques de ce robot et proposition de règles pour son dimensionnement géométrique;
- proposition de solutions constructives adaptées à ce concept;
- confirmation de la faisabilité par la réalisation de plusieurs prototypes.

Relevons encore l'important potentiel de formation et d'étude de ce robot, aussi bien dans la version à 3 ou 4 degrés de liberté que dans des versions à mobilité plus élevée; il est fort probable que plusieurs travaux scientifiques et techniques intéressants viendront compléter cette première étude.

Pour l'anecdote, mentionnons encore que le nom **DELTA** donné à ce robot provient d'un muscle de l'anatomie humaine; en effet, chaque **moteur de bras** du robot remplit une fonction identique à celle du muscle de l'épaule nommé "**deltoidé**" qui actionne, en coopération avec d'autres muscles, la partie supérieure de notre bras.

## Annexe 2.1

### Mobilité d'une structure cinématique.

#### Définitions.

##### Degré de liberté (DL):

le nombre de degrés de liberté d'un système est le nombre de variables indépendantes nécessaires à la description totale de la structure cinématique.

##### Structure cinématique mobile:

une structure cinématique est dite mobile lorsque le nombre de DL est supérieur ou égal à 1; soit MO la mobilité de la structure considérée; MO est égal au nombre de DL de la structure cinématique.

### Mobilité d'une structure cinématique.

Considérons une structure cinématique formée de n pièces solides; le nombre de degrés de liberté de cet ensemble avant tout assemblage en vue de créer la structure cinématique considérée est évidemment  $MO = 6n$ .

Chaque liaison entre 2 pièces diminue la mobilité de l'ensemble d'une valeur correspondant au nombre de forces généralisées (NFG) présentes dans la liaison considérée; avec k liaisons MO prend la valeur suivante:

$$MO = 6n - \sum_{i=1}^k NFG_i$$

Considérons qu'une des pièce est fixe (ses 6 DL sont bloqués) et prenons la comme référence (bâti pour un robot); MO prend ainsi la valeur suivante:

$$MO = 6n - 6 - \sum_{i=1}^k NFG_i$$

Créer une boucle dans une structure donnée consiste à ajouter une liaison sans ajouter de pièce.

Ajouter une pièce conduit obligatoirement à ajouter une liaison supplémentaire.

Ces 2 constatations conduisent à la relation suivante pour un système de n pièces, k liaisons et bo boucles:

$$n = k - bo + 1$$

Avec cette expression, la mobilité MO prend la forme suivante:

$$MO = 6(k - bo + 1) - 6 - \sum_{i=1}^k NFG_i$$

Le nombre de forces généralisées ( $NFG_i$ ) intervenant dans une liaison est le complément à 6 du nombre de degrés de liberté ( $MO_i$ ), soit:  $NFG_i = 6 - MO_i$  d'où:

$$\begin{aligned} MO &= 6(k - bo + 1) - 6 - \sum_{i=1}^k (6 - MO_i) \\ &= 6k - 6bo - 6k + \sum_{i=1}^k MO_i \end{aligned}$$

$$MO = \sum_{i=1}^k MO_i - 6bo$$

La mobilité d'une structure cinématique dont un des éléments est fixé sur une base fixe est donc égale à la somme des mobilités de toutes les liaisons moins 6 fois le nombre de boucles.

Cette expression sera utilisée pour construire le catalogue de solutions pour la fonction: "retirer 2 degrés de liberté à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux" (voir l'annexe 2.2).

## Annexe 2.2

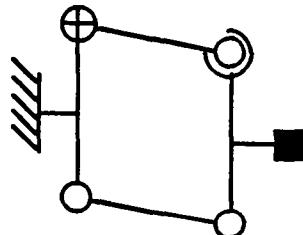
Recherche de solutions pour la fonction: "retirer 2 degrés de liberté à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux".

Cette recherche nous a conduits à établir un catalogue de solutions pour la fonction mentionnée; ce catalogue est structuré à partir du critère de classement "nombre de boucles  $b=$ " de la cinématique; cette donnée met évidence le nombre de mobilités ( $\sum M_0 i$ ) de la cinématique comme montré à l'annexe 2.1.

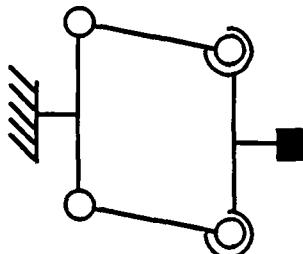
Les symboles de représentation des liaisons sont décrits dans le tableau de la page suivante.

Des variantes de solutions supplémentaires peuvent encore être déduites du catalogue représenté ci-après en réalisant les changements suivants:

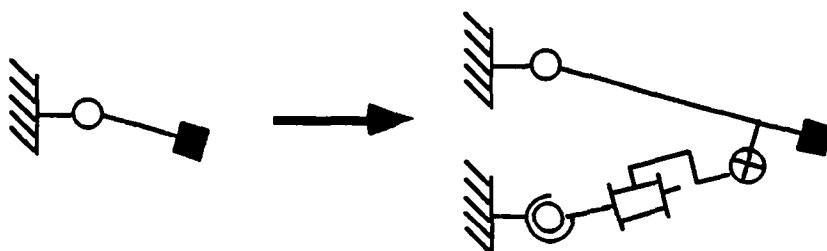
- toute liaison glissière (GL) peut être remplacée par l'ensemble articulé représenté ci-contre:



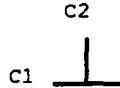
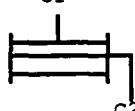
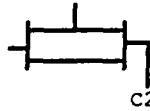
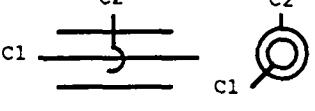
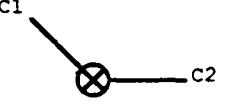
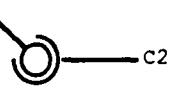
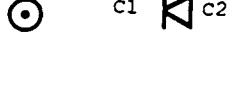
- toute liaison pivot glissant (PG) peut être remplacée par la boucle cinématique représentée ci-contre:



- pour chaque solution, il est possible d'obtenir autant de variantes que l'on désire en ajoutant des boucles; chaque adjonction d'une boucle doit apporter 6 mobilités supplémentaires afin d'obtenir le même résultat que la solution de base; la figure suivante donne un exemple d'une telle variante.



**Symboles utilisés pour la représentation des liaisons dans une structure cinématique**

Nom de la liaison (notation)	Mouvements relatifs	Nombre de degrés de liberté	Symboles
liaison encastrement [fixe] (FI)	0 translation 0 rotation	0	 c1      c2 c1:corps 1 c2:corps 2
liaison pivot (PT)	0 translation 1 rotation	1	 c1      c2 c1:corps 1 c2:corps 2
liaison glissière (GL)	1 translation 0 rotation	1	 c1      c2 c1:corps 1 c2:corps 2
liaison pivot glissant (PG)	1 translation 1 rotation	2	 c1      c2 c1:corps 1 c2:corps 2
liaison cardan (CA)	0 translation 2 rotations	2	
liaison rotule (RO)	0 translation 3 rotations	3	
liaison appui plan (AP)	2 translations 1 rotation	3	 c1      c2 c1:corps 1 c2:corps 2
liaison ponctuelle [sphère-plan] (SP)	2 translations 3 rotations	5	 c1      c2
objet à déplacer			

Catalogue de solutions pour la fonction:

I

"retirer 2 DL à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux"

