Unit 2

옵션과 옵션pricing

8주차, 파생상품

옵션



콜옵션

■ 기초자산을 정해진 가격에 살 수 있는 권리

풋옵션

■ 기초자산을 정해진 가격에 팔 수 있는 권리

옵션



경로의존성에 따라

European 옵션

■ 만기시점에만 행사 가능

American 옵션

- 만기시점 및 그 이전에도 행사 가능
- ▶ 경로의존적

옵션



행사가격 = K

■ 기초자산이 교환되는 가격

만기 = T

■ 기초자산이 교환되는 날짜

현재시점 = t

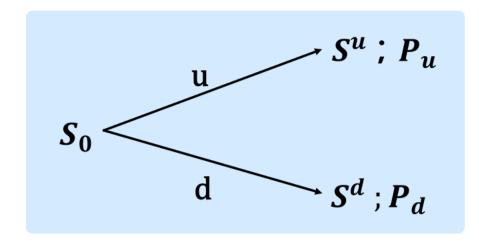
🚺 세 가지 접근방식

Option pricing formula

- Replicating portfolio approach
- Equivalent martingale measure (EMM) approach
 - ➤ Martingale theory를 응용
- State-Price approach (Arrow-Debreu)
 - ➤ 실제 Practice가 거의 불가능

Replicating portfolio approach

Binomial Tree



- 기간: 0,1 한 기간(1년)
- States: update (u), downstate (d)
- Probabilities : P_u , P_d
- Payoffs: S^u , S^d

Replicating portfolio approach

Binomial Tree

시장의 완비성

시장이 완벽하기 위해 state가 두 개면 자산은 3개 필요

state = n개, 자산 = n+1개

Replicating portfolio approach

Binomial Tree

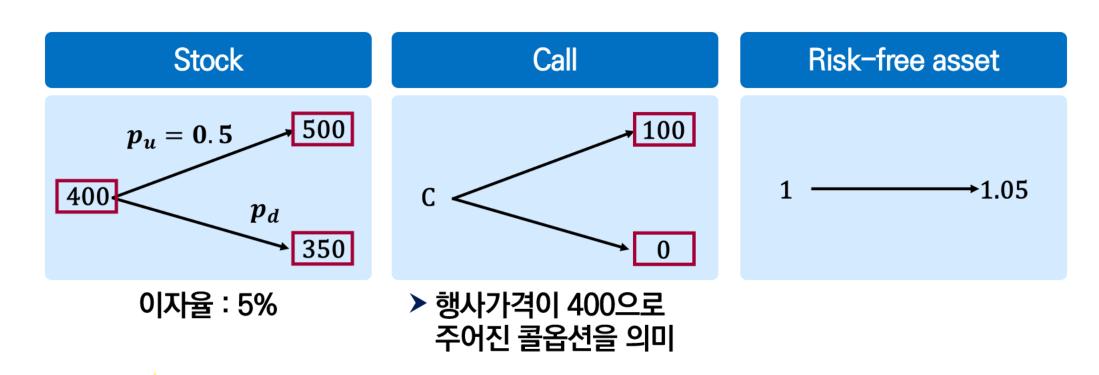
세가지 자산 도입

➤ 위험자산의 대표 주식

채권 > 무형자산의 대표

콜옵션

Replicating portfolio approach



콜옵션의 가격 'C'가 얼마인가를 구하는 것이 문제

Replicating portfolio approach





Financial security의 조합

Portfolio h = (x, y)

■ (x = 주식의 position, y = 채권의 position)

Replicating portfolio approach





채권을 판다는 것



은행에서 돈을 빌리는 것

Replicating portfolio approach

Finance에서의 초7I예산 = '0'

즉, '주식을 사기 위해서는 돈을 빌려서 사야 한다'

Perfect capital market

- 가정 1. Credit risk가 없다.
- 가정 2. Risk-free rate으로 무한정 빌릴 수 있다.
- 가정 3. 무한정의 돈을 빌려줄 수 있다.

