Unit 1

확률 변수

5주차. 주가통계

학습 내용

- 평균, 분산, 왜도, 첨도
- joint distribution
- momentum의 특징
- Normal 분포

학습 목표

- 확률 변수의 네가지 momentum을 이해할 수 있다.

Moments of a Random Variable

Definitions

Random variable을 이해한다는 것 = 확률밀도함수를 이해하는 것

- 확률밀도함수를 통해 확률변수의 behavior를 판단

눈으로 비교 하는 것은 한계가 있음

Moments of a Random Variable

Definitions

moment

확률밀도함수 PDF 모양의 핵심정보를 파악하는 것

확률밀도함수의 네 가지 moment

» 숫자 추정치로 표현되므로 비교분석이 용이

random variable을 이해하기 위해서
네 가지 모멘트에 대한 이해가 필수적

Moments of a Random Variable

Definitions

평균

- location parameter 또는 central tendency
- 대표 숫자 또는 위치를 나타냄

분산

- dispersion degree
- 평균을 중심으로 어느 정도 퍼져 있는지를 측정
- 분산의 표준편차가 리스크 measure로 가장 많이 활용

Moments of a Random Variable

Definitions

왜도(Skewness)

- 확률밀도함수가 대칭인지 비대칭인지 파악

첨도(Kurtosis)

- 분포의 모양이 어느 정도 뾰족한 지를 측정
- 꼬리의 두께를 결정

Moments of a Random Variable

Mean

평균

- Σ random variable의 값 x 확률

$$\sum_x xf(x)$$

- 연속시간에서는 적분으로 표현

$$\int_x xf(x)\,dx$$

- 대표값 또는 central tendency

Moments of a Random Variable

Variance

random variable의 값 – 평균 = **편차**

- Deviation from mean
- **평균과의 거리정보**

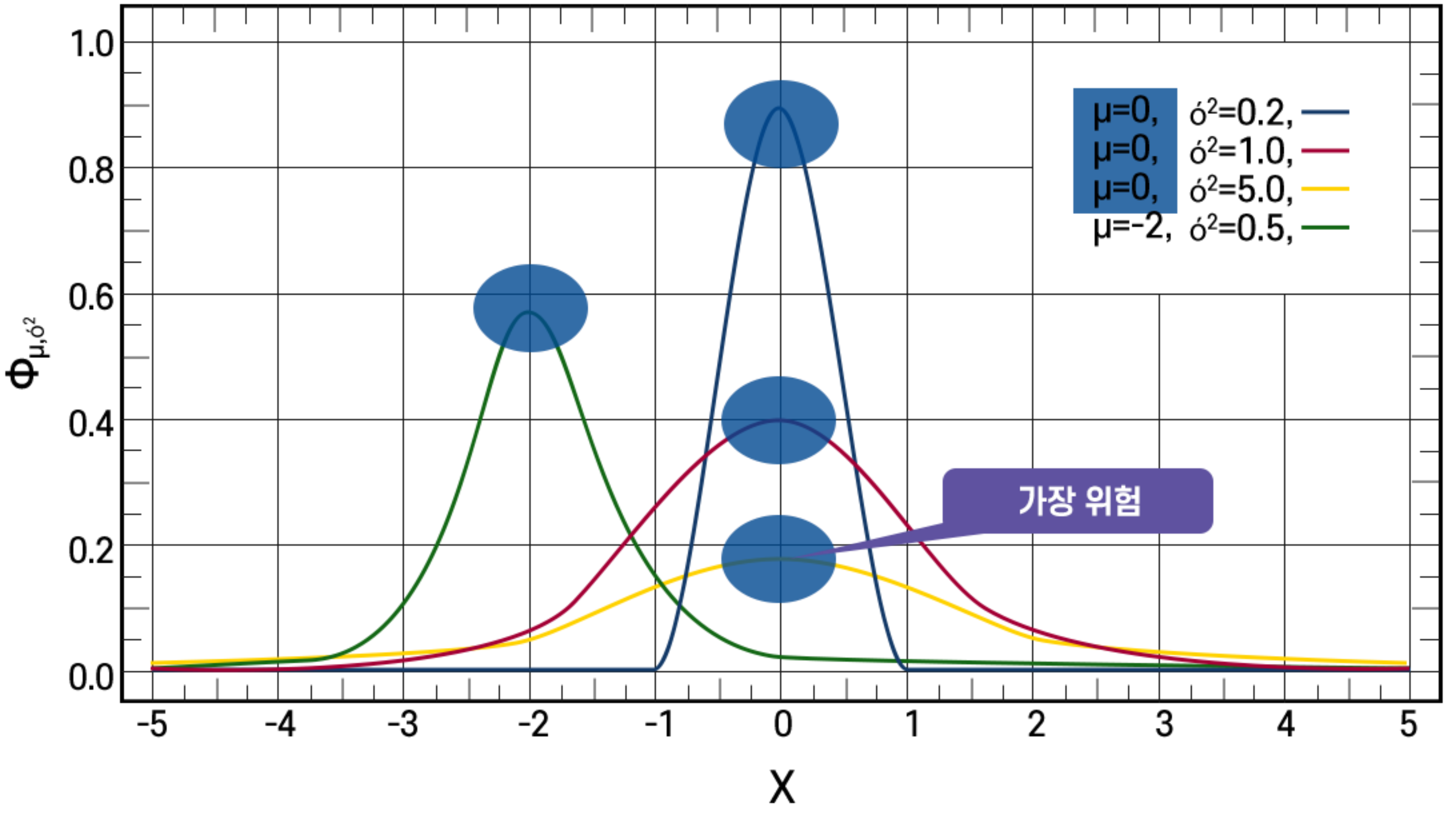
- 합할 경우 정보가 사라지므로 제곱을 해준다.