Critères de classement			Solutions			
Nbre de boucles b = $\sum M_{O_i}$	Nbre de solides mobiles	Nbre et type de liaisons à 1 DL	N°	Schéma	Description	Variantes
$b = 0$ $\sum M_{O_i} = 4$	2	1 (GL)	1		liaison (GL) fixée perpendiculairement ( $\perp$ ) sur un plateau glissant sur un plan	permutation de (AP) et (GL)
		1 (GL) + 1 (PT)	2		(PT) fixé $\perp$ à (GL) elle-même fixée $\perp$ à (PG)	permutation de (PT), (GL) et (PG); les axes de (PT) et (PG) sont non confondus
	4	3 (GL) + 1 (PT)	3		(PT) fixé sur 3 (GL) non parallèles; géométrie du robot cartésien	permutation du (PT) et des (GL)
		2 (GL) + 2 (PT)	4		2 (GL) $\perp$ combinées avec 2 (PT) parallèles; géométrie du robot cylindrique	permutation des différentes liaisons avec les axes des (PT) non confondus
		1 (GL) + 3 (PT)	5		combinaison de 3 (PT) et une (GL) d'axes parallèles; géométrie du robot SCARA	permutation des différentes liaisons avec les axes des (PT) non confondus
$b = 1$ $\sum M_{O_i} = 10$	5	2 (GL)	6		2 chaînes cinématiques formées chacune de 1 (GL) et 2 (CA)	permutation des liaisons de chaque chaîne; les variantes de chaîne cinématique de 6 et 7 peuvent être combinées entre elles
		2 (PT)	7		2 chaînes cinématiques formées chacune de 1 (PT) et 2 (CA)	permutation des liaisons de chaque chaîne; les variantes de chaîne cinématique de 6 et 7 peuvent être combinées entre elles
$b = 2$ $\sum M_{O_i} = 16$	6	0	8		(PG) fixé $\perp$ sur une plate-forme liée à la base par 2 chaines avec 1 (CA) et 1 (RO) et une avec 2 (CA); les 3 segments sont parallèles	permutation de (PG) et de l'ensemble des 3 chaines
		1 (GL) + 1 (PT)	9		idem 8, mais avec (PG) remplacé par 1 (GL) et 1 (PT) d'axes //	permutation de (GL), (PT) et de l'ensemble des 3 chaines

**Catalogue de solutions pour la fonction:**

II

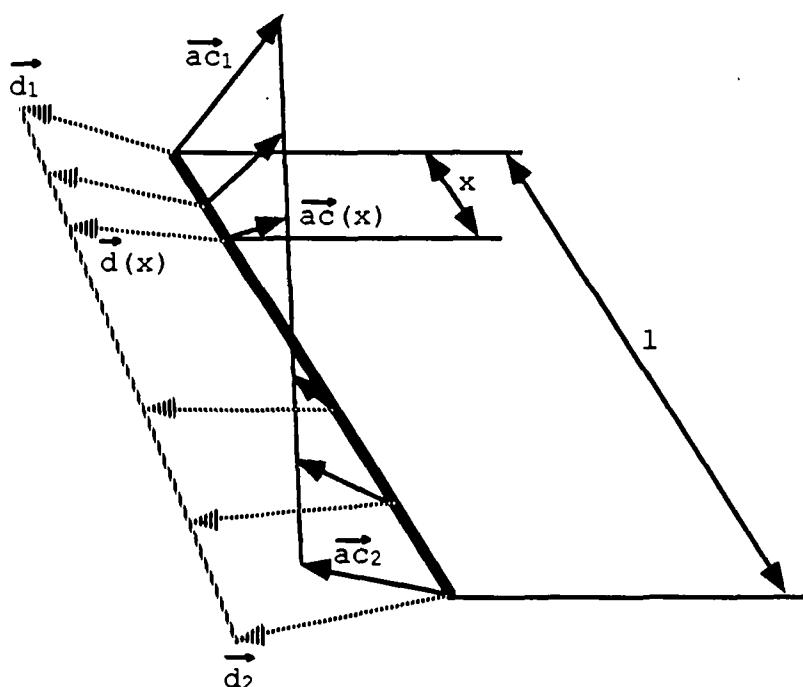
"retirer 2 DL à un solide, soit empêcher ses rotations selon des axes horizontaux"

Critères de classement			Solutions			
Nbre de boucles b = $\Sigma M_{O_1}$	Nbre de solides mobiles	Nbre et type de liaisons à 1 DL	N°	Schéma	Description	Variantes
$b = 2$ $\Sigma M_{O_1} = 16$	8	3 (GL) + 1 (PT)	10		1 (PT) fixé ⊥ à une plate-forme liée à la base par 3 chaînes cinématiques formées de 1 (GL) et 2 (CA)	permutation des liaisons de chaque chaîne; permutation de (PT) et de l'ensemble des 3 chaînes; combinaison des chaînes de 10 avec celles de 11
		4 (PT)	11		idem 10, mais avec des chaînes cinématiques formées de 1 (PT) et 2 (CA)	
$b = 3$ $\Sigma M_{O_1} = 22$	9	3 (GL) + 1 (PT)	12		idem 10 et 11 mais avec une des chaînes comprenant une boucle supplémentaire formant un parallélogramme avec 2 (RO) et 2 (CA)	idem 10 et 11; inversion de (RO) et (CA) aux extrémités des longs segments parallèles
		4 (PT)	13		idem 10 et 11 mais avec une des chaînes comprenant une boucle supplémentaire formant un parallélogramme avec 2 (RO) et 2 (CA)	
$b = 4$ $\Sigma M_{O_1} = 28$	10	1 (PT)	14		1 (PT) fixé ⊥ à une plate-forme liée à la base par 2 ensembles cinématiques idem à la solution 8	permutation de (PT) et des 2 ensembles des 3 chaînes
		3 (GL) + 1 (PT)	15		idem 12, mais avec 2 parallélogrammes	
$b = 5$ $\Sigma M_{O_1} = 34$	11	4 (PT)	16		idem 13, mais avec 2 parallélogrammes	idem 12 et 13
		3 (GL) + 1 (PT)	17		idem 15, mais avec 3 parallélogrammes	
		4 (PT)	18		idem 16, mais avec 3 parallélogrammes	idem 12 et 13

## Annexe 4.1

### Travail virtuel d'une barre rigide.

Il suffit de connaître les vecteurs déplacement virtuel et les vecteurs accélération aux 2 extrémités d'une barre rigide pour déterminer le travail virtuel nécessaire pour obtenir ce déplacement virtuel. Soient  $\vec{ac}_1$  et  $\vec{ac}_2$  les vecteurs accélération et  $\vec{d}_1$  et  $\vec{d}_2$  les vecteurs déplacement virtuel à chacune des extrémités de la barre considérée; la barre a une section constante  $s$ , une masse volumique  $\rho$ , une longueur  $l$  et une masse  $m$ . Soient encore  $\vec{ac}(x)$  et  $\vec{d}(x)$  respectivement l'accélération et le déplacement virtuel du point situé à la coordonnée  $x$  sur la barre.



Le travail virtuel est donné par l'expression suivante:

$$W = \int_0^l \vec{d}(x) * (\rho s dx) \vec{ac}(x)$$

avec:

$$\vec{ac}(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \vec{ac}_1 + \frac{x}{l} \vec{ac}_2$$

$$\vec{d}(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \vec{d}_1 + \frac{x}{l} \vec{d}_2$$

$$W = \rho s \int_0^1 \left[ \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_1 + \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) (\vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_2 + \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_1) + \frac{x^2}{l^2} \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_2 \right] dx$$

$$W = \rho s l \left[ \frac{1}{3} \vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_1 + \frac{1}{6} (\vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_2 + \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_1) + \frac{1}{3} \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_2 \right]$$

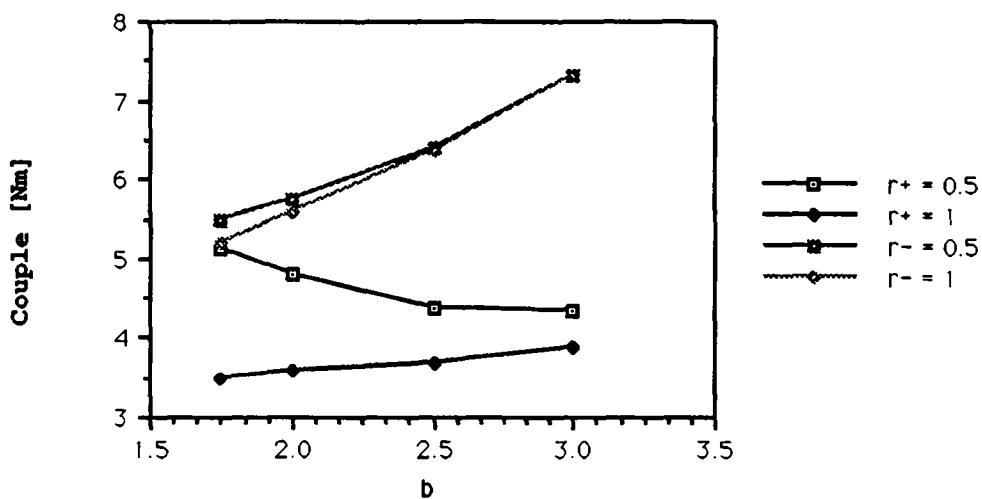
$$W = \frac{m}{3} \left[ \vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_1 + \frac{1}{2} (\vec{ac}_1 \cdot \vec{d}_2 + \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_1) + \vec{ac}_2 \cdot \vec{d}_2 \right]$$

