Unit 1

파생상품의 용어와 종류

8주차. 파생상품

학습 내용

- 파생상품의 용어
- 파생상품의 종류 : Forward, Futures

학습 목표

- 파생상품의 개념과 용어를 이해하고 설명할 수 있다.
- 파생상품의 종류 중 Forward와 Futures를 이해할 수 있다.

파생상품의 소개

파생상품이란?

파생상품 → 가격이나 payoff가 기초자산의 가격이나 payoff에 의존

- 파생상품의 가격 : 기초자산의 가격으로부터 derive 됨
  - derivatives
- 기초자산이 파생상품의 거의 모든 것을 결정

파생상품의 소개

Common Terms

기초자산(Underlying asset)

파생상품의 기초자산이 되는 자산

- 금융상품
- 금융상품 외의 다른 자산
- 거래되지 않는 자산도 가능

파생상품의 소개

Common Terms

만기(Maturity date)

또는 expiry date, expiration date

실제 **계약서상**의 **기초자산을 거래**하는 날짜

- 통상 미래의 한 시점
- 양 당사자가 합의한 날짜

파생상품의 소개

Common Terms

인도가격(Delivery price)

또는 expiry date, expiration date

만기 시점에 기초자산을 교환하고 지불하게 되는 가격

파생상품의 소개

Common Terms

내재가치(Intrinsic value)

만기가 아닌 시점에서 마치 만기 때처럼
기초자산이 교환될 때의 payoff

그 외의 가치 **시간가치(Time value)**

파생상품의 소개

Common Terms

가격도(Moneyness)

현재시점을 만기시점이라고 가정했을 때
평가되는 가격 혹은 가치

- Positive value : In the money (ITM : 내가격)
- Intrinsic value = 0 : At the money (ATM: 등가격)
- Negative value : Out of the money (OTM: 외가격)

파생상품의 종류

일반적인 종류

파생상품의 기초적인 형태

1. 선물(Futures)/선도(Forward)
2. Option
3. Swap

파생상품의 종류

거래 실행 **장소**에 따라

장내 파생

- 거래소에서 거래되는 파생 상품
- 표준화 되어 있음
- 유동성이 풍부

장외 파생

- 표준화가 되어 있지 않음
- customize 가능, 테일링 가능 → 고객의 수요에 맞춰 디자인 하기에 적합
- 유동성이 작음

파생상품의 종류

기초자산에 따른 분류

기초자산에 따라

주가 인덱스

- 최근에는 개별주식을 기초자산으로 하는 파생상품 개발
- 주식 인덱스 선물옵션, 개별주식 선물옵션 등이 거래

이자율

예 채권

- 채권관련 모든 금융상품은 이자율 기간구조가 기초자산

파생상품의 종류

기초자산에 따른 분류

기초자산에 따라

환율

- FX : foreign exchange

원자재

예 원유, 가스 등의 에너지

- 실물경제와 상관없이 유동성이 유입되면서 가격 상승

Credit risk

파생상품의 종류

경로의존성에 따른 분류

경로의존성에 따라

파생상품의 종류

경로의존성에 따른 분류

경로의존성

이론 모형을 발전시키는 과정에서 매우 중요한 가정

경로의존적 파생상품	경로독립적 파생상품
▪ 이론적 pricing이 어려움 ▪ 기초자산 가격의 확률밀도함수를 구하기 힘듦	▪ 이론적 pricing이 용이 ▪ 기초자산 가격의 확률분포를 구하기 쉬움

경로의존성은 pricing과 관련된 **이론적인 구분에 있어서 매우 중요**

파생상품의 종류

단순성에 따른 분류

단순성에 따라

(Plain) vanilla

- 단순한 파생상품

Exotic

- 복잡한 파생상품

파생상품의 종류

장소에 따른 분류

장소에 따라(option)

실질적 장소와는 상관없이
기초자산 가격의 **경로의존성 정도**와
어떤 **기초자산의 가격에 의존**하느냐에 따른 구분

파생상품의 종류

장소에 따른 분류

European 옵션

- 기초자산이 한 시점에서의 기초자산의 가격에 의존
- 만기 시점에만 행사 가능

➤ **닫힌 해의 가격공식 도출**

American 옵션

- 만기 이전에 언제든지 행사 가능
- 경로 의존적이며 만기 이전의 path가 모두 중요

➤ **이론적으로 pricing이 어려움**

파생상품의 종류

장소에 따른 분류

Asian 옵션

- 기초자산의 평균 가격이 underline asset이 되는 옵션

European 옵션

- 만기시점에서 기초자산의 가격에 의존
  - 기초자산의 manipulation 발생

" 가격 조정이나 조작이 불가능하게 평균을 기준으로 하는 방법 "

Basic Types

☑ 선물, 선도

선도 장외파생

선물 장내파생

↓

만기시점에서 기초자산을 주어진 가격으로 교환

Basic Types

선물, 선도

만기시점에
기초자산을
사고 팔자

현재시점에서 만기에 교환하기로 한 가격

선물가격(futures price)
선도가격(forward price)

단, 현금 교환 ✕

현재 시점

만기

선물/선도의 가치는 **현재시점**에서는 **'0'**이다.