편차의 제곱의 평균 **분산**

- dispersion degree 측정
- 리스크를 확인할 때 분산의 **표준편차**를 사용

Moments of a Random Variable

Variance



평균에 따라 비교 할 수 있으며, 평균이 같을 때는 분산을 가지고 비교

Moments of a Random Variable

Skewness

왜도(skewness)

편차의 세제곱의 평균을
표준편차의 3승으로 나눠 준 것

» random variable 혹은 density의 대칭성

Moments of a Random Variable

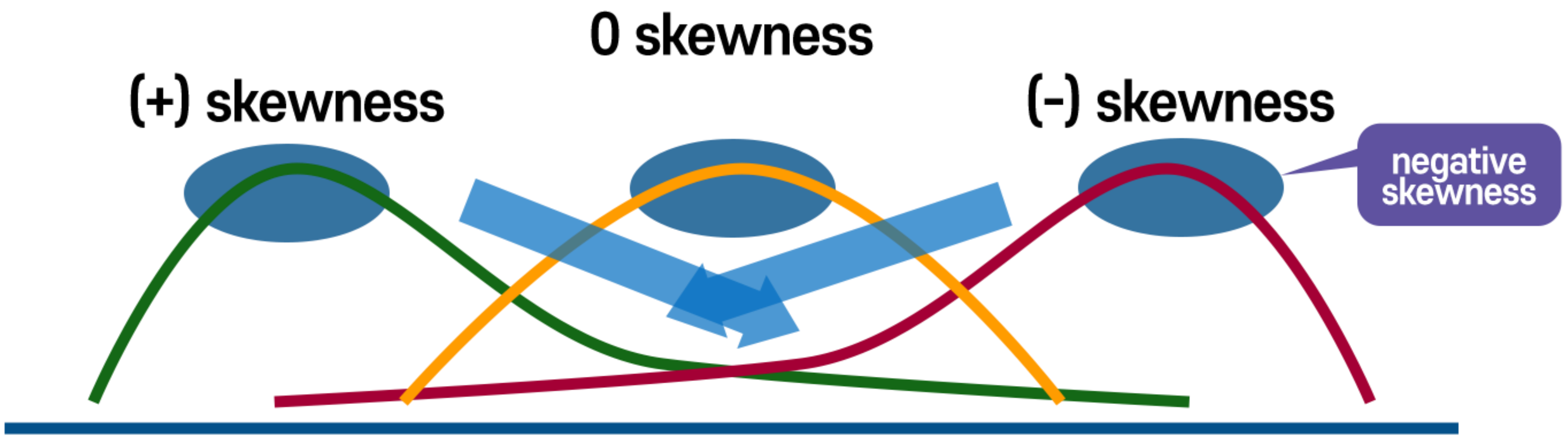
Skewness

왜도(skewness)