## Annexe 4.2

### Tests dynamiques

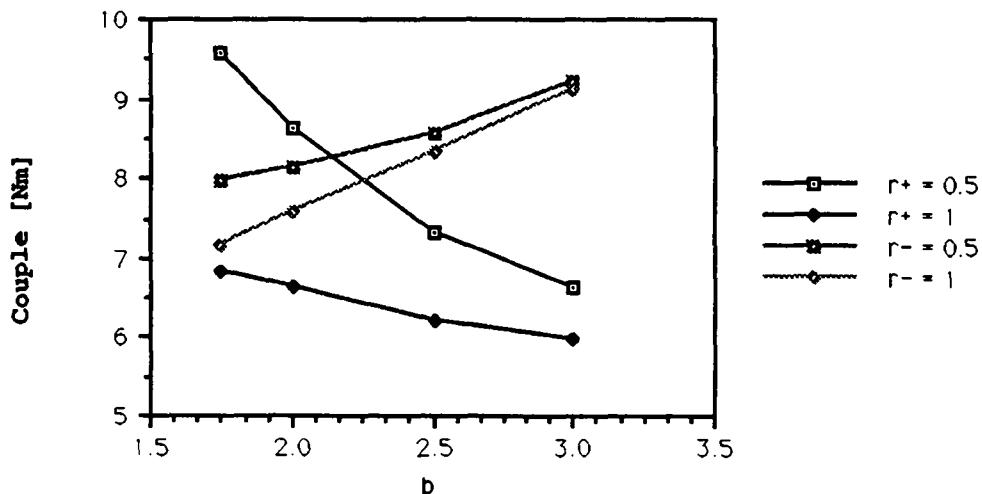
**Couples maximums** fournis par le moteur le plus chargé en fonction des paramètres adimensionnels  $b$  et  $r$  et fonction de l'inertie moteur; ces graphes sont obtenus par simulation pour des mouvements selon les trajectoires définies à la figure 4.1; sauf mention particulière, la masse de la nacelle est de 100g; IA1 et IA2 représentent l'inertie du moteur de bras pour 2 cas d' entraînement différents;  
 $IA1=20.10^{-4} \text{ kgm}^2$   
 $IA1=60.10^{-4} \text{ kgm}^2$

