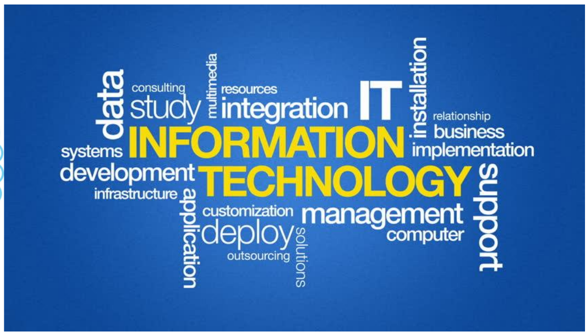
بسم الله الرحمن الرحیم



دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مبانی فناوری اطلاعات – تمرین دوم

سید مهدی رضوی

استاد : آقای دکتر منصوری

آبان ماه ۱۴۰۲

فهرست مطالب

۱ تمرین اول

$$E[g(x)] = \sum_i x_i g(x_i)$$

$$E[g(x)] = pa * g(a) + pb * g(b) + pc * g(c)$$

$$E[g(x)] = 0 * 0.4 + 0.7 * 1 + 0.5 * 0 = 0.7$$

۲ تمرین دوم

$$H(X,Y) = -\sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y) \log p(x,y)$$

$$H(X,Y) = -\sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y) \log p(y|x)p(x)$$

$$H(X,Y) = -\sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y) \log p(x) - \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y) \log p(y|x)$$

$$H(X,Y) = -\sum_{x\in X} p(x) \log p(x) - \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y) \log p(y|x)$$

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y|X)$$

۳ تمرین سوم

همانطور که از تمرین قبل می‌دانیم با استفاده از رابطه زیر به محاسبه آنتروپی می‌پردازیم :

$$H(X) = -\sum_i p(x_i)\log p(x_i)$$

در این سوال احتمال انتخاب مقدار برای هر پیکسل برابر

$$\frac{1}{255}$$

خواهد بود.

و تعداد مقادیر مختلف pixel برابر با ۲۵۶ است ، پس آنتروپی برابر است با :

$$H(X) = -256 * \frac{1}{256} * \log\frac{1}{256} = -1 * -8 = 8bit$$

۴ تمرین چهارم

$$H(X) = -\sum_i p(x_i)\log p(x_i)$$

$$p(x) = r = \frac{1}{2}$$

$$H(X) = -(r\log r + r^2\log r^2 + r^3\log r^3 + ...)$$

$$H(X) = -\log r(r + 2r^2 + 3r^3 + ...)$$

$$H(X) = -\log r(\frac{r}{1-r^2})$$

$$H(X) = -\log\frac{1}{2}(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}})$$

$$H(X) = \frac{2}{3}$$

۵ تمرین پنجم

$$H(X) = -\sum_i p(x_i)\log p(x_i)$$

$$p(x) = r$$

$$H(X) = -(r\log r + r^2\log r^2 + r^3\log r^3 + ...)$$

$$H(X) = -\log r(r + 2r^2 + 3r^3 + ...)$$

$$H(X) = -(\frac{r}{1-r^2})\log r$$

تفاوت این تمرین با تمرین قبل در این است که ما میزان متغیر r ، که همان میزان احتمال خط آمدن سکه است را نمی‌دانیم .

۶ تمرین ششم

ما میزان اطلاعات یا همان رندوم نبودن RandomNess را برای پیشامد قرمز بودن همه‌ی K تا گوی محاسبه خواهیم کرد. بدیهی است که سایر حالات نیز به مانند همین حالت محاسبه خواهد شد.
حالت اول (با جابجایی) : احتمال بیرون آمدن یک گوی قرمز از کیسه به صورت زیر است : طبیعتا احتمال‌های بعدی به صورت نزولی هر کدام یک واحد کاهش می‌یابد.

$$p(x) = \frac{R}{R+W+B}$$

$$H_1(X) = -(\frac{R}{R+W+B}\log\frac{R}{R+W+B} + \frac{R(R-1)}{(R+W+B)^2}\log\frac{R(R-1)}{(R+W+B)^2} + ...)$$

حالت دوم (بدون جابجایی) : احتمال بیرون آمدن یک گوی قرمز از کیسه مانند سوال قبل است . اما چون بدون جابجایی این عمل صورت گرفته است ، همه احتمال های بعدی نیز مانند همین حالت است و تغییری در میزان احتمال صورت نمی‌گیرد.

$$p(x) = \frac{R}{R+W+B}$$

$$H_2(X) = -(\frac{R}{R+W+B}\log\frac{R}{R+W+B} + \frac{R^2}{(R+W+B)^2}\log\frac{R^2}{(R+W+B)^2} + ...)$$

$$H_2(X) < H_1(X)$$

در نتیجه میزان اطلاعاتی که از بیرون آوردن K گوی بدون جابجایی به دست آوریم ، کمتر است از میزان اطلاعاتی که از بیرون آوردن K ، گوی با جابجایی به دست آوریم.