- **symmetric** → 0
- **negative** → 왼쪽으로 꼬리가 길어짐

Moments of a Random Variable

Skewness

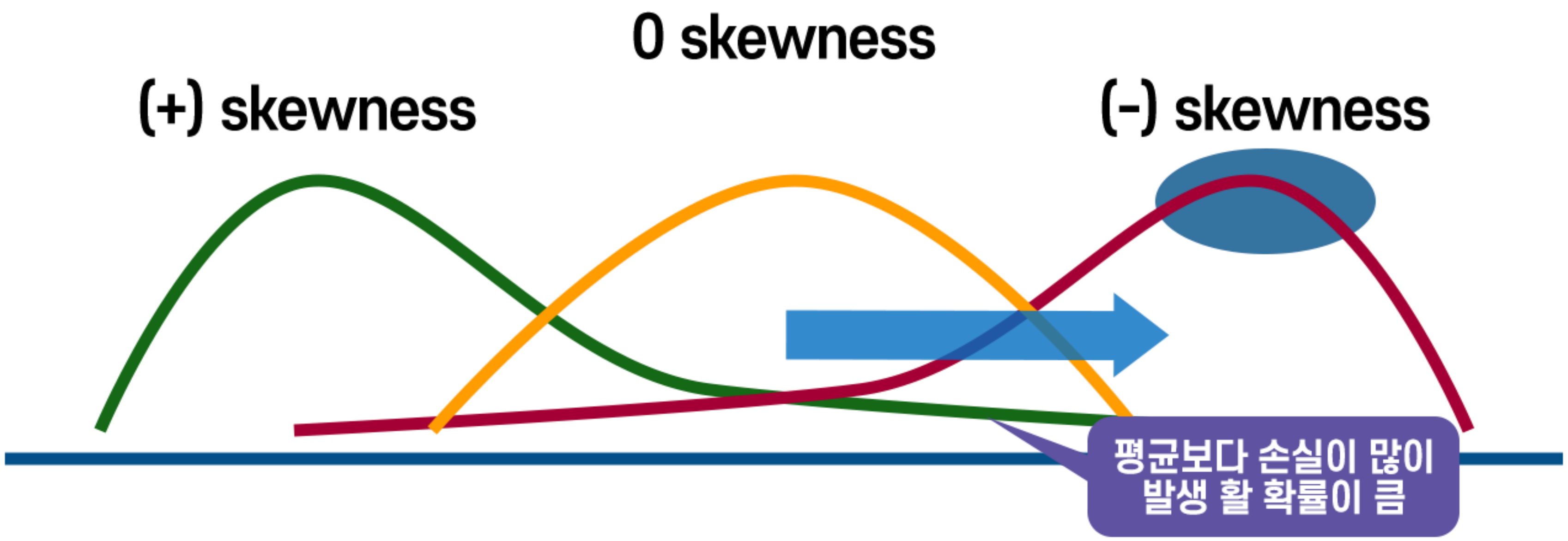


- density의 대칭성을 나타내는 파라미터

Moments of a Random Variable

Skewness

- 간접적으로 위험과 관련된 특성을 가지고 있음



- 손실 혹은 수익의 가능성에 대한 관심

skewness도 위험에 간접적인 파라미터가 될 수도 있고 실제로 활용되고 있음

Moments of a Random Variable

Kurtosis

첨도(Kurtosis)

