

SENSOR POSITIONING PROBLEM

Ayudante: Joaquín Silva
joaquin.silvas@usm.cl

INTRODUCCIÓN

El **Sensor Positioning Problem (SPP)** surge en agricultura de precisión y en cualquier sistema de monitoreo distribuido donde es necesario desplegar un **número limitado de sensores** para capturar las **variaciones espaciales de un índice de interés** (por ejemplo, humedad del suelo, NDVI o pH). La creciente disponibilidad de datos georreferenciados y la necesidad de optimizar costes de instalación hacen que la ubicación y la zonificación simultánea sean críticas para garantizar una **cobertura representativa** y minimizar errores de estimación.

A nivel computacional, este problema combina aspectos de **clustering espacial** y **optimización combinatoria**, enfrentándose a la heterogeneidad del terreno y a restricciones prácticas de conexión y forma de las zonas. Su resolución eficiente impacta directamente en la **calidad de la toma de decisiones agronómicas** y en la sostenibilidad económica de los despliegues de sensores.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El problema de **Sensor Positioning** consiste en particionar un área de cultivo en **p zonas homogéneas** según una serie de puntos muestrales, donde **p es el número de sensores** a desplegar. El objetivo es **minimizar** la pérdida de representatividad del terreno, la cual es medida como la **suma del error entre los valores reales y los valores estimados** dentro de cada zona, asegurando cobertura completa y ausencia de solapamientos.

Este problema es **NP-difícil**, emparentado con el p-mediana y con los problemas de covering-partitioning, por lo que su resolución en tamaños reales recurre tanto a métodos exactos como a heurísticos y metaheurísticos.

PARÁMETROS

N Número de filas del conjunto S

M Número de columnas del conjunto S

p Número de sensores/zonas, con $p \in \mathbb{N}$, $1 \leq p \leq NM$

α Nivel de homogeneidad requerido, con $0 < \alpha \leq 1$

S_{ij} Conjunto de puntos muestrales, con $i = \{1, \dots, N\}$ y $j = \{1, \dots, M\}$

VARIABLE DE DECISIÓN

$X_{ijk} = 1$ si el punto muestral (i,j) pertenece a la zona k , 0 en caso contrario

Nota: La variable de decisión indicada se considera como un ejemplo para presentar el problema, en su modelo puede utilizar otra representación.

RESTRICCIONES

- Cada punto muestral (i, j) debe pertenecer a una **única** zona z_k .
- La varianza interna en cada zona z_k debe ser **a lo más** $\alpha * Var(S)$.
- Cada zona z_k se define como un **polígono válido**.

Nota 1: El polígono más simple que pueden considerar para este problema es un rectángulo. Una zona válida es aquella que forme una región cerrada, conexa y no se puede solapar con otras zonas.

Nota 2: Considerar la varianza como:

$$Var(z_k) = \frac{1}{|z_k|} \sum_{(i,j) \in z_k} (S_{ij} - \bar{S}_k)^2,$$

donde \bar{S}_k corresponde a la media de los puntos muestrales de la zona z_k

FORMATO DE ENTRADA - ARCHIVO

$N \ M$

$S_{11} \ S_{12} \ \dots \ S_{1M}$

La primera línea del archivo indica el número de filas y columnas del conjunto de puntos muestreados.

$S_{21} \ S_{22} \ \dots \ S_{2M}$

La siguiente sección indica la matriz de puntos muestreados de tamaño $N \times M$.

$\vdots \ \vdots \ \ddots \ \vdots$

$S_{N1} \ S_{N2} \ \dots \ S_{NM}$

Nota: Las secciones están separadas por una fila.

FORMATO DE ENTRADA - CONSOLA

- p Cantidad de sensores/zonas que se requieren. **No puede ser vacío** y debe ser un valor entero positivo.
- α Nivel de homogeneidad requerido. **No puede ser vacío**.

