



시계열 분석 기법과 응용

Week 4. 비정상적 시계열 4-3. 단위근 검정

전치혁 교수
(포항공과대학교 산업경영공학과)

단위근 검정

- 단위근 검정 (unit root test)는 통계적 검정을 통하여 시계열의 정상성 여부를 판정
 - 대표적인 단위근 검정은 ADF (augmented Dickey-Fuller) 검정
 - Dickey and Fuller (1979)가 AR(1)모형에 대해 제안
 - ADF 검정은 Said and Dickey (1984)가 ARMA모형으로 확장한 것
 - 모든 정상적 시계열은 고차원의 AR모형으로 근사될 수 있다고 가정
 - AR(p)모형: $\phi_p(B)Z_t = a_t$
 - \Rightarrow (단위근 포함) $\phi_p(B) = (1 - B)\phi_{p-1}(B)$
 - $\Rightarrow (1 - B)(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_{p-1} B^{p-1})Z_t = a_t$
 - $\Rightarrow (1 - B)Z_t = (1 - B)(\phi_1 B - \dots - \phi_{p-1} B^{p-1})Z_t + a_t$
 - $\Rightarrow Z_t - Z_{t-1} = \sum_{j=1}^{p-1} \phi_j (Z_{t-j} - Z_{t-j-1}) + a_t$

단위근 검정

ADF 검정 (형태 1)

- 다음 모형을 고려

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi_j \Delta Z_{t-j} + a_t \quad (\Delta Z_{t-j} = Z_{t-j} - Z_{t-j-1})$$

- 가설

$$H_0: \phi = 1$$

- 검정통계량

$$T = \frac{\hat{\phi} - 1}{se(\hat{\phi})}$$

- 위의 통계량 분포는 브라운운동과 관련된 복잡한 형태이나 누적확률분포표가 만들어져 있음

- 판정

- 가설이 기각되면 단위근이 없다고 할 수 있으므로 시계열이 정상적으로 간주
- 가설이 채택되면 단위근이 있으므로 차분을 취한 시계열을 추후 분석에 활용

단위근 검정

ADF 검정 (형태 2)

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi_j \Delta Z_{t-j} + a_t$$

$$\Rightarrow \Delta Z_t = (\phi - 1)Z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi_j \Delta Z_{t-j} + a_t$$

$$\Rightarrow \Delta Z_t = \phi^* Z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi_j \Delta Z_{t-j} + a_t \quad (\phi^* = \phi - 1)$$

- 가설

$$H_0: \phi^* = 0$$

- 검정통계량

$$T = \frac{\widehat{\phi^*}}{se(\widehat{\phi^*})}$$

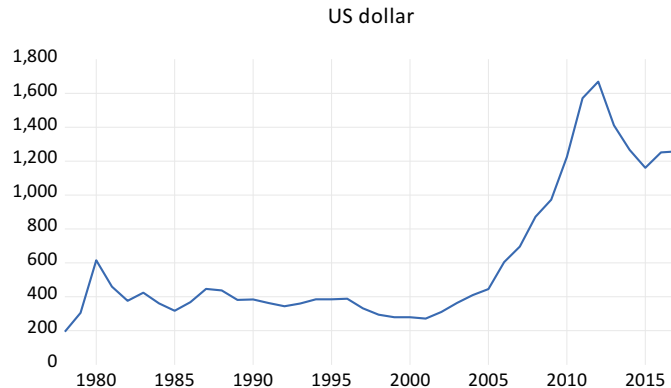
단위근 검정 예

(예 - 금값) 그림은 1978 ~ 2017년 평균 금값 (미화)을 나타낸다. 단위근 검정을 실시하면 아래와 같다.

Null Hypothesis: US_DOLLAR has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=9)

| | t-Statistic | Prob.* |
|--|-------------|--------|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -0.942313 | 0.7635 |
| Test critical values: | | |
| 1% level | -3.615588 | |
| 5% level | -2.941145 | |
| 10% level | -2.609066 | |

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



단위근 검정 예

(예 계속) ADF 추정식은 아래와 같다.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(US_DOLLAR)
Method: Least Squares
Date: 07/24/19 Time: 15:19
Sample (adjusted): 1980 2017
Included observations: 38 after adjustments

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| US_DOLLAR(-1) | -0.043415 | 0.046073 | -0.942313 | 0.3525 |
| D(US_DOLLAR(-1)) | 0.414490 | 0.157314 | 2.634789 | 0.0125 |
| C | 39.54695 | 32.36196 | 1.222019 | 0.2299 |
| | | | | |
| R-squared | 0.167961 | Mean dependent var | 25.06500 | |
| Adjusted R-squared | 0.120416 | S.D. dependent var | 117.7672 | |
| S.E. of regression | 110.4493 | Akaike info criterion | 12.32265 | |
| Sum squared resid | 426967.0 | Schwarz criterion | 12.45193 | |
| Log likelihood | -231.1303 | Hannan-Quinn criter. | 12.36865 | |
| F-statistic | 3.532673 | Durbin-Watson stat | 1.813049 | |
| Prob(F-statistic) | 0.040042 | | | |

ADF 추정식:

$$\Delta US_t = 39.55 - 0.0434US_{t-1} + 0.4145\Delta US_{t-1}$$

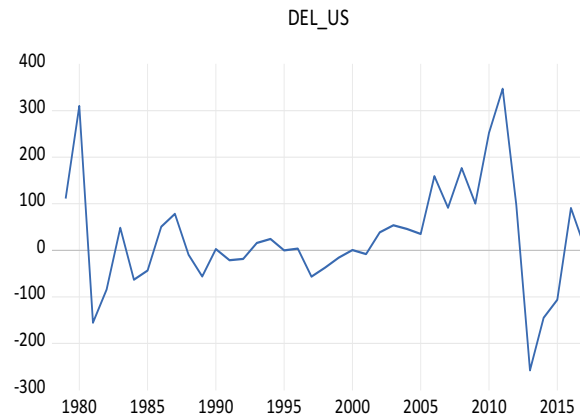
단위근 검정 예

(예 계속) 금값의 1차 차분 시계열에 대한 단위근 검정

Null Hypothesis: D(US_DOLLAR) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=9)

| | t-Statistic | Prob.* |
|---|------------------|---------------|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -4.049396 | 0.0032 |
| Test critical values: 1% level | -3.615588 | |
| 5% level | -2.941145 | |
| 10% level | -2.609066 | |

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Reference

#1. Reuters Datastream, LBMA, World Gold Council