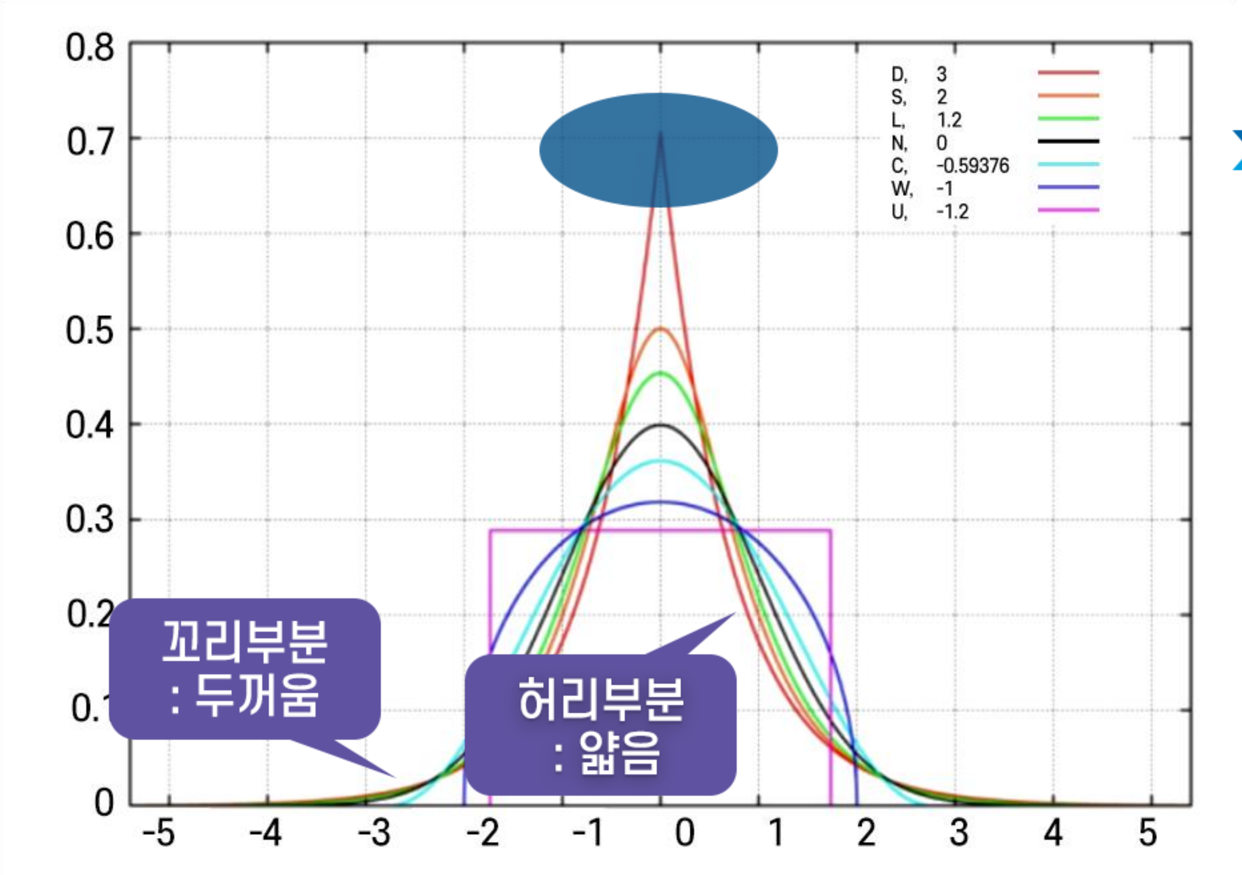
**편차의 세제곱의 평균을
표준편차의 4승으로 나눠 준 것**

- 뾰족한 정도를 나타내는 값
- 센터보다 꼬리의 두께,
  즉 평균으로부터 멀리 떨어진 값이 더 중요

- 손실 혹은 수익의 가능성에 대한 관심

Moments of a Random Variable

Kurtosis



- '첨도가 높다
  = '꼬리가 두껍다'
  - 평균으로부터 멀리 떨어진 값 (손실 혹은 이익)이 실현될 가능성이 큼을 의미

kurtosis도 간접적으로 risk measure로 활용되고 있는 파라미터

Moments of a Random Variable

Kurtosis

leptokrutic → 중간은 뾰족하고 꼬리가 두꺼울 경우

- 주가 수익률의 특징이 leptokrutic한 측면이 있음

꼬리가 평균보다 덜 두꺼운 경우 → **platykrutic**

Joint distribution

Kurtosis

평균	왜도(Skewness)
분산	첨도(Kurtosis)

Random variable을 이해하는 핵심 정보

- 즉, 확률밀도함수의 shape를 설명해주는 요약 정보
- 분산, 왜도, 첨도는 risk measure로 활용

Joint distribution

☑ Joint density

Joint density

확률변수가 2개 일 때의 density function

- 확률변수가 2개 이므로 서로 상호작용
- marginal probability density도 define
- 두 random variable이 통계적으로 독립적임을 확인

