



لطفا به نکات زیر توجه کنید.

(۱) مدت زمان امتحان ۳ ساعت است.

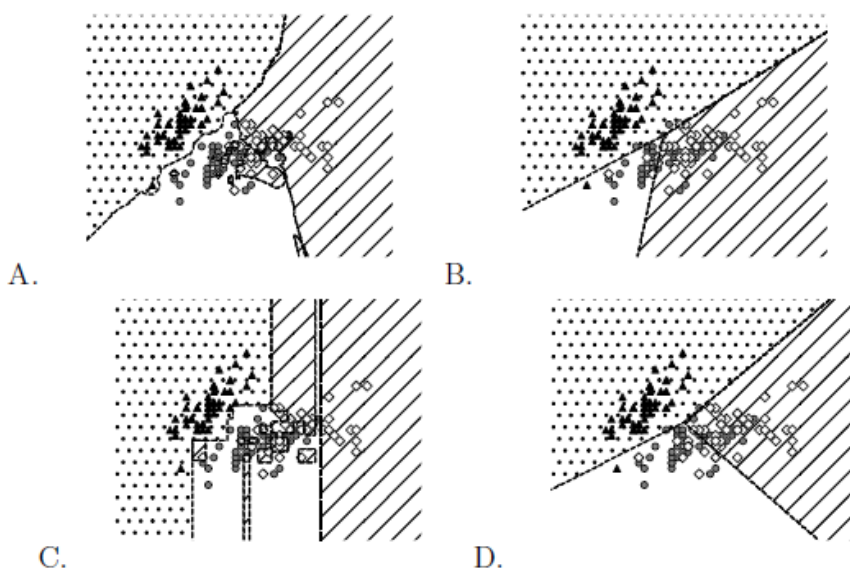
(۲) هیچ گونه مشارکتی در امتحان مجاز نیست.

(۳) بارم سوالات ۱۶۵ نمره است. برای گرفتن نمره کامل باید به ۱۴۰ نمره پاسخ دهید. با پاسخ دادن به سوالات بیشتر ۲۵ نمره اضافی می‌توانید دریافت کنید.

ردیف سوال

۱ تفاوت روش EM و MLE چیست؟ با ذکر مثال کاربردهای هر کدام را مشخص کنید.
(۱۵)

۲ کدام یک از مرزهای تصمیم زیر می‌تواند توسط طبقه بند KNN ایجاد شده باشد؟ توضیح دهید.
(۱۰)



۳ متغیر تصادفی برنولی X با پارامتر p را در نظر بگیرید $P(X=1) = p$. فرض کنید برای X مجموعه‌ای از مشاهدات بصورت $(1,1,0,1)$ داریم.
(۳۰)

الف) تابع likelihood را بر حسب p بنویسید.

ب) عبارتی برای مشتق negative log likelihood (از تابع likelihood لگاریتم بگیرید و در منفی ضرب کنید) بدست آورید.

پ) با توجه به مشاهدات تخمین ML پارامتر p چقدر است.

۴ طبقه بند نزدیک‌ترین همسایه را در نظر بگیرید. برای داده‌های زیر خطای live-one-our cross validation را حساب کنید.
(۱۰)

	
<p>در چه صورتی طبقه‌بند KNN معنای معادل طبقه‌بند بهینه بیزی با تخمین ناپارامتری از pdf را پیدا می‌کند. این مسئله را با استفاده از روابط ریاضی توضیح دهید. با استفاده از این دید جدید از طبقه‌بند KNN چه مشکلی برای این طبقه‌بند می‌توانید بیان کنید؟ برای حل این مشکل چه راه حلی پیشنهاد می‌دهید.</p>	<p>۵ (۳۵)</p>
<p>پنجره پارزن در تخمین ناپارامتری چه خواصی باید داشته باشد؟ علت لزوم هر خاصیت را بیان کنید.</p>	<p>۶ (۲۰)</p>
<p>آیا Feature Scaling (مانند نرمالیزه کردن ویژگی‌ها) در طبقه‌بند KNN ضروری است؟ توضیح دهید.</p>	<p>۷ (۱۰)</p>
<p>دو توزیع احتمال دخواه f_1 و f_2 را در نظر بگیرید. در این سوال می‌خواهیم فرمولی برای مخلوط این دو توزیع (mixture) بدست آوریم. به بیان دقیق‌تر فرض کنید</p> $f_{\lambda}(x) = \lambda f_1(x) + (1 - \lambda) f_2(x)$ <p>که در آن f_1 و f_2 توابع چگالی احتمال دلخواه هستند و λ پارامتری نامعلوم (mixture parameter) است.</p> <p>الف) با فرض داشتن یک مشاهده x و معلوم بودن پارامتر λ احتمال اینکه مشاهده x از توزیع f_1 آمده باشد را حساب کنید. (۱۰)</p> <p>ب) فرض کنید اکنون مجموعه‌ای از مشاهدات به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ و به ازای هر مشاهده یک مقدار c_i داریم. مشاهدات بصورت $i.i.d$ از توزیع مخلوط بدست آمده اند. اگر مقدار c_i برابر ۱ باشد یعنی مشاهده x_i از توزیع f_1 آمده است و اگر مقدار c_i برابر ۰ باشد یعنی مشاهده x_i از توزیع f_2 آمده است. با فرض مشخص بودن λ عبارتی برای مقدار log-likelihood مشاهدات یعنی $\log P(x_1, c_1, \dots, x_n, c_n \lambda)$ بدست آورید. (۱۰)</p> <p>پ) حال فرض کنید که دیگر مشاهدات c_i را نداریم. به عبارت دیگر نمی‌دانیم هر مشاهده x_i از کدام توزیع آمده است. با استفاده روابطی که در قسمت های قبل بدست آورده اید، E-Step و M-Step در الگوریتم EM را برای تخمین پارامتر λ بدست آورید. (۱۵)</p>	<p>۸ (۳۵)</p>
<p>اگر دانشی مردراند سخن / تو بشو که دانش نکر دو کهن</p>	