Trajectoire 1, IA1

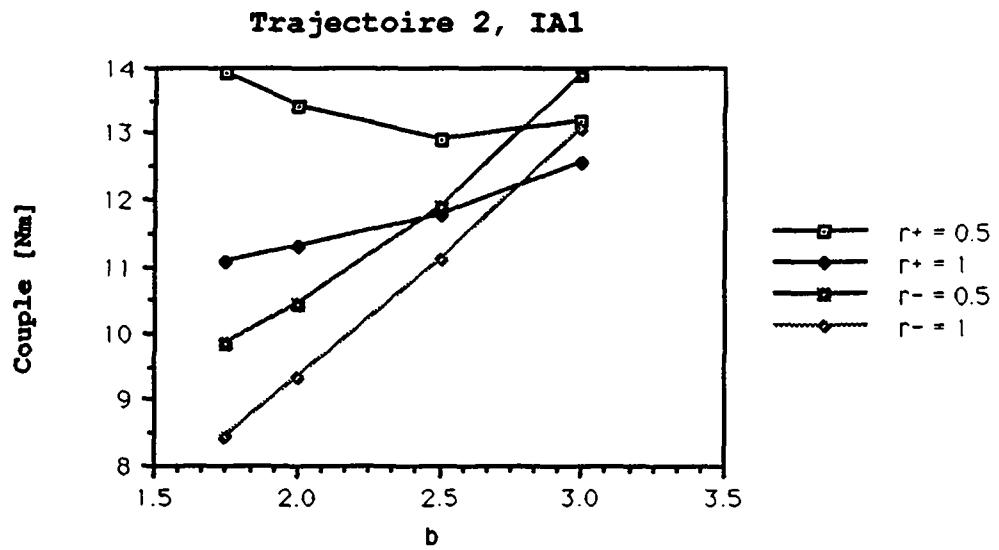


C.1.1

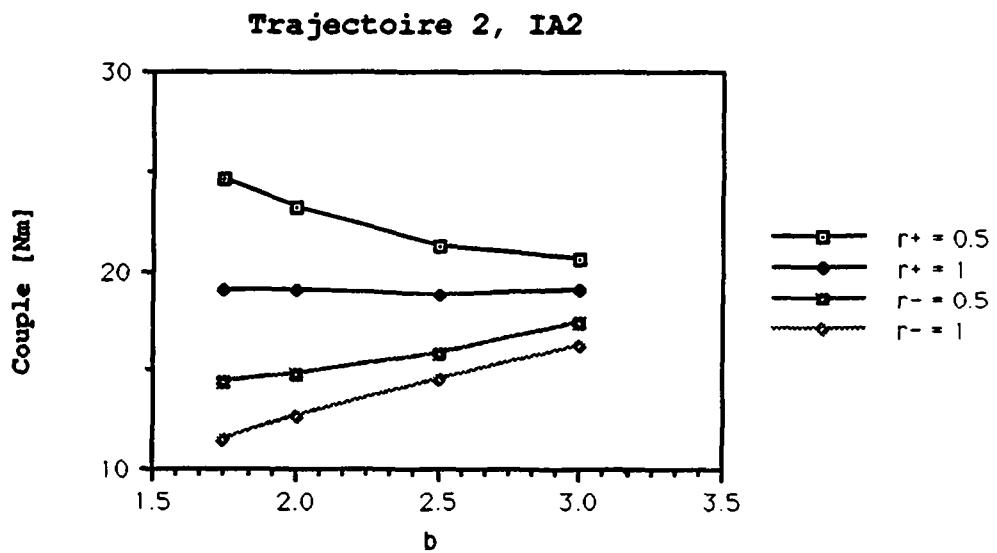
Trajectoire 1, IA2



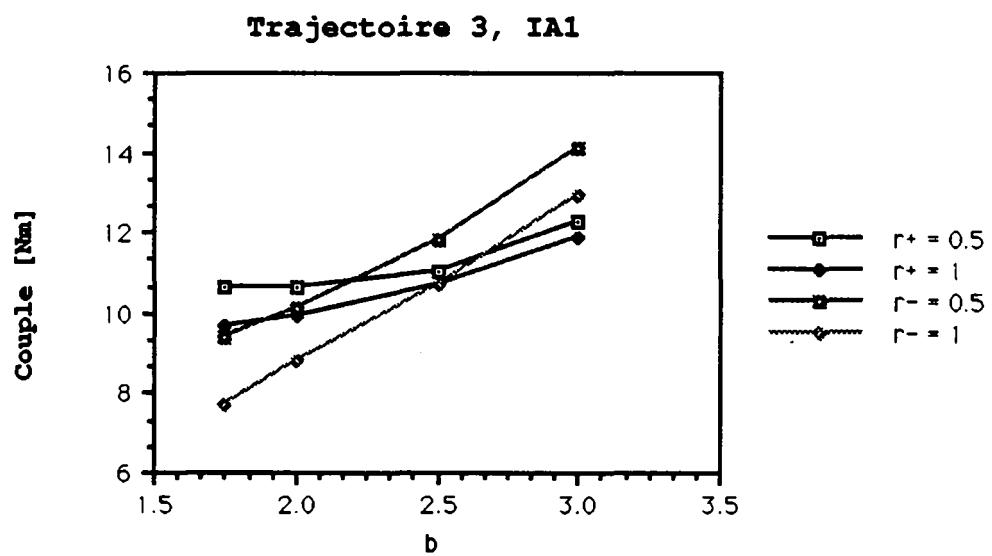
C.1.2



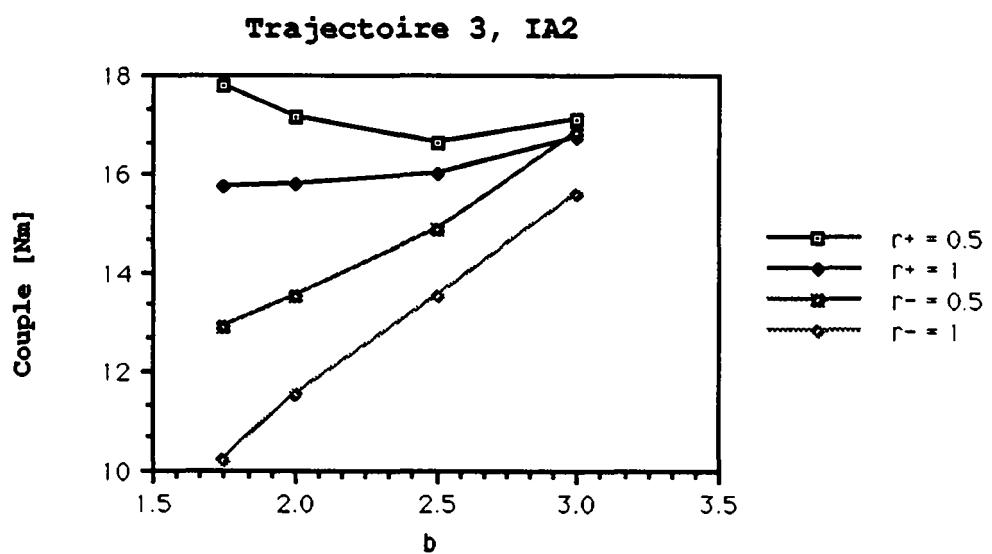
C.2.1



C.2.2

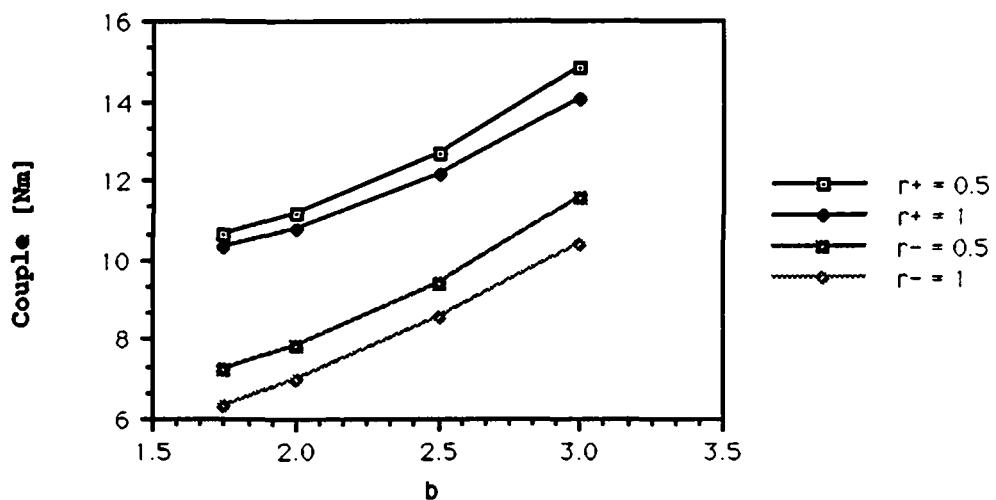


C.3.1



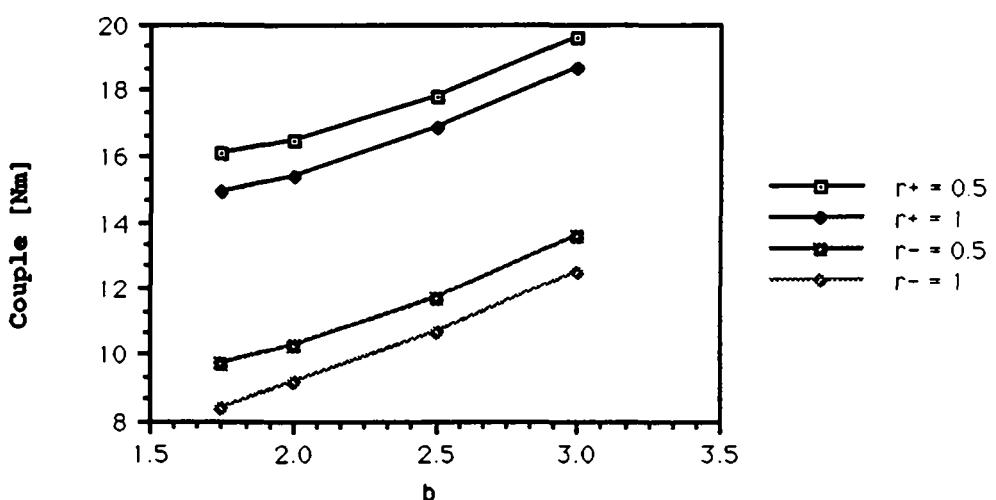
C.3.2

Trajectoire 4, IA1

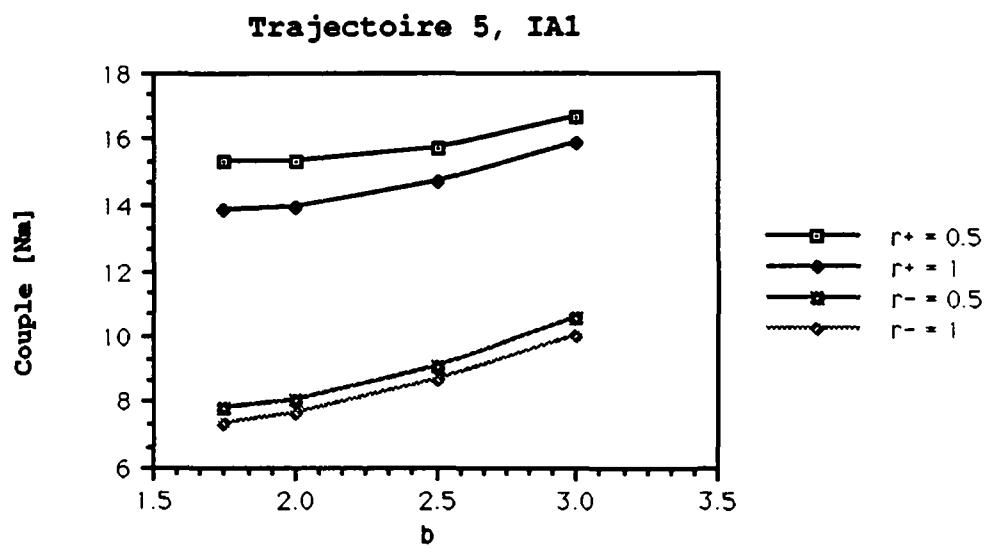


C.4.1