출처 Jacob Haas and Christopher J. Neely, Central Bank Responses to COVID-19, Economic Synopses, No. 23, 2020

Basic Types

옵션

옵션 → 권리

유리할 때 권리를 행사해서 기초자산을 매매

선물/선도 → 의무

만기시점에서 **반드시** 양 당사자가 기초자산과
그 주어진 가격으로 **매매를 이행**

Basic Types

옵션

콜옵션

- 기초자산을 주어진 가격에 살 수 있는 권리

풋옵션

- 기초자산을 주어진 가격에 팔 수 있는 권리

만기

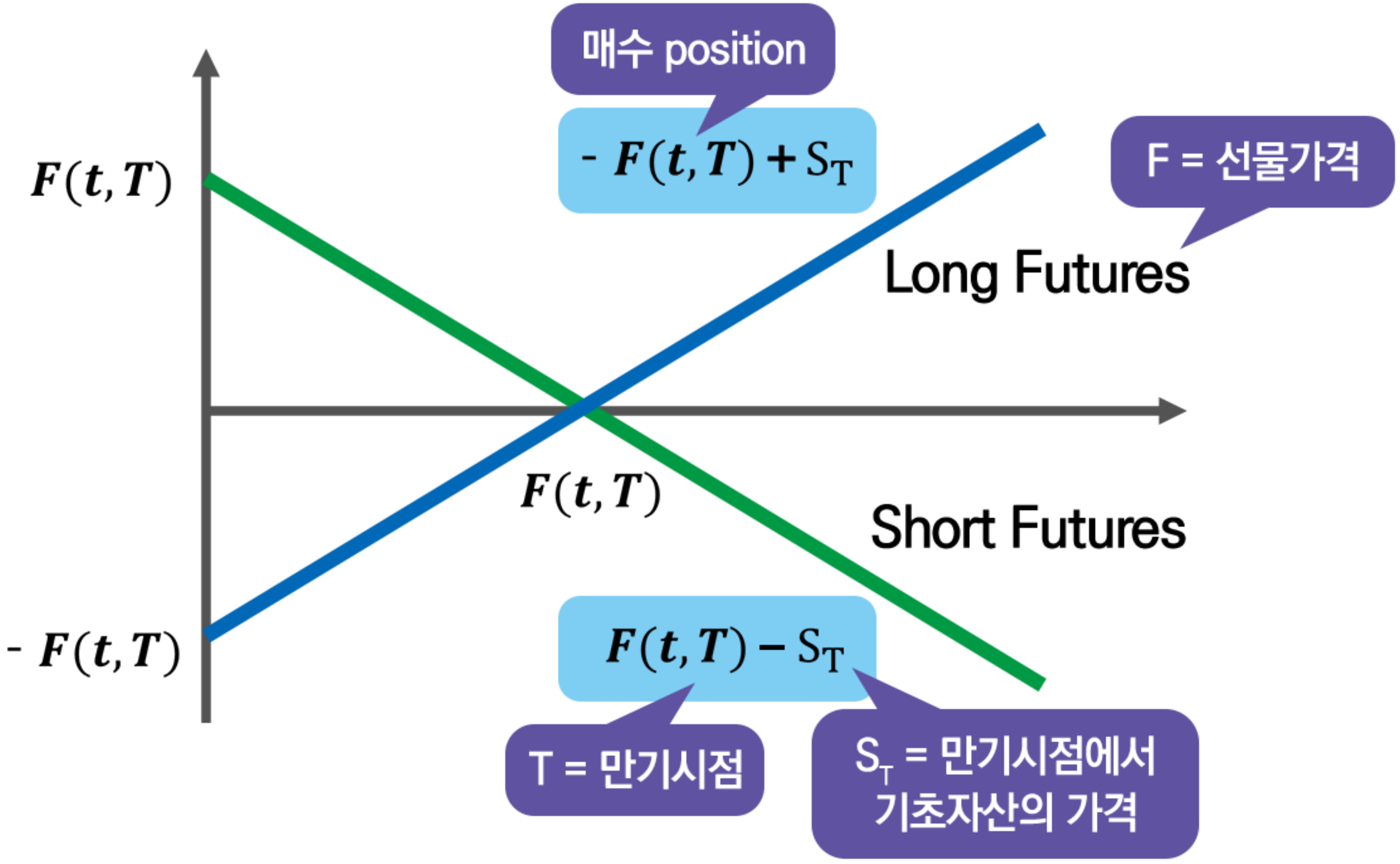
만기

계약서에 의해서 기초자산이
실제 거래되는 **미래**의 어느 시점

선물, 선도

만기시점의 Payoff

Payoff : 만기시 파생상품의 가치



선물, 선도

가격 결정

선물/선도의 현재시점의 가치는 '0'