FORMATO DE SALIDA - ARCHIVO

Error Total

Z_{11} Z_{12} ... Z_{1M}

Z_{21} Z_{22} ... Z_{2M}

: : .. :

Z_{N1} Z_{N2} ... Z_{NM}

La primera línea corresponde al valor del error total que mide la discrepancia entre el valor muestreado y el valor representativo de la zona.

La siguiente sección define la Matriz Z con etiquetas correspondientes a cada zona z_k de la partición, cuyas dimensiones son $N \times M$.

Se considera el conjunto de etiquetas como $E = \{1, \dots, p\}$.

Nota 1: El formato de la matriz de etiquetas Z debe ser equivalente a la matriz de puntos muestrales S en posiciones.

Nota 2: Se entregará un código (opcional) para que puedan visualizar instancia y solución como un mapa de calor con las zonas de la partición marcadas. Para esto se requiere que sigan el formato de salida.

EJEMPLO

Considere el siguiente archivo de entrada y parámetros de ejemplo:

Archivo:

5	5			
8.2	9.1	15.3	15.8	14.9
8.5	9.4	15.6	16.0	15.2
20.1	21.3	22.7	30.2	29.6
19.8	20.5	21.9	31.1	28.4
22.2	22.0	23.5	33.1	32.7

Parámetros:

5
0.2

EJEMPLO

Del archivo y parámetros de entrada se observa que:

Archivo:

5	5			
8.2	9.1	15.3	15.8	14.9
8.5	9.4	15.6	16.0	15.2
20.1	21.3	22.7	30.2	29.6
19.8	20.5	21.9	31.1	28.4
22.2	22.0	23.5	33.1	32.7

Parámetros:

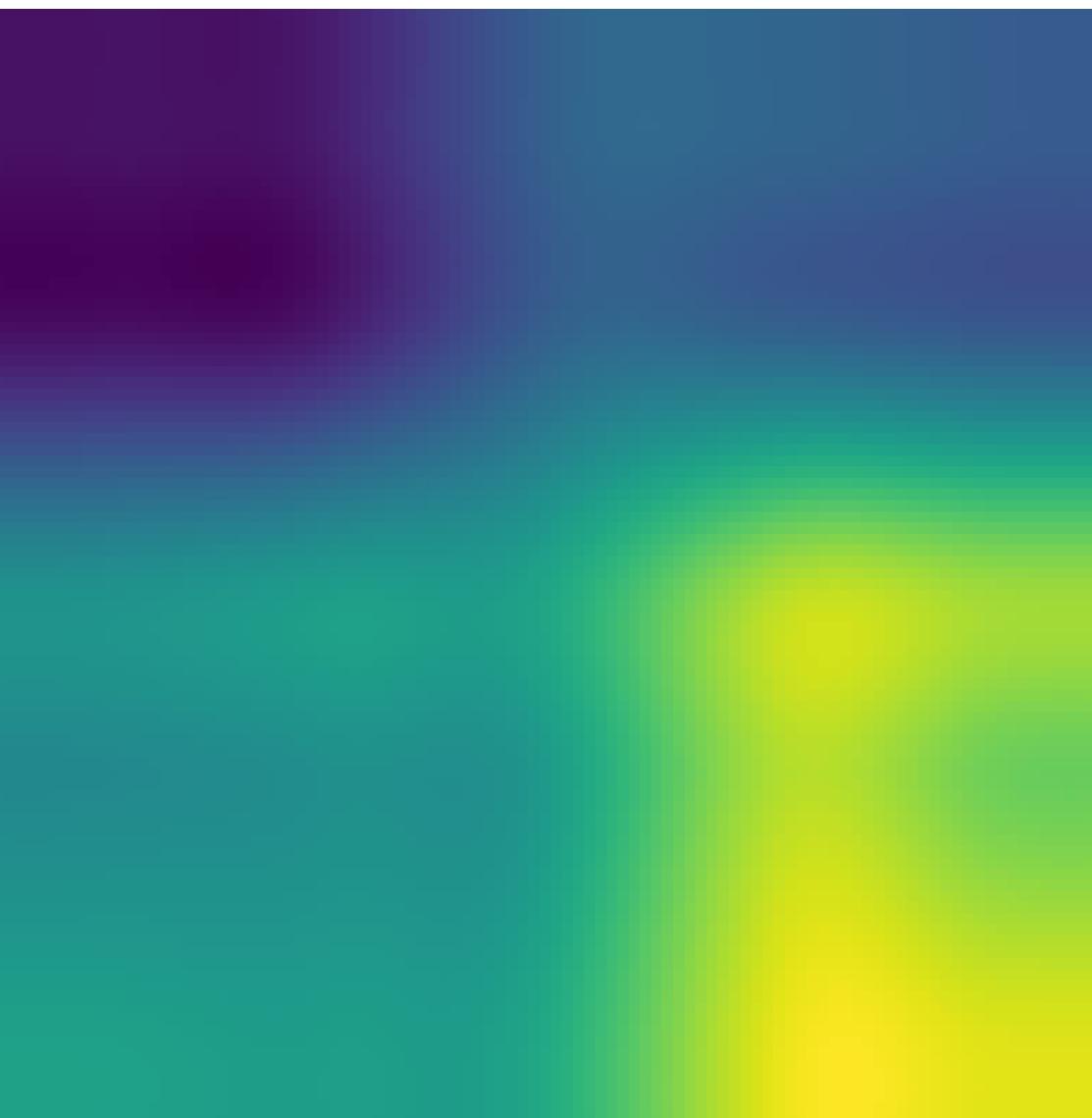
5
0.2

- La instancia tiene un mapa de **5 filas y 5 columnas**, con un total de 25 puntos muestrales.
- Se debe particionar el mapa en **5 zonas** homogéneas.
- Cada zona debe tener una varianza interna de **a lo más un 20%** de la varianza total.

$$0.2 * Var(S)$$

EJEMPLO

Mapa de Calor de la Instancia:



EJEMPLO

Una posible solución para esta instancia que cumple las restricciones es la siguiente:

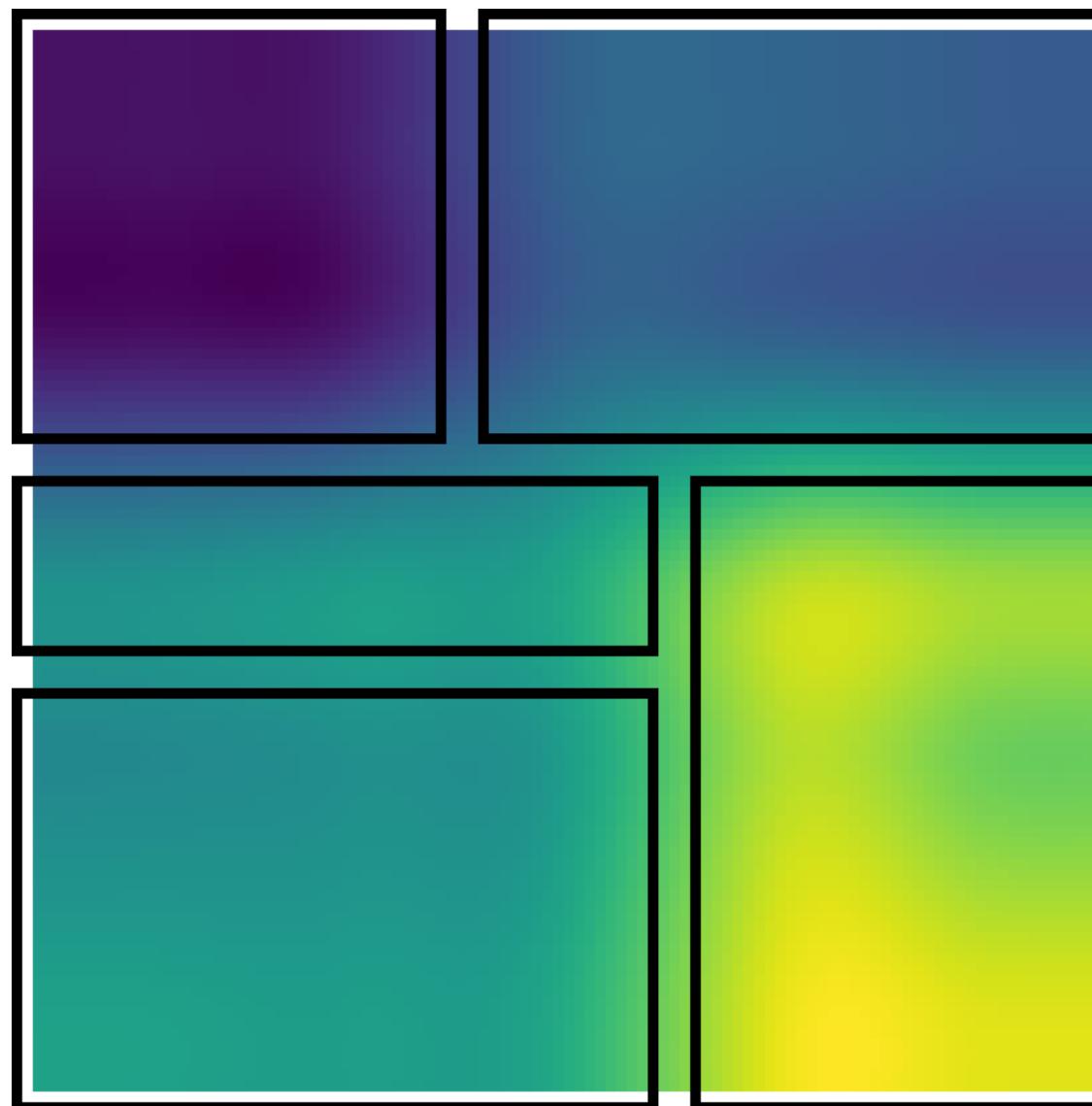
0					
1	1	2	2	2	
1	1	2	2	2	
3	3	3	4	4	
5	5	5	4	4	
5	5	5	4	4	

- Se considera $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ el conjunto de etiquetas para la instancia, **una etiqueta por cada zona** $p = 5$.
- Se observan las particiones de cada una de las 5 **zonas**, sin solapamientos.

Nota: Considerar que esta instancia esta construida para fines de la presentación, por esto el error total es 0.

EJEMPLO

Mapa de Calor de la solución (zonas marcadas):



REFERENCIAS

- Cid-García, N. M., Albornoz, V., Ríos-Solís, Y. A. & Ortega, R. (2013). “*Rectangular shape management zone delineation using integer linear programming*”, Computers and Electronics in Agriculture, 93, 1–9.
- Albornoz, V., Cid-García, N. M. & Ríos-Solís, Y. A. (2019). “*Delineating robust rectangular management zones based on column generation algorithm*”, European Journal of Operational Research, 275(2), 567–580.
- Torres Herrera, T. B. (2023). “*Modelo de Localización de Sensores para la Agricultura de Precisión*”, (Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería). Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.

REFERENCIAS

- Pierce, F. J. & Nowak, P. (1999). "Aspects of precision agriculture. *Advances in Agronomy*", 67, 1–85.
- Zhang, N., Wang, M. & Wang, N. (2002). "Precision agriculture—a worldwide overview", Computers and Electronics in Agriculture, 36(2-3), 113–132.
- Huguet, F., Plà-Aragonés, L. M., Albornoz, V. M., & Pohl, M. (2025). "A Genetic Algorithm for Site-Specific Management Zone Delineation", Mathematics, 13(7), 1064.