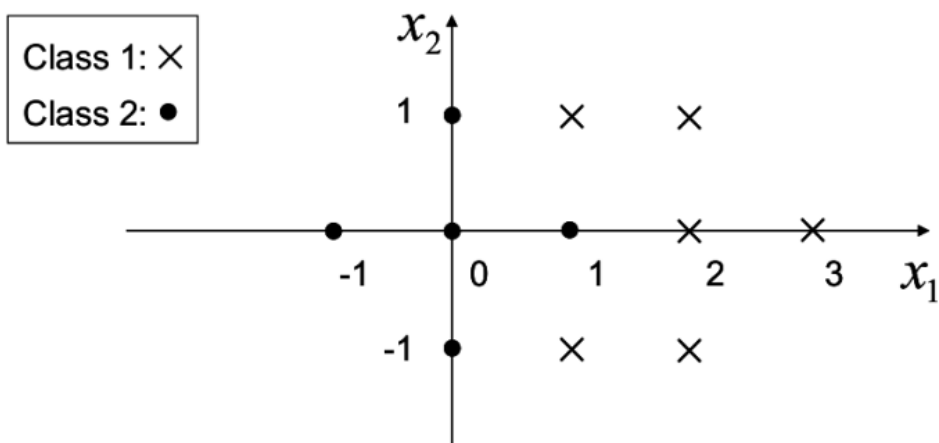


لطفا به ۱۰ سوال به اختیار خود پاسخ دهید. پاسخ دادن به همه سوالات نمره اضافی دارد.

سوال ۱

در تصویر زیر تعدادی نمونه از دو کلاس مختلف مشخص شده اند. داده ی تست $(0.5, 0)$ را با دو روش زیر طبقه بندی کنید.



۱- پنجره ی پارزن به صورت زیر:

$$\phi(u_1, u_2) = \begin{cases} 1 & ; |u_i| \geq \frac{1}{2}, i = 1, 2 \\ 0 & ; o.w. \end{cases}$$

که در آن V_N یک بار مربع با ضلع $h_N = 2$ و بار دیگر یک دایره به شعاع $r_N = 1$ است.

۲- K نزدیک ترین همسایه با $K=3$ با دو فاصله ی زیر:

(آ) فاصله‌ی اقلیدسی

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$$

(ب) فاصله‌ی City-block

$$d(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$$

سوال ۲ متغیر تصادفی x ، با توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ را در نظر بگیرید، قصد تخمین MAP را برای پارامتر میانگین داریم. توزیع پیشین میانگین را به صورت زیر در نظر بگیرید و مقدار تخمین MAP را به دست آورید.

$$f(\mu) = \frac{1}{\sigma^2_\mu} \mu \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2_\mu}\right)$$

سوال ۳ طبقه بندی بهینه بیز در حالت سه کلاس و دو ویژگی را که توزیع کاشی زیر را دارند، در نظر بگیرید:

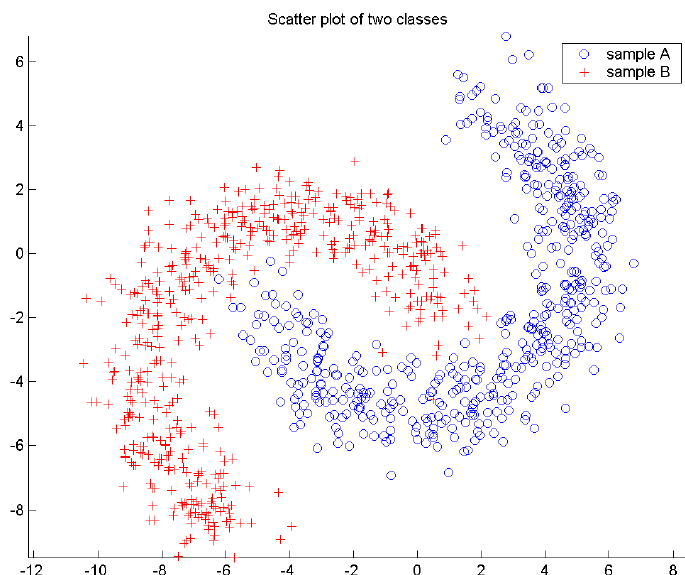
$$f(x|w_i) = \frac{1}{\pi c} \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a_i}{b}\right)^2} \Sigma_i^{-1} \left(\frac{x-a_i}{b}\right) \quad i = 1, 2, 3$$

الف) مرزهای تصمیم گیری را به دست آورید.