Replicating portfolio approach

주식 position '-' = short



Replicating portfolio approach

공매도

- >> 주식을 short 한다는 것을 의미
- 주식을 빌려서 매도 후 매매대금을 취득하는것
- >> 만기 시점에 주식을 돌려줘야 하는 과정이 남음



주식이 하락할 것을 예상하고 취하는 투자 전략

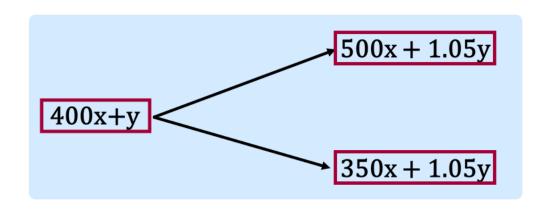
Replicating portfolio approach

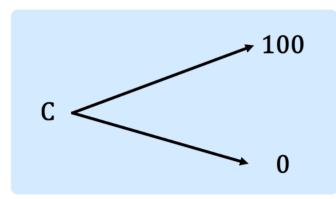
Replicating portfolio



Portfolio 주식하고 채권을 가지고 콜옵션을 복제

Replicating portfolio approach





Upstate : 500x + 1.05y = 100

Downstate : 350x + 1.05y = 0

Now: $V_0^h = 400x + y = c$



$$x = 0.6667$$

 $y = -222.2222$

$$c = 44.4444$$

콜옵션의 복제 : 주식 0.67개 long position을 취하고, 그 다음 채권 매도

Replicating portfolio approach

기초자산의 포지션 x= 0.6667의 의미

Delta =
$$\frac{\Delta$$
 파생상품가격 $\Delta S = \frac{\Delta c}{\Delta S} = \frac{100-0}{500-350} = 0.6667$



파생상품을 복제하기 위한 기초자산의 포지션

- Replicating portfolio approach
 - **줄옵션 가격이 균형이 아니라면**
 - **콜옵션** 가격이 50이라면



옵션 pricing

✓ Replicating portfolio approach
Equality를 벗어나면 arbitrage가 생김

		Strategy	#security
Buy Low	Buy portfolio	Buy Stocks Sell risk–free	0.6667 -222.2222
Sell High	Sell Call	Sell call	-1

Transaction	#security	Cash flows			
		t=0	t=1		
Buy Stocks Sell risk-free	0.6667 -222.2222	-266.6667	up:333.3333; down:233.3333		
		222.2222	up:-233.3333; down:-233.3333		
Sell Call	-1	50	up:-100; down:0		
Total		5.5556	0		

옵션 pricing

Replicating portfolio approach

Transaction	#security	Cash flows			
		t=0	t=1		
Buy Stocks Sell risk-free	0.6667 -222.2222	-266.6667	up:333.3333; down:233.3333		
		222.2222	up:-233.3333; down:-233.3333		
Sell Call	-1	50	up:-100; down:0		
Total		5.5556	0		

> arbitrage profit

옵션 pricing

☑ Replicating portfolio approach arbitrage가 계속 일어날 경우



Replicating portfolio approach



Replicating portfolio approach

주식가격은 상승하고 콜옵션 가격은 하락

50과 44 사이의 arbitrage profit이 없어지는 시점에서

새로운 균형

옵션 pricing

Replicating portfolio approach

콜옵션 가격이 30일 경우

					Strate	gy	#security
Sell High		Sell po	ortfolio		Sell Stocks Buy risk–free		-0.6667 222.2222
Buy Low		Buy	⁄ Call		Buy call		-1
Transaction	#e	ecurity	Cash flows				
	πо	County	t=0		공매도 t=1		t=1
Sell Stocks	Sell Stocks -		266.666		up:-333.3333; down:-233.3333		
Buy risk-free 2		2.2222	-222.222	22 up:233.3333; down:233.333		down:233.3333	
Buy Call	arbitrage profit		− 30		up:100; down:0		
Total			14.4444	1	0		0