

به نام خدا

زهرا رزمخواه

استاد زارع

مدل انتشار sis

مدل $Susceptible-Infectious-Susceptible:SIS$ یک مدل ریاضی ساده برای مطالعه انتشار بیماری‌های عفونی است. این مدل در سیستم‌هایی استفاده می‌شود که افراد پس از آلوده شدن، دوباره به حالت مستعد ($Susceptible$) باز می‌گردند، بدون اینکه ایمنی دائمی پیدا کنند.

مراحل مدل SIS:

1. $Susceptible$ (مستعد): افرادی که در معرض بیماری هستند و می‌توانند آلوده شوند.

2. $Infectious$ (آلوده): افرادی که بیماری دارند و می‌توانند دیگران را آلوده کنند.

فرآیند:

- فرد مستعد (S) با تماس با فرد آلوده (I) به بیماری مبتلا می‌شود.
- پس از مدتی، فرد آلوده درمان می‌شود یا بهبود می‌یابد و دوباره به حالت مستعد بر می‌گردد (نه ایمن).

معادلات ریاضی:

مدل SIS از معادلات دیفرانسیل برای توصیف تغییرات تعداد افراد در هر دسته استفاده می‌کند. معادله اصلی شامل دو پارامتر است:

- β (بتا): نرخ انتقال بیماری (سرعت آلوده شدن افراد مستعد).

- γ (گاما): نرخ بهبودی (سرعت بازگشت افراد آلوده به حالت مستعد).

معادله تغییرات تعداد افراد آلوده به صورت زیر است:

$$\gamma I - \beta SI = \frac{dI}{dt}$$

در اینجا $S + I = N$ است، یعنی تعداد افراد مستعد برابر کل جمعیت N منهای افراد آلوده I .

ویژگی‌ها:

- در بیماری‌هایی مانند سرماخوردگی یا آنفلانزا که ایمنی دائمی ایجاد نمی‌کنند، مدل SIS بسیار مفید است.

- اگر نرخ انتقال β بیشتر از نرخ بهبودی γ باشد، بیماری در جمعیت باقی می‌ماند. در غیر این صورت، بیماری از بین می‌رود.

مدل SIS در شبکه‌ها برای تحلیل انتشار ویروس‌ها یا بدافزارها (مانند ویروس‌های کامپیوتری) و حتی شایعات به کار می‌رود. در این حالت، گره‌ها (Nodes) به عنوان دستگاه‌ها یا کاربران شبکه (مثل کامپیوترها یا گوشی‌ها) در نظر گرفته می‌شوند و یال‌ها (Edges) ارتباط یا تعامل بین آن‌ها را نشان می‌دهند.

کاربرد SIS در شبکه:

1. گره‌ها (Nodes): نشان‌دهنده دستگاه‌هایی هستند که می‌توانند آلوده (Infectious) یا مستعد (Susceptible) باشند.

2. یال‌ها (Edges): نشان‌دهنده ارتباط بین گره‌ها است که از طریق آن، ویروس یا اطلاعات منتقل می‌شود.

فرآیند انتشار:

1. آلودگی: اگر یک گره آلوده با یک گره مستعد ارتباط داشته باشد، احتمال انتقال ویروس وجود دارد. این احتمال به نرخ انتقال β بستگی دارد.

2. بهبودی: گره آلوده پس از مدتی با نرخ γ بهبود می‌یابد و به حالت مستعد بازمی‌گردد (مثلاً اگر آنتی‌ویروس فعال شود).

مدل‌سازی ریاضی در شبکه:

در این مدل، وضعیت هر گره در طول زمان با استفاده از معادلات دیفرانسیل یا شبیه‌سازی محاسبه می‌شود:

- تعداد گره‌های مستعد S و آلوده I در هر لحظه تغییر می‌کند.
- احتمال آلوده شدن یک گره مستعد به تعداد گره‌های آلوده‌ای که به آن متصل هستند، بستگی دارد.