ب) حال یک مسئله دو کلاس و دو ویژگی را در نظر بگیرید، به این ترتیب که کلاس A از ترکیب دو کلاس اول و دوم به به دست می آید و کلاس B مشابه با کلاس دوم تعریف میشود. با در نظر گرفتن احتمال پیشین یکسان برای دو کلاس، مرز تصمیم بهینه بیز را در حالت کلی محاسبه کنید. تحت چه شرایطی مرز تصمیم گیری به صورت قطعه ای خطی خواهد بود؟

سوال ۴

توزیع دو کلاس سبز و قرمز به صورت زیر داده شده است، پیشنهاد شما جهت مدل کردن دو کلاس جهت استفاده در طبقه بندی کننده بیزی چیست؟ دلیل خود را توضیح دهید.



سوال ۵

روش EM برای توزیع پواسن را بدست آورید.

مزیت این مدل سازی چیست؟

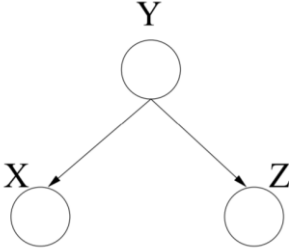
توزیع پواسن:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

نامساوی زیر می تواند به حل راحت تر مسئله کمک کند (نا مساوی Jensen).

$$\log \sum_k^K \pi_k \alpha_k \geq \sum_k^K \pi_k \log \alpha_k,$$

<p>الف) مزیت و معایب روش های کاهش بعد نسبت به انتخاب ابعاد را بیان کنید. (برای روش شدن تفاوت از مثال استفاده کنید)</p> <p>ب) نشان دهید که در روش PCA کاهش خطای بازنمایی با حداکثر کردن واریانس در PC ها معادل است.</p> <p>ج) اگر از روش SVD برای بدست آوردن PC ها استفاده کنید، واریانس PC ها را چگونه به دست می آورید؟</p>	<p>سوال ۶</p>
<p>یک مسئله طبقه بندی با C کلاس، بردار ویژگی x و بعد n را در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن خطای بهینه P_{min}^x و توزیع احتمال چگالی و توزیع پیشین $f(x w_i)$ و $p(w_i)$ موارد زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) با در نظر گرفتن تبدیل خطی $Y = Ax$، که در آن A یک ماتریس غیر سینگولار می باشد، ثابت کنید:</p> $P_{min}^x = P_{min}^y$ <p>ب) با در نظر گرفتن تبدیل خطی $Y = Ax$، که در آن،</p> $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ <p>نشان دهید که</p> $P_{min}^x \geq P_{min}^y$ <p>پ) نحوه مقایسه این دو احتمال خطا را هنگامی که ماتریس A، یک ماتریسی تمام رنک سطری می باشد را توضیح دهید.</p>	<p>سوال ۷</p>
<p>شروط همگرایی در روش پارزن را توضیح دهید و در مورد همگرایی واریانس و میانگین در این روش را نشان دهید.</p>	<p>سوال ۸</p>
<p>روش های کاهش پیچیدگی محاسباتی در روش K نزدیکترین همسایه را بیان کرده و یکی را به انتخاب خود توضیح دهید.</p>	<p>سوال ۹</p>

<p>در شبکه بییزی که نشان دهنده ارتباط با علت مشترک است رابطه زیر را نشان دهید.</p> $P(Z X,Y) = P(Z Y)$ 	سوال ۱۰
<p>به کمک ساختار HMM مدلی برای طبقه‌بندی ارائه دهید.</p>	سوال ۱۱

آگاه باشید که صبحگاهان رهروان شب ستایش می‌شوند.

امام علی (ع)

موفق و سربلند باشید.