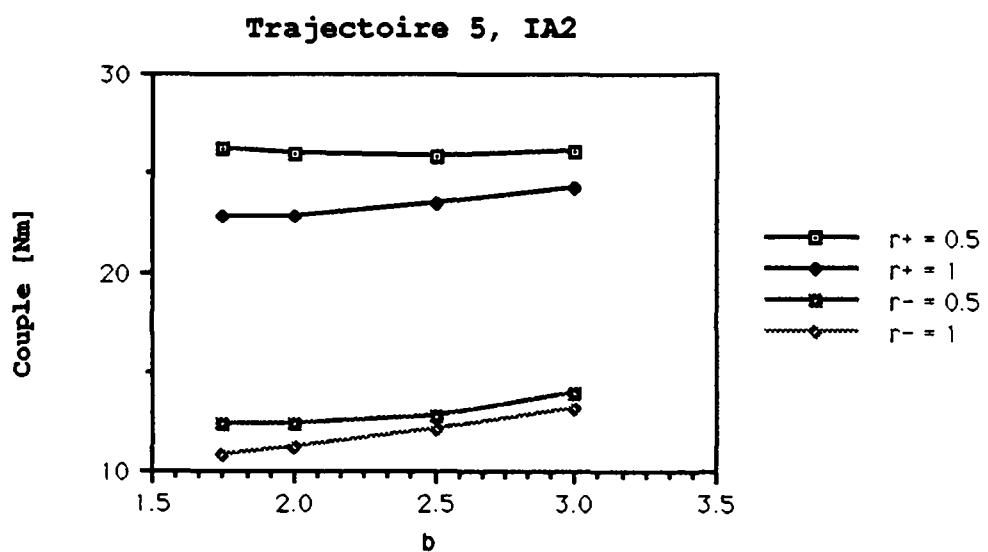
Trajectoire 4, IA2



C.4.2



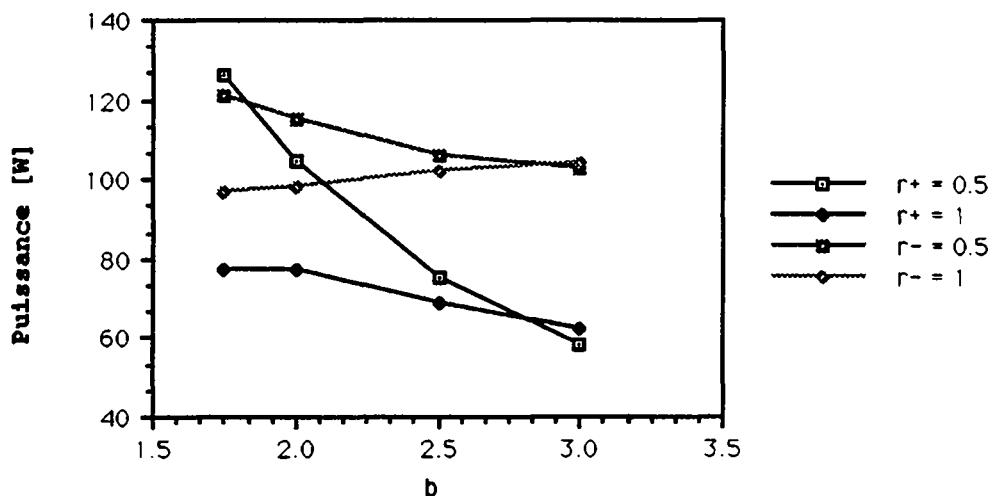
C.5.1



C.5.2

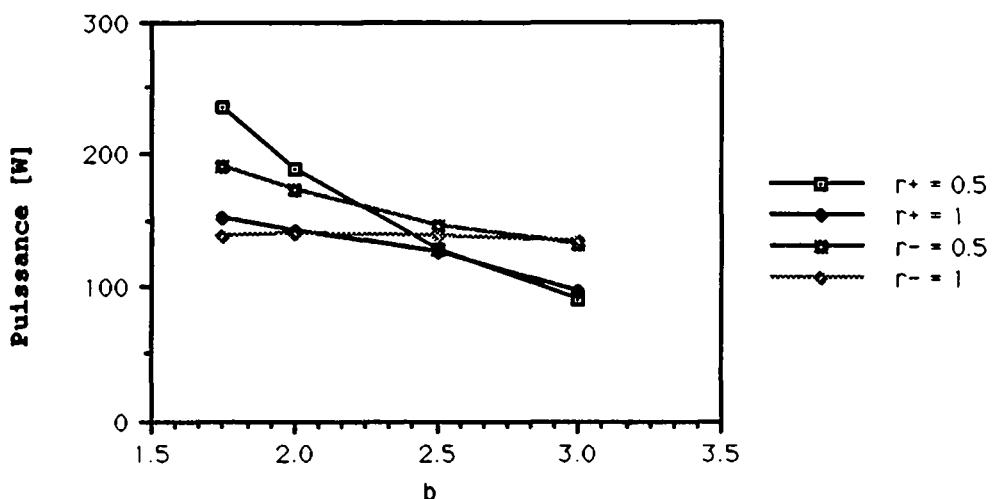
**Puissances maximums** fournies par le moteur le plus chargé en fonction des paramètres adimensionnels  $b$  et  $r$  et fonction de l'inertie moteur; ces graphes sont obtenus par simulation pour des mouvements selon les trajectoires définies à la figure 4.1.