Joint distribution

Joint density

두 random variable이 통계적으로 독립적이다.

$$\left[\ f(x,y) = f_x(x)f_y(y)\ \right]$$

covariance나 correlation이 0이면 독립적이다. ✕

joint density가 marginal density의 곱으로 나타나면 독립적이다. ○

Joint distribution

Covariance

covariance

$$Cov[x, y] = E[(x - \mu x)(y - \mu y)]$$

각 평균편차 곱의 기대치

Joint distribution

☑ Covariance

독립성의 판단

- 두 확률 변수가 통계적으로 **독립적이면 공분산은 '0'**
- **단, 그 역은 성립하지 않음**

Joint distribution

Correlation

Correlation

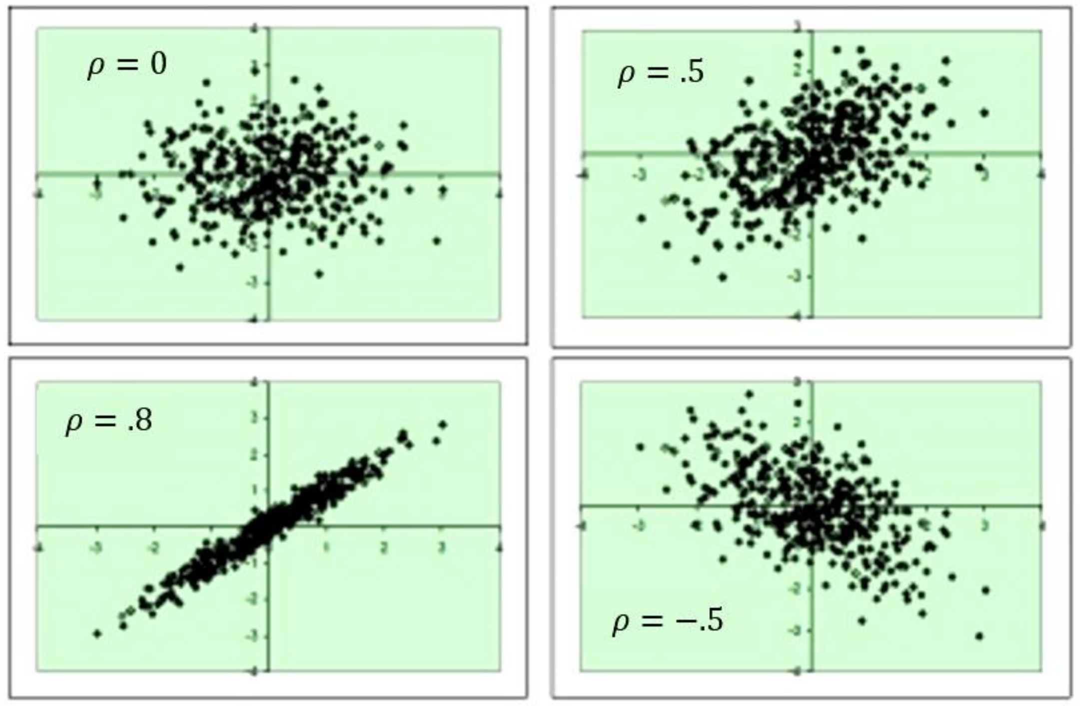
normalized covariance

$$\left[Corr[x, y] = \rho_{xy} = \frac{Cov(x, y)}{SD(x)\ SD(y)} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\ \sigma_y} \right]$$

- -1과 1사이의 값을 가짐(normalize)
- Covariance 자체는 범위가 무한대

Joint distribution

Correlation Coefficient



- 1에 가까울 수록 선형성 뚜렷
  0에 가까워지면 옅어짐
- +이면 기울기가 positive
  -이면 기울기가 마이너스

Joint distribution

Correlation Coefficient

베타

$$\frac{\text{market return의 분산}}{\text{개별 주식과 시장주식 즉, market return과 개별주식의 covariance}}$$

$$\left[\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_{MM}} = \frac{Cov(r_i, r_M)}{Var(r_M)} \right]$$

