시계열 분석 기법과 응용

Week 4. 비정상적 시계열

4-1. ARIMA 모형

전치혁 교수
(포항공과대학교 산업경영공학과)

비정상적 시계열

시계열의 비정상성 (nonstationarity)

- 시계열에 추세 또는 계절성이 포함되는 경우 정상성을 만족하지 못한다.

- 비정상성 판단 방법
  - 시계열의 시간에 대한 그래프를 보고 시각적으로 판단
  - ACF가 시차에 대하여 매우 서서히 감소하는 패턴
  - 단위근 검정

- 비정상성 대응 방안
  - 차분 (differencing)을 통해 정상적 시계열로 변환
  - 함수변환을 통하여 분산 안정화
  - 분해법으로 추세 및 계절성 제거

ARIMA 모형

차분 (differencing)

- 1차 차분: 인근한 두 값의 차이를 산출

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B)Z_t$$

- 2차 차분

$$\Delta^2 Z_t = \Delta(\Delta Z_t) = \Delta(Z_t - Z_{t-1}) = (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2}$$
$$= (1 - 2B + B^2)Z_t = (1-B)^2 Z_t$$

- d차 차분 ($d = 1,2,\dots$)

$$\Delta^d Z_t = (1-B)^d Z_t$$

ARIMA 모형

- 차수 d 누적시계열 (integrated process of order d)
  - d차 차분 후 시계열이 처음으로 정상적일 때, 원 시계열을 차수 d 누적시계열이라 하고 $I(d)$ 로 표기

- ARIMA (autoregressive integrated moving average) 모형
  - d차 차분한 시계열이 정상적 ARMA(p,q)모형을 따를 때, 원 시계열이 ARIMA(p,d,q)모형을 따른다고 함.
  - 차분시계열 $W_t = (1-B)^d Z_t$
  - 차분시계열이 ARMA(p,q): $\phi_p(B)W_t = \theta_q(B)a_t$
  - 즉, 다음이 성립

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t$$

원시계열 $\xrightarrow{\text{d차 차분}}$ 차분시계열

Z_t ~ ARIMA(p,d,q) W_t ~ ARMA(p,q)

ARIMA 모형

(예) ARIMA(1,1,1) 모형

- 차분 시계열: $W_t = (1-B)Z_t \sim ARMA(1,1) \Rightarrow W_t = \phi_1 W_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$
- 원 시계열: $Z_t \sim ARIMA(1,1,1) \Rightarrow (1-\phi_1 B)(1-B)Z_t = (1-\theta_1 B)a_t$

$$\Rightarrow Z_t = (1+\phi_1)Z_{t-1} - \phi_1 Z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

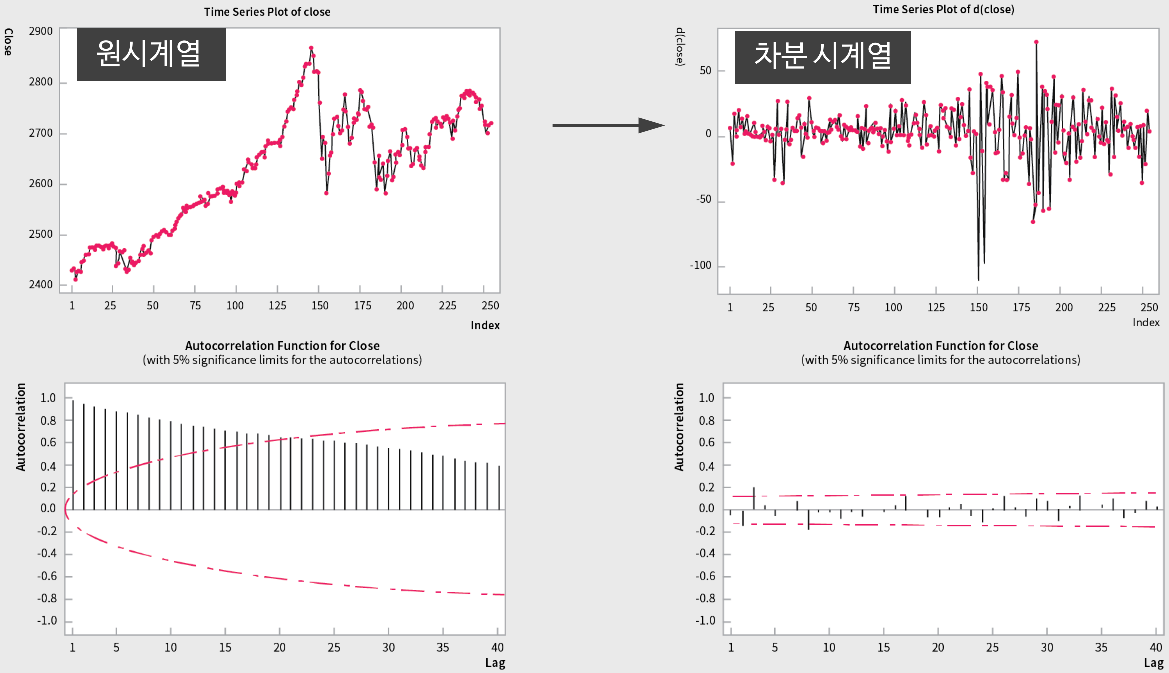
(예) ARIMA(0,1,1) 또는 IMA(1,1)

- 차분 시계열: $W_t = (1-B)Z_t \sim MA(1) \Rightarrow W_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$
- 원 시계열: $Z_t \sim ARIMA(0,1,1) \Rightarrow Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$

ARIMA 모형

예 (S&P 200 지수) 아래 그림은 2017년 7월 3일 부터 2018년 6월 29일 까지 미국 S&P 200 지수의 종가를 나타낸다.

원 시계열과 1차 차분 시계열에 대한 ACF를 살펴보자



#1

Reference

#1. Yahoo Finance https://finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC/history/ 2019.12