- 현재시점에서는 계약서만 작성했으므로

↓

미래의 선물 가격

현재시점의 value가 '0'이 되도록 결정

- 어느 당사자도 positive payoff가 아닌 0이 되도록 F 결정

선물, 선도

상품보유비용

$$F^* = S_0(1+r)^T$$

- S_0 : 현재시점에서의 spot price(현물 가격)
- r : risk free rate
- T : 잔존만기(만기시점까지 남은 시간)

Cost of carry (상품보유비용)

선물, 선도

상품보유비용

$$F_t(T) = F(t,T) = \begin{cases} S_t(1+r)^{(T-t)} \\ S_t e^{r(T-t)} \end{cases}$$

- S_t : 현재시점 t에서의 spot price(현물 가격)
- 1+r : compounding 이자율
- T - t : 잔존만기일

현재시점 t에서 S라는 돈을 은행계좌에 넣었을 때 T시점에 받게 되는 미래가치

상품보유비용

선물, 선도

상품보유비용

» 선물거래를 상품보유비용전략으로 복제 가능함

출처 https://imagescdn.gettyimagesbank.com/500/20/741/884/0/1257815090.jpg, https://imagescdn.gettyimagesbank.com/500/20/424/210/0/1217979113.jpg

선물, 선도

상품보유비용

선물거래의 복제

가격불확실성
수량불확실성

출처 https://imagescdn.gettyimagesbank.com/171/20/189/687/0/1218618002.jpg, https://imagescdn.gettyimagesbank.com/500/20/424/210/0/1217979113.jpg

선물, 선도

상품보유비용

선물 매수 = 상품보유비용전략

선물, 선도

상품보유비용 공식의 적용

$$F(t,T) = V_t e^{r(T-t)}$$

V_t

- S_t
- S_t-PV(Dividends)(이산)
- $S_t e^{-q(T-t)}$(연속)
- $S_t e^{-r_{foreign}(T-t)}$
- $S_t = e^{-r_{t,T}(T-t)}$

Cost of carry 공식은 다양한 선물/선도에 응용이 가능하고 실제 활용되고 있음

선물, 선도

상품보유비용 공식의 적용

? Martingale

Martingale

확률변수 X의 조건부기대값 = 현재 관측치

pricing formula에 응용

상대가격 체계는 모두 Martingale

선물, 선도

Martingale approach 공식

상대가격 체계
(deflated price system, relative price system)

$$\frac{S_t^{(i)}}{S_t^{(n)}} = E_t^Q\left[\frac{S_{t+s}^{(i)}}{S_{t+s}^{(n)}}\right]$$

- $S^{(n)}$: numeraire(일종의 기준가격)

single asset price는 Martingale이 아니지만
상대가격으로 표시한 상대가격 체계 자체는 **numeraire**

상대가격의 conditional expectation은 Martingale

이 자체가 가격 공식

선물, 선도

상대가격 체계

numeraire와 conditional expectation을 취할 때

probability measure는 **1:1매핑**

numeraire가 바뀜에 따라서 **probability measure가 바뀜**

선물, 선도

Martingale approach 공식의 적용

(선물 현재가치)/
(무위험자산 현재가격)
= 0/1 =0

F

선물/선도
long position 의
만기시점 payoff

numeraire

$$0 = E_t^Q\left[\frac{S_T - K}{\boxed{(1+r)^{T-t}}}\right]$$

$$= E_t^Q\left[\frac{S_T}{(1+r)^{T-t}} - \frac{K}{(1+r)^{T-t}}\right]$$

$$= E_t^Q\left[\frac{S_T}{(1+r)^{T-t}}\right] - \frac{K}{(1+r)^{T-t}}$$

$$= \frac{S_t}{1} - \frac{K}{(1+r)^{T-t}}$$

선물, 선도

Martingale approach 공식의 적용

$$K = S_t(1+r)^{T-t} = F(t,T)$$

Martingale measure approach에 의해서 선물가격 공식이 도출

정리

1. 파생상품의 기본 개념 및 구분
2. 상품 보유 전략에 의해 결정되는 선물/선도 가격
3. Equivalent Martingale Measure을 통한 선물/선도가격 증명