مراحل انتشار ویروس:

1. ابتدا: یک گره یا تعداد کمی از گره‌ها آلوده می‌شوند.
 2. انتشار: آلودگی از طریق یال‌ها به گره‌های مستعد منتقل می‌شود.
 3. تعادل یا خاموشی: بسته به مقادیر β و γ :
- اگر $\beta > \gamma$: ویروس در شبکه باقی می‌ماند و تعداد مشخصی از گره‌ها همیشه آلوده خواهند بود.
 - اگر $\gamma \geq \beta$: آلودگی از شبکه حذف می‌شود.

مثال در دنیای واقعی:

- انتشار بدافزارها در اینترنت یا شبکه‌های محلی.
 - انتشار شایعات یا اطلاعات در شبکه‌های اجتماعی.
 - حملات باج‌افزار که از طریق ایمیل یا لینک‌های مخرب به دستگاه‌های مختلف منتقل می‌شود.
- ساختار شبکه نقش بسیار مهمی در سرعت و گستره انتشار ویروس یا اطلاعات در مدل SIS دارد. نوع شبکه و ویژگی‌های آن می‌توانند رفتار انتشار را به شدت تغییر دهند. در ادامه، تاثیر ساختار شبکه را بررسی می‌کنیم:

. شبکه‌های تصادفی (Random Networks):

- تاثیر:

- سرعت انتشار به میانگین درجه گره‌ها (تعداد اتصالات هر گره) بستگی دارد.
- اگر تعداد اتصالات گره‌ها زیاد باشد، ویروس سریع‌تر پخش می‌شود، اما احتمال کاهش انتشار در شبکه‌های کم‌ترکم بیشتر است.

. شبکه‌های مقیاس‌پذیر (Scale-Free Networks):

- تاثیر:

- ویروس به شدت سریع در شبکه منتشر می‌شود، زیرا $*hubs*$ نقش مرکزی در انتقال آلودگی دارند.
- حتی اگر بسیاری از گره‌های عادی ایمن شوند، وجود $*hubs*$ می‌تواند انتشار را پایدار نگه دارد.
- این نوع شبکه به آنتی‌ویروس یا استراتژی‌های هدفمند نیاز دارد (مانند ایمن کردن $*hubs*$).

. شبکه‌های کوچک‌جهان (Small-World Networks):

- تاثیر:

- به دلیل وجود مسیرهای کوتاه بین گره‌ها، انتشار سریع‌تر از شبکه‌های منظم و خوشه‌ای رخ می‌دهد.
- ویروس می‌تواند از طریق این ارتباطات بلندمدت کل شبکه را تحت تأثیر قرار دهد.

عوامل کلیدی موثر بر سرعت انتشار:

1. تراکم شبکه: شبکه‌های متراکم‌تر انتشار سریع‌تری دارند.
 2. میانگین طول مسیر: اگر مسیر بین گره‌ها کوتاه باشد، ویروس سریع‌تر منتقل می‌شود.
 3. درجه گره‌ها: گره‌هایی با درجه بالاتر (اتصالات بیشتر) انتقال را تسریع می‌کنند.
 4. نقاط بحرانی (Critical Nodes): وجود گره‌های مرکزی ($*hubs*$) می‌تواند انتشار را تقویت کند.
 5. قطر شبکه: هرچه قطر شبکه (بیشترین فاصله بین دو گره) کوچک‌تر باشد، انتشار سریع‌تر است.
- در نتیجه ساختار شبکه تعیین می‌کند که انتشار چگونه و با چه سرعتی رخ دهد. برای کنترل انتشار:
- در شبکه‌های مقیاس‌پذیر: تمرکز روی ایمن‌سازی $*hubs*$ موثر است.
 - در شبکه‌های کوچک‌جهان: شناسایی و ایمن‌سازی گره‌های میانجی (bridge nodes) اهمیت دارد.