**Trajectoire 1, IA1**

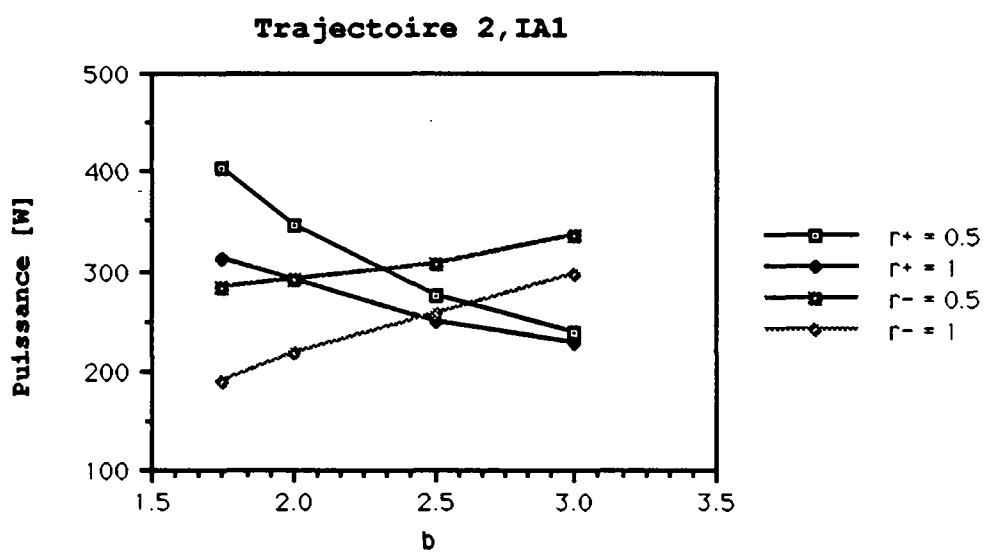


**P.1.1**

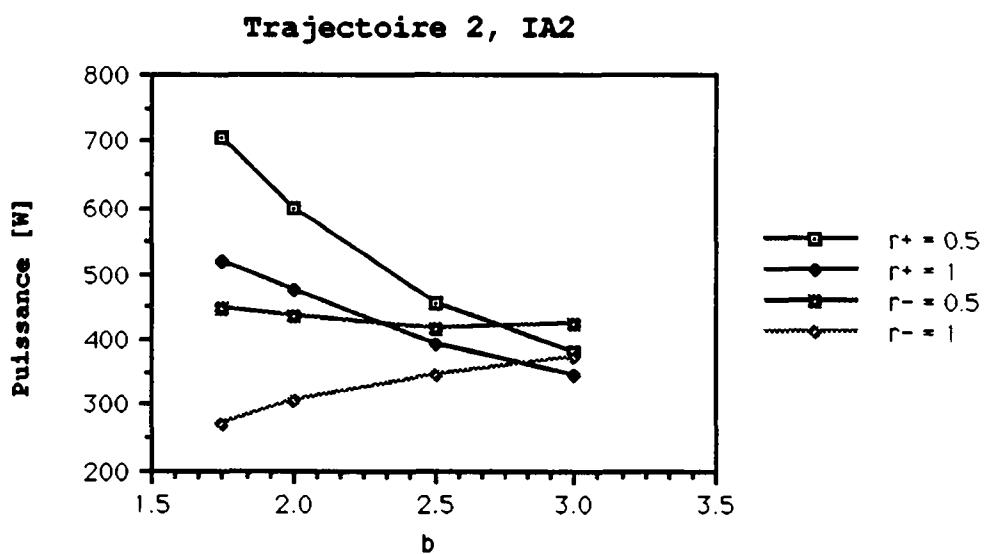
**Trajectoire 1, IA2**



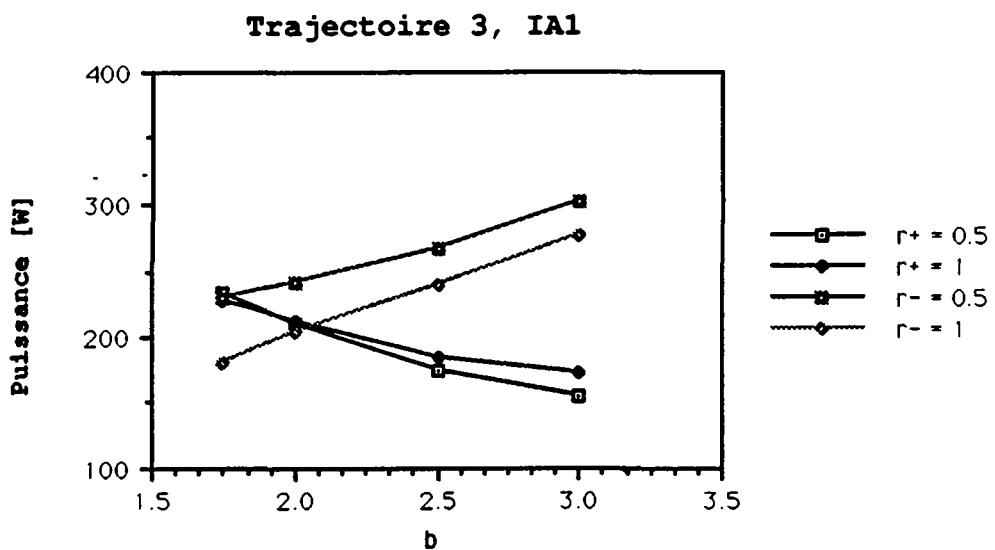
**P.1.2**



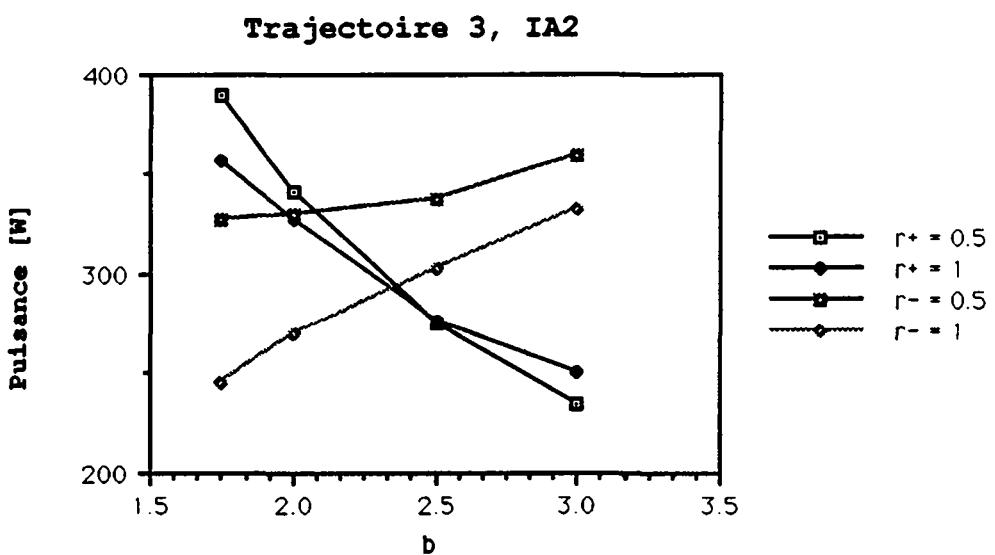
P.2.1



P.2.2

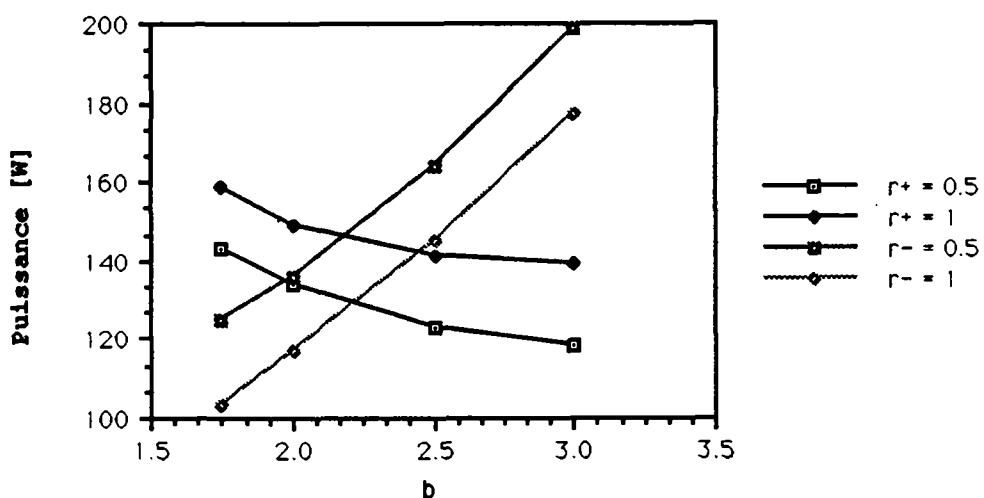


P.3.1



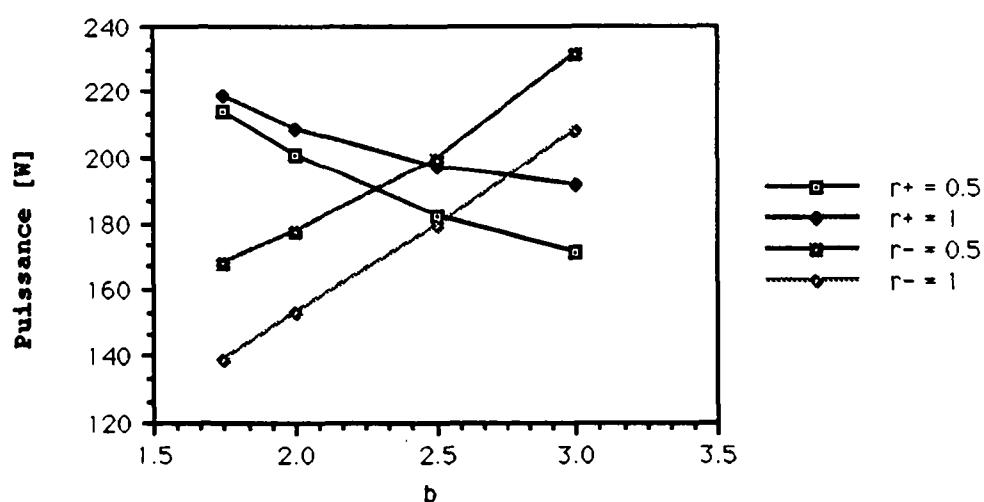
P.3.2

Trajectoire 4, IA1

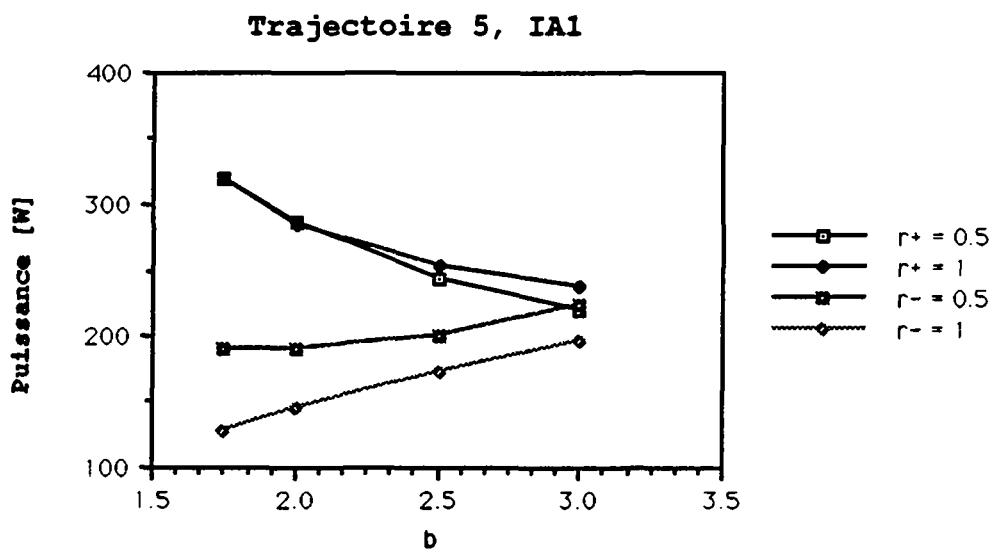


P. 4.1

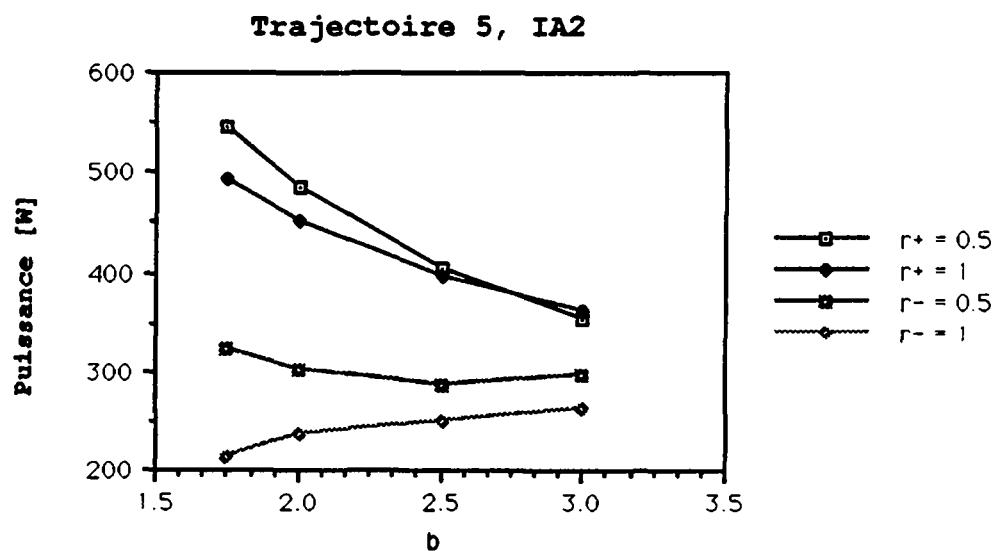
Trajectoire 4, IA2



P. 4.2



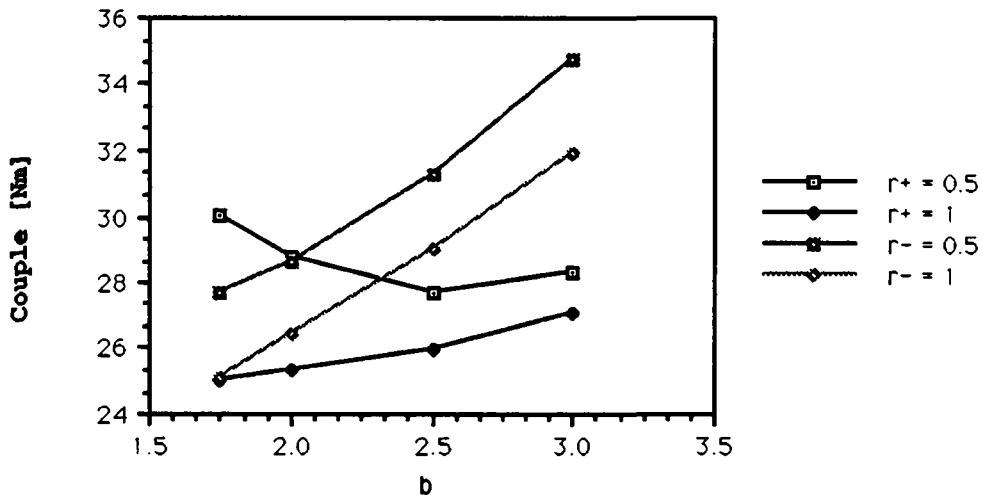
P.5.1



P.5.2

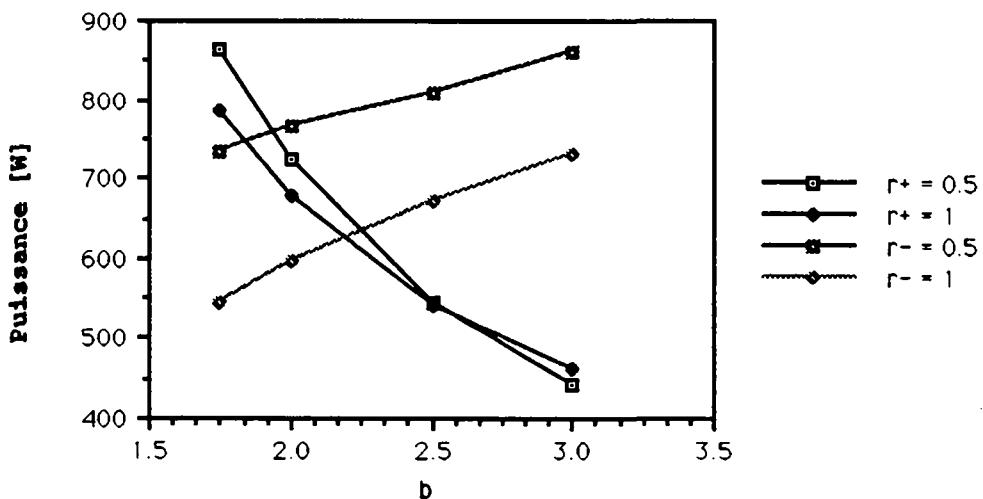
**Couples et puissances maximums** fournis par le moteur le plus chargé en fonction des paramètres  $b$  et  $r$ ; l'inertie du moteur est  $IA2=60 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$  et la nacelle a une masse de 500g au lieu de 100g.

Trajectoire 2, IA2, mN=500g



C.2.2.N

Trajectoire 2, IA2, mN=500g



P.2.2.N



## Bibliographie

- [AMIRAT 89] M-Y.Amirat, "Contribution à la modélisation et à la commande par retour d'efforts des robots parallèles", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1989
- [ASEA 85] I.Oestman, C-A Allared, U.Holmqvist, "Pendulum robot", reprint of Asea Journal 3.4.1985