- 베타i와 시장의 분산으로 normalize 된 marke과의 covariance
- CAPM에서 risk measure

Moments

☑ Properties of Moments

Variance operator

↓

선형결합 된 random variable의
분산,평균, 공분산을 계산

☑ Normal Distribution

Normal distribution

매우 중요한 확률밀도함수이며,
가장 기초 또는 출발이 되는 분포

평균 (μ)

분산 (σ^2)

➤ 두 가지 파라미터가 Normal 분포 함수를 결정

Normal Distribution

Normal Distribution

skewness

- 왜도 : 분포의 대칭성
- Normal 분포는 종모양의 대칭분포
  즉, skewness가 0

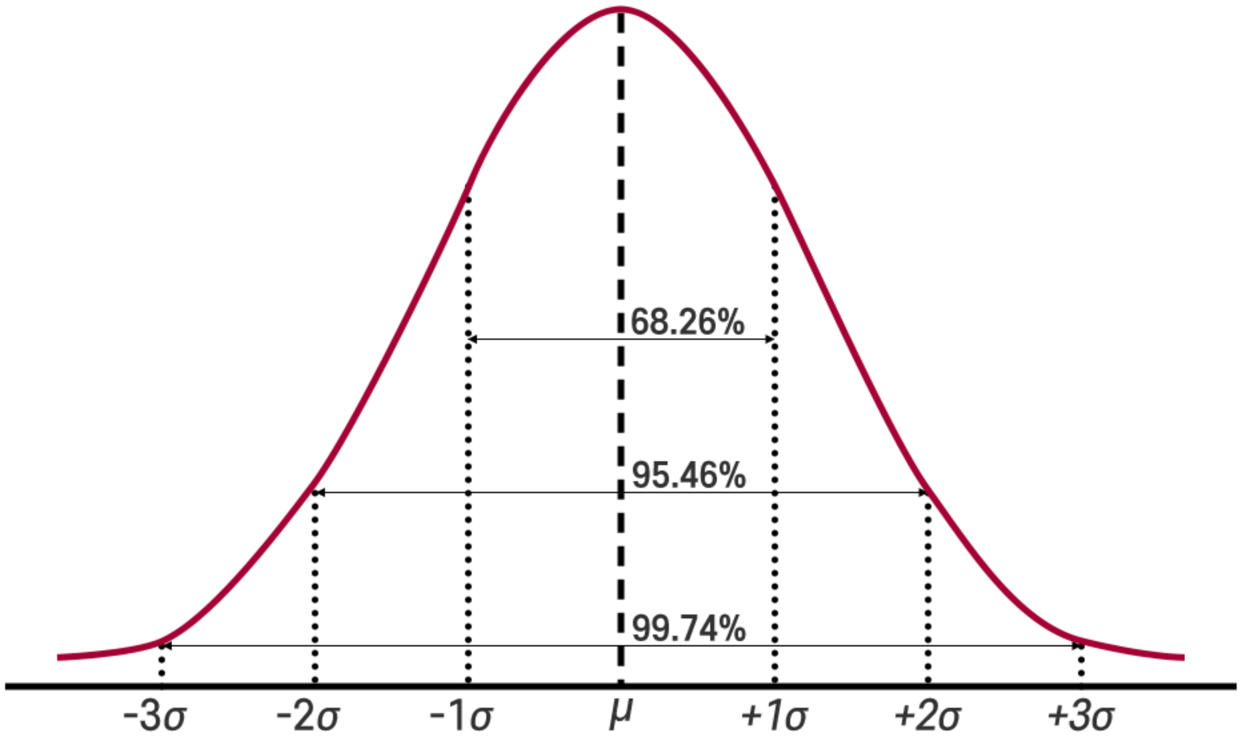
kurtosis

- Normal 분포의 kurtosis는 3

값이 명확하므로 함수형태 결정에 파라미터로 적용하지 않음

Normal Distribution

확률 정규 분포의 특성



Normal Distribution

- skewness : 0
- krutosis : 3
- ±1σ : 68%
- ±2σ : 95%
- ±3σ : 99%

정리

확률변수

- 평균
- 분산
- Skewness
- Kurtosis

Normal 분포