

شما باید به 150 نمره پاسخ دهید تا نمره کامل بگیرید. اگر به همه 180 نمره پاسخ دهید 30 نمره امتیازی به شما تعلق خواهد گرفت.

| ردیف | سوال  |
|------|---|
| 1    | <p>سوالات کوتاه پاسخ:</p> <p>الف) مفهوم ناوردایی در ویژگی‌ها (Invariant feature) به چه معناست؟ با ذکر مثال توضیح دهید (3 امتیاز)</p> <p>ب) مسئله نفرین ابعاد (Curse of Dimensionality) را بیان کنید. (4 امتیاز)</p> <p>ج) تفاوت مجموعه ارزیابی (Validation) و آزمون (Test) چیست. (3 امتیاز)</p> <p>د) از نظر شما مهمترین ویژگی یک ماشین یادگیرنده چیست؟ چرا؟ (3 امتیاز)</p> <p>ه) شکل زیر کدام مشکل در ماشین یادگیرنده را بیان می‌کند (3 امتیاز)</p> <p>و) دو راهکار جهت استفاده از چهارچوب رگرسیون جهت مدلسازی داده‌هایی که ارتباط خطی ندارند بیان کرده و هرکدام را مختصراً توضیح دهید (6 امتیاز)</p> <p>ز) چگونه ساختار بیزی امکان اضافه کردن دانش موجود را به مدل می‌دهد؟ (3 امتیاز)</p> <p>ح) دو تفاوت عمده تخمین بیزی و تخمین مبتنی بر بیشینه‌ی درستنمایی را بیان کنید؟ (6 امتیاز)</p> <p>ط) رویکرد Expectation Maximization چه زمانی به کار گرفته می‌شود؟ (3 امتیاز)</p> <p>ی) چگونه می‌توان از رویکرد HMM جهت دسته‌بندی (classification) استفاده کرد؟ (3 امتیاز)</p> |

ک) در مورد وابستگی و استقلال دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Z$  در شبکه‌های بیزی در شکل الف و ب چه می‌توان گفت (6 امتیاز)



ل) با ذکر مثال پیچیدگی زمانی و پیچیدگی حافظه روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک را مقایسه کنید. (6 امتیاز)

م) تفاوت رویکردهای generative و discriminative را در مدل‌های یادگیرنده بیان کنید (3 امتیاز).

ن) تفاوت ماتریس Confusion و ماتریس Confidence چیست؟ (3 امتیاز)

داده‌های زیر را در یک مسئله رگرسیون خطی در نظر بگیرید.

| x | -1 | 0  | 2 |
|---|----|----|---|
| y | 1  | -1 | 1 |

با فرض توزیع نرمال برای عبارت خطا و در نظر گرفتن روش درست‌نمایی بیشینه پارامترهای رگرسیون را برای حالت‌های زیر بیابید.

الف) در رابطه رگرسیون عبارت شیب خط را در نظر بگیرید و در مدل زیر  $\beta_0$  را بیابید (15 امتیاز)

$$Y_i = \beta_0 + \epsilon_i$$

الف) در رابطه رگرسیون عبارت عرض مبدا را در صرف نظر کنید و در مدل زیر  $\beta_1$  را بیابید (15 امتیاز)

$$Y_i = \beta_1 X_i + \epsilon_i$$

در یک مسئله دسته‌بندی دو کلاسه، معمولاً تابع هزینه (loss function) زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\ell(f(x), y) = 1\{f(x) \neq y\}$$

در رابطه فوق  $f(x)$  معرف دسته‌بندی کننده دو کلاسه است و  $y \in \{0, 1\}$  نیز برچسب‌هایی است که نشان دهنده‌ی کلاس‌هاست. ( $1\{\text{cond.}\}$  تابع شاخص است که شمارنده تعداد حالاتی است شرط بیان شده به کمک  $\text{cond.}$  برقرار باشد) در این سوال تابع هزینه را نامتقارن و به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\ell_{\alpha, \beta}(f(x), y) = \alpha 1\{f(x) = 1, y = 0\} + \beta 1\{f(x) = 0, y = 1\}$$

به این ترتیب دو نوع خطای ممکن در این دسته‌بندی وزن‌های متفاوتی خواهند داشت ( $\alpha, \beta > 0$ )

الف) دسته‌بندی کننده بهینه بیز را با توجه به تعریف تابع هزینه جدید ( $\ell_{\alpha, \beta}$ ) بیابید. به عبارت دیگر تابعی بیابید که ریسک را با توجه به معلوم بودن توزیع احتمال  $P(x, y)$  کمینه کند (راهنمایی: به دنبال یافتن  $f$  در رابطه زیر هستیم). (25 امتیاز)

$$\arg \min_f \mathbb{E} \ell_{\alpha, \beta}(f(x), y)$$

ب) فرض کنید که ریسک را به صورت زیر تعریف کرده باشیم.