- [BAUMANN 91] Th.Baumann, "Trajectoires pour le robot DELTA", projet de diplôme à l'IMT, EPFL, 1991
- [BEHI 88] F.Behi, "Kinematic analysis for a six-degree-of-freedom 3-PRPS parallel mechanism", vol.4, num.5, p.561-565, IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988
- [BENLOLO 90] J.Benlolo, "Mise en oeuvre du robot Micro-DELTA 240", rapport de stage à l'IMT, EPFL, 1990
- [BREGUET 89] J-M.Breguet, "Réglage robuste à structure variable d'un robot", projet de diplôme à l'Institut d'Automatique, EPFL, 1989
- [BURCKHARDT 88] C-W.Burckhardt, S-M.Liu, "Scaling rules in robotics and a design of a mini-robot", proceedings of international symposium on automation and robotics in production engineering, Xian, China, p.162-169, 1988
- [CLAVEL 85a] R.Clavel, "Développement d'un petit robot très rapide à 3 degrés de liberté", Point en robotique, vol.2, p.25-35, Tec & Doc Lavoisier, 1985
- [CLAVEL 85b] R.Clavel, "Dispositif pour le déplacement et le positionnement d'un élément dans l'espace", brevet suisse n° 672089 A5, priorité décembre 1985
- [CLAVEL 87a] R.Clavel, "Composants de la microtechnique", polycopié EPFL, 1987
- [CLAVEL 87b] R.Clavel, "Méthodologie de construction", polycopié EPFL, 1987

