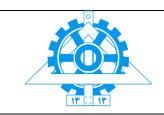


امتحان میانترم درس یادگیری ماشین دانشکده برق و کامپیوتر نهم آذرماه ۱۴۰۲



مدت زمان در نظر گرفته شده برای امتحان ۳ ساعت است.

آوردن برگه فرمول و ماشین حساب در جلسه مجاز نیست.

موفق باشيد.

\mathbf{c} مسئله طبقهبندی بهینه بیزی را برای حالت کمینه کردن ریسک در حالت کلی که \mathbf{n} ویژگی و \mathbf{c} کلاس داریم، در نظر بگیرید. λ_{ij} که عددی بین صفر و یک است ضریب ریسک حالتی است که کلاس حقیقی \mathbf{c} و تصمیم طبقه بند کلاس \mathbf{c} باشد. (الف) رابطه بسته تصمیم بهینه بیزی را در این حالت به دست آورید. مراحل اثبات را بنویسید. (\mathbf{c} () نشان دهید در حالت خاص که \mathbf{c} $$
کلاس حقیقی i و تصمیم طبقه بند کلاس j باشد. (الف) رابطه بسته تصمیم بهینه بیزی را در این حالت به دست آورید. مراحل اثبات را بنویسید. ((ب) نشان دهید در حالت خاص که $\lambda_{ij} = \begin{cases} 0 & , & i = j \\ 1 & , & i \neq j \end{cases}$ باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. ((الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ e سوال سه e فرض کنید دادههای e بیند داده بیند داده های e بیند داده بیند داده های e بیند داده های e بیند داده بیند داده های e بیند داده های e بیند داده بیند داده های e بیند داده بیند داده بیند داده بیند بیند داده بیند بیند داده بیند بیند بیند بیند بیند بیند داده بیند بیند بیند بیند بیند بیند بیند بیند
(الف) رابطه بسته تصمیم بهینه بیزی را در این حالت به دست آورید. مراحل اثبات را بنویسید. ((ب) نشان دهید در حالت خاص که $\lambda_{ij} = \begin{cases} 0 &, & i = j \\ 1 &, & i \neq j \end{cases}$ باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا?
(ب) نشان دهید در حالت خاص که $\lambda_{ij} = \begin{cases} 0 & , & i = j \\ 1 & , & i \neq j \end{cases}$ باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ θ فرض کنید دادههای θ به صورت i.i.d. به صورت θ از این سه روش نرمالیزه کردن باشند: θ از این سه روش کنید دادههای θ از این سه صورت θ از این سه روش کنید داده های θ از این سه صورت θ از این باشند:
$\lambda_{ij} = \begin{cases} 0 &, i = j \\ 1 &, i \neq j \end{cases}$ باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا? و چرا؟ سوال سه فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_$
باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. سوال دو ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ و چرا؟ موال سه فرض کنید دادههای $\{x_1,, x_n\}$ به صورت $\{x_1,$
باشد، حداقل کردن ریسک هم ارز با حداقل کردن احتمال خطا می شود این امر را هم در تابع هزینه و هم در روابط نهایی حالت بهینه نشان دهید. سوال دو ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ و چرا؟ موال سه فرض کنید دادههای $\{x_1,, x_n\}$ به صورت $\{x_1,$
سوال دو ماتریس کانفیوژن را در سه حالت سطری ستونی و کلی نرمالیزه کنید. (الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ سوال سه فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$
(الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره)
(الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره)
(الف) راجع به معنی اعداد پس از نرمالیزه کردن در هر یک از این سه حالت توضیح دهید. (ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره)
(ب) به علاوه توضیح دهید که معمولاً از کدام یک از این سه روش نرمالیزه کردن استفاده می کنید و چرا؟ $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت فرض کنید دادههای $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره) $\{x_1, \dots, x_n\}$ به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ نمره)
و چرا؟ (x_1,\dots,x_n) به صورت i.i.d. با توزیع احتمال زیر باشند: فرض کنید دادههای (x_1,\dots,x_n) به صورت (x_1,\dots,x_n) نمره) $P(x)=\frac{2x}{\theta^2}$ $0\leq x\leq \theta$
$P(x) = \frac{2x}{\theta^2}$ $0 \le x \le \theta$
U
U
ا تخمین گر بیشینه درستنمایی (Maximum Likelihood) را برای پارامتر $ heta$ بدست آورید.
سوال چهار با ایجاد دو مثال در دو حالت مختلف:
نشان دهید که طبقه بند K نزدیک ترین همسایه وقتی تعداد نمونهها در کلاسها بالانس نباشد (۱) نشان دهید که طبقه بند K
دچار نوعی بایاس در تصمیم <i>گیری می</i> شود.
(۲) وقتى راجع به بالانس بودن نمونهها صحبت مى كنيم آيا منظور آن است كه تعداد نمونهها در
كلاسها با هم برابر باشد؟ بحث كنيد.
(۳) راه حلی برای رفع این مشکل پیشنهاد دهید.
سوال پنج روشی برای تعیین window size در روش تخمین چگالی پارزن ارایه دهید. می توانید از فلوچارت
(۱۰ نمره) استفاده کنید یا الگوریتم را با مراحل شفاف بنویسید (مانند شبه کد).

سوال شش (۲۵ نمره)

روابط گام Maximization در الگوریتم Maximization در الگوریتم فرابط گام (EM) Expectation Maximization مخلوط گوسی، وقتی بردار میانگین و ماتریس کواریانس داریم را به دست آورید (به بیان دیگر نمونهها چندبعدی یا دارای چند ویژگی هستند). باید روابط بسته برای محاسبه بازگشتی را برای میانگین ها، کوواریانس ها و p_i ها بدست آورید.

رابطهی توزیع نرمال در فضای d بعدی به صورت زیر است:

$$P(x; \mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^{T} \Sigma^{-1}(x - \mu)\right)$$

راهنمایی: در محاسبات ممکن است به مشتقهای زیر نیاز باشد:

$$\frac{\partial}{\partial x} x^T A x = 2Ax$$

$$\frac{\partial}{\partial x} a^T x = \frac{\partial}{\partial x} x^T a = a$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma} \log|\Sigma| = \Sigma^{-1}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma} x^T \Sigma^{-1} x = -\Sigma^{-1} x x^T \Sigma^{-1}$$