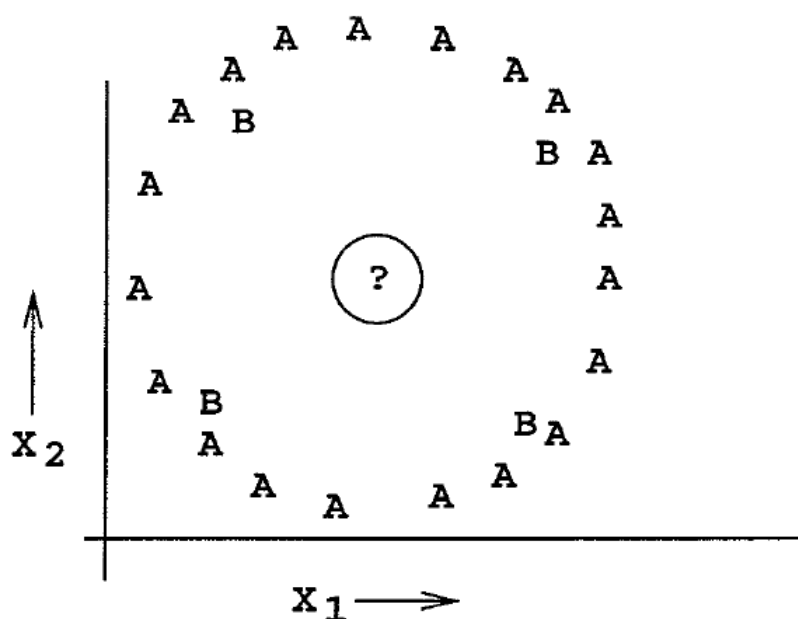
$$R = P(f(x) = 1|y = 0) + P(f(x) = 0|y = 1)$$

ریسک معرفی شده به کمک رابطه فوق را شرح دهید و نشان دهید که می‌توان مقادیر  $\alpha, \beta$  را به گونه‌ای انتخاب کرد تابع هزینه  $\ell_{\alpha, \beta}$  با عبارت فوق برابر شود. (15 امتیاز)

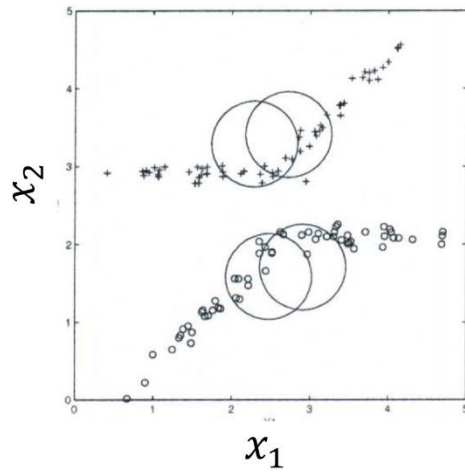
مجموعه داده‌های زیر را در نظر بگیرید (+ کلاس اول و - کلاس دوم) اگر روش leave-one-out را جهت ارزیابی (cross validation) استفاده کنیم، خطای روش دسته بندی کننده 1-NN را با روش 3-NN مقایسه کنید. (NN به معنای نزدیک ترین همسایه) (20 امتیاز)

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| + | + | - | - |
|   | - |   | - |
| + | + | - | - |

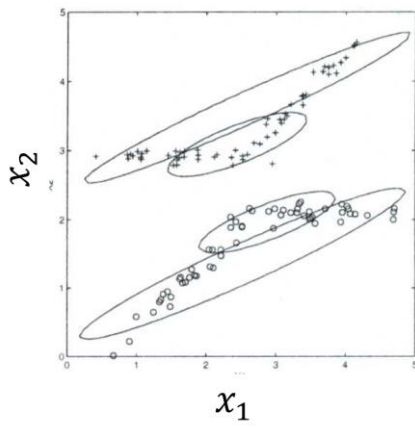
5 فرض کنید دسته‌بندی کننده بیز با توابع گوسی را بر روی داده‌های زیر آموزش داده اید. پیش بینی این دسته‌بندی کننده برای نقطه تست که به علامت سوال نشان داده شده است چیست؟ چرا؟ (20 امتیاز)



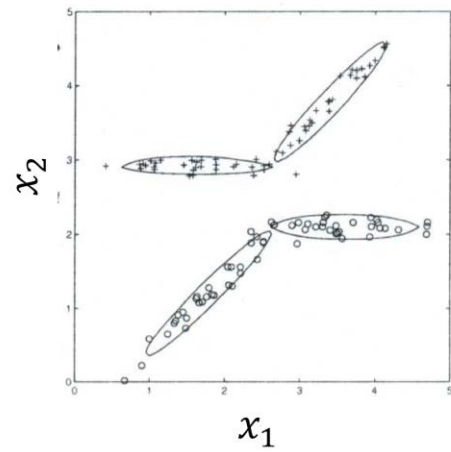
6 شکل زیر داده‌های مربوط به دو کلاس + و 0 را نشان می‌دهد. مدل Gaussian Mixture Model با دو تابع گوسی برای مدل کردن + ها و دو تابع گوسی برای مدل کردن 0 ها استفاده شده است. شرایط اولیه زیر را در نظر بگیرید.



با ذکر دلیل توضیح دهید کدام یک از موارد زیر خروجی اولین گام الگوریتم  $EM$  خواهد بود. (15 امتیاز)



الف



ب