- [CLAVEL 88a] R.Clavel, "DELTA, a fast robot with parallel geometry", proc. of the 18th Int. Symposium on Industrial Robots, p.91-100, IFS Publications, 1988
- [CLAVEL 88b] R.Clavel, "Règles de conception pour faciliter le montage des composants mécaniques", comptes rendus des Journées de microtechnique, EPFL, 1988
- [CLAVEL 89a] R.Clavel, "Une nouvelle structure de manipulateur parallèle pour la robotique légère", APII, vol.23, No 6, p.501-519, AFCET, 1989
- [CLAVEL 89b] R.Clavel, "La construction d'un bras de robot industriel", polycopié "Robotique", EPFL, 1989
- [CODOUREY 91] A.Codourey, "Contribution à la commande des robots rapides: application au robot DELTA à entraînement direct", thèse de doctorat No 922, EPFL, 1991
- [DAYER 89] Ch.Dayer, "Optimisation du DELTA4", projet de diplôme à l'IMT, EPFL, 1989
- [DEMAUREX 79] M-O.Demaurex, "Approche théorique de la conception de la structure mécanique d'un robot industriel", thèse No 322, EPFL, 1979
- [DENAVIT 55] J.Denavit, R-S.Hartenberg, "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices", J. of applied Mechanics, 1955
- [DOMBRE 88] E.Dombre, W.Khalil, "Modélisation et commande des robots", Hermes, 1988
- [DWOLATZKY 88] B.Dwolatzki, G-S.Thornton, "The GEC Tetrabot - a serial-parallel topology robot: control design aspects", Proc. Control 88 International Conference, Conference Publication No 285 IEE, 1988
- [FICHTER 86] E-F.Fichter, "A Stewart platform-based manipulator: general theory and practical construction", the International Journal of Robotics Research, vol.5, No.2, p.157-182, 1986
- [FISCHER 88] J-F.Fischer, "DELTA4 dynamique", projet de diplôme à l'IMT, EPFL, 1988
- [FLORY 67] J-F.Flory, "Parallel platform linkages for shock isolation systems", brevet USA 68, priorité juin 1967

- [GIORDANO 87] M.Giordano, "Méthodes d'obtention d'un modèle dynamique de robots en chaîne complexe", APII, vol.21, No 2, p.151-173, 1987
- [GOUGH 62] V-E.Gough, S-G.Whitehall, "Universal tyre test machine", Proc.9th Intern. Automobile Technical Congress, p.117-137, FISITA, IMechE (London), 1962
- [GRUBER 88] Chr.Gruber, "Mécanique générale", Presses polytechniques romandes, 1988
- [HUNT 83] K-H.Hunt, "Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms", Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Transactions of the ASME, vol 105, p.705 à 712, 1983
- [INOUE 83] H.Inoue, K.Yoshida, Y.Kida, "Positioning mechanism", brevet européen 1984; priorité juin 1983
- [KAUFMANN 90] E.J.Kaufmann, "Roboter werden dynamischer und genauer", AKIM AG Antriebstechnik, Lachen, 1990
- [KEMPTER 90] S.Kempter, "DELTA 3 à géométrie non périodique", projet de diplôme à l'IMT, EPFL, 1990
- [KIMURA 83] M.Kimura, "Bras extensible et rétractable", demande de brevet d'invention à l'Institut national de la propriété industrielle, Paris 1984; priorité août 1983
- [KRUEGER 85] H.Krueger-Beuster, "Gelenkelement für Manipulatoren", demande de brevet d'invention au deutsches Patentamt, Munich, avril 1985
- [KUMAR 81] A.Kumar, K-J.Waldron, "Numerical plotting of surfaces of positioning accuracy of manipulators", Mechanism and Machine Theory, vol.16, No 4, p.361-368, Pergamon Press, 1981
- [KWASNY 87] N.Kwasny, "structure triangulée animée: 24 degrés de liberté, 24 t de charge utile", No 37, p.27-30, Bureaux d'études Automatisme, CEPIT Paris 87
- [LAMBERT 83] M.Lambert, "Mécanisme polyarticulé rétractile", demande de brevet d'invention à l'Institut national de la propriété industrielle, Paris, mars 1983

- [LANDE 78] M-A.Lande, R.David, "Articulation pour bras de manipulateur", demande de brevet européen 1979; priorité septembre 1978
- [LIU 90] S-M.Liu, "Etude et conception de petits robots industriels: réalisation du robot miniature "Colibri""", thèse de doctorat No 888, EPFL, 1990
- [MAYR 89] Chr.Mayr, "Präzisions-Getriebe für die Automation", die Bibliothek des Technik 32, Verlag moderne Industrie, 1989
- [PAUL 81] R-P.Paul, "Robot manipulators: mathematics, programming and control", MIT Press, 1981
- [PIERROT 90] F.Pierrot, Cl.Reynaud, A.Fournier, "DELTA: a simple and efficient parallel robot", Robotica volume 8, p.105-109, Cambridge University Press, 1990
- [POLLARD 38] W-L-V.Pollard, "Position controlling apparatus", brevet USA 1942; priorité avril 1938
- [REBOULET 88] Cl.Reboulet, "Modélisation des robots parallèles", Techniques de la robotique, architectures et commande, p.257-284, Hermès, 1988
- [REY 90] L.Rey, "Conception et construction d'un Micro-DELTA 230 adapté pour le montage SMT", projet de semestre à l'IMT, EPFL, 1990
- [ROORYCK 81] G.Rooryck, "Robotique et dynamique industrielle", Hermès, 1981
- [SHUM 81] L-Y.Shum, "Multi-arm robot", brevet USA 1983; priorité mai 1981
- [SIMUNOVIC 84] S-N.Simunovic, "Robotic manipulator", brevet USA 86, priorité juin 84
- [STERNHEIM 87] F.Sternheim, "Computation of the direct and inverse geometric models of the DELTA4 parallel robot", Robotersysteme, vol.3, p.199-203, Springer, 1987
- [STERNHEIM 88] F.Sternheim, "Tridimensional computer simulation of a parallel robot. Results for the DELTA4 machine", proc. of the 18th Int. Symposium on Industrial Robots, p.333-340, IFS Publications, 1988

- [STERNHEIM 90] F.Sternheim, "Modélisation en quatre dimensions d'une installation de production", thèse No 869, EPFL, 1990
- [STEWART 65] D.Stewart, "A platform with six degree of freedom", Proc. Instn. Mech. Engrs, vol.180, pt.1, N0.15, p.371-378, 1965-66
- [TRZECIAK 90] T.Trzeciak, "Linear DELTA", rapport de stage à l'IMT, EPFL 1990
- [VDI 2222 77] VDI Richtlinien, "Konzipieren technischer Produkte", VDI 2222 Blatt 1, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1977
- [VDI 2222 82] VDI Richtlinien, "Erstellung und Anwendung von Konstruktionskatalogen", VDI 2222 Blatt 2, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1982



## Curriculum vitae.

### Renseignements généraux.

Nom: Clavel  
Prénom: Reymond Bernard  
Né le: 23 juin 1950  
Origine: Oulens-sous-Echallens

### Formation.

mars 1966 Certificat d'études secondaires  
Section scientifique  
Collège secondaire d'Echallens  
juillet 1968 Certificat de maturité, type C  
Gymnase cantonal de la Cité, Lausanne  
janvier 1973 Diplôme d'ingénieur mécanicien EPFL  
Ecole polytechnique fédérale de Lausanne

### Activités professionnelles.

1973 - 1981 Ingénieur de développement dans l'entreprise  
HERMES PRECISA INTERNATIONAL SA à Yverdon  
Principaux développements: machines à écrire  
à boule, à marguerite  
1981 - 1987 Professeur assistant à l'Ecole polytechnique  
fédérale de Lausanne (EPFL)  
Institut de microtechnique (IMT)  
Enseignement et recherche dans les domaines:  
conception et construction en microtechnique,  
robotique  
dès 1987 Professeur extraordinaire à l'EPFL  
octobre 1989 Lauréat du JIRA AWARD  
(Japan Industrial Robot Association)

