

# SENSOR POSITIONING PROBLEM

**Ayudante:** Joaquín Silva  
joaquin.silvas@usm.cl

# INTRODUCCIÓN

El **Sensor Positioning Problem (SPP)** surge en agricultura de precisión y en cualquier sistema de monitoreo distribuido donde es necesario desplegar un **número limitado de sensores** para capturar las **variaciones espaciales de un índice de interés** (por ejemplo, humedad del suelo, NDVI o pH). La creciente disponibilidad de datos georreferenciados y la necesidad de optimizar costes de instalación hacen que la ubicación y la zonificación simultánea sean críticas para garantizar una **cobertura representativa** y minimizar errores de estimación.

A nivel computacional, este problema combina aspectos de **clustering espacial** y **optimización combinatoria**, enfrentándose a la heterogeneidad del terreno y a restricciones prácticas de conexión y forma de las zonas. Su resolución eficiente impacta directamente en la **calidad de la toma de decisiones** agronómicas y en la sostenibilidad económica de los despliegues de sensores.

# DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El problema de **Sensor Positioning** consiste en particionar un área de cultivo en **p zonas homogéneas** según una serie de puntos muestrales, donde **p es el número de sensores** a desplegar. El objetivo es **minimizar** la pérdida de representatividad del terreno, la cual es medida como la **suma del error entre los valores reales y los valores estimados** dentro de cada zona, asegurando cobertura completa y ausencia de solapamientos.

Este problema es **NP-difícil**, emparentado con el p-mediana y con los problemas de covering-partitioning, por lo que su resolución en tamaños reales recurre tanto a métodos exactos como a heurísticos y metaheurísticos.

# PARÁMETROS

$N$  Número de filas del conjunto  $S$

$M$  Número de columnas del conjunto  $S$

$p$  Número de sensores/zonas, con  $p \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq p \leq NM$

$\alpha$  Nivel de homogeneidad requerido, con  $0 < \alpha \leq 1$

$S_{ij}$  Conjunto de puntos muestrales, con  $i = \{1, \dots, N\}$  y  $j = \{1, \dots, M\}$

# VARIABLE DE DECISIÓN

$X_{ijk} = 1$  si el punto muestral  $(i,j)$  pertenece a la zona  $k$ , 0 en caso contrario

**Nota:** La variable de decisión indicada se considera como un ejemplo para presentar el problema, en su modelo puede utilizar otra representación.

# RESTRICCIONES

- Cada punto muestral  $(i, j)$  debe pertenecer a una **única** zona  $z_k$ .
- La varianza interna en cada zona  $z_k$  debe ser **a lo más**  $\alpha * Var(S)$ .
- Cada zona  $z_k$  se define como un **polígono válido**.

**Nota 1:** El polígono más simple que pueden considerar para este problema es un rectángulo. Una zona válida es aquella que forme una región cerrada, conexa y no se puede solapar con otras zonas.

**Nota 2:** Considerar la varianza como:

$$Var(z_k) = \frac{1}{|z_k|} \sum_{(i,j) \in z_k} (S_{ij} - \bar{S}_k)^2,$$

donde  $\bar{S}_k$  corresponde a la media de los puntos muestrales de la zona  $z_k$

# FORMATO DE ENTRADA - ARCHIVO

$N \quad M$

$S_{11} \quad S_{12} \quad \cdots \quad S_{1M}$

$S_{21} \quad S_{22} \quad \cdots \quad S_{2M}$

$\vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots$

$S_{N1} \quad S_{N2} \quad \cdots \quad S_{NM}$

La primera línea del archivo indica el número de filas y columnas del conjunto de puntos muestrales.

La siguiente sección indica la matriz de puntos muestrales de tamaño  $N \times M$ .

**Nota:** Las secciones están separadas por una fila.

# FORMATO DE ENTRADA - CONSOLA

- $p$  Cantidad de sensores/zonas que se requieren. **No puede ser vacío** y debe ser un valor entero positivo.
- $\alpha$  Nivel de homogeneidad requerido. **No puede ser vacío.**



# FORMATO DE SALIDA – ARCHIVO

Error Total

$Z_{11}$     $Z_{12}$     $\cdots$     $Z_{1M}$

$Z_{21}$     $Z_{22}$     $\cdots$     $Z_{2M}$

$\vdots$     $\vdots$     $\ddots$     $\vdots$

$Z_{N1}$     $Z_{N2}$     $\cdots$     $Z_{NM}$

La primera línea corresponde al valor del error total que mide la discrepancia entre el valor muestreado y el valor representativo de la zona.

La siguiente sección define la Matriz  $Z$  con etiquetas correspondientes a cada zona  $z_k$  de la partición, cuyas dimensiones son  $N \times M$ .

Se considera el conjunto de etiquetas como  $E = \{1, \dots, p\}$ .

**Nota 1:** El formato de la matriz de etiquetas  $Z$  debe ser equivalente a la matriz de puntos muestrales  $S$  en posiciones.

**Nota 2:** Se entregará un código (opcional) para que puedan visualizar instancia y solución como un mapa de calor con las zonas de la partición marcadas. Para esto se requiere que sigan el formato de salida.

# EJEMPLO

Considere el siguiente archivo de entrada y parámetros de ejemplo:

Archivo:

5	5			
8.2	9.1	15.3	15.8	14.9
8.5	9.4	15.6	16.0	15.2
20.1	21.3	22.7	30.2	29.6
19.8	20.5	21.9	31.1	28.4
22.2	22.0	23.5	33.1	32.7

Parámetros:

5
0.2

# EJEMPLO

Del archivo y parámetros de entrada se observa que:

Archivo:

5	5			
8.2	9.1	15.3	15.8	14.9
8.5	9.4	15.6	16.0	15.2
20.1	21.3	22.7	30.2	29.6
19.8	20.5	21.9	31.1	28.4
22.2	22.0	23.5	33.1	32.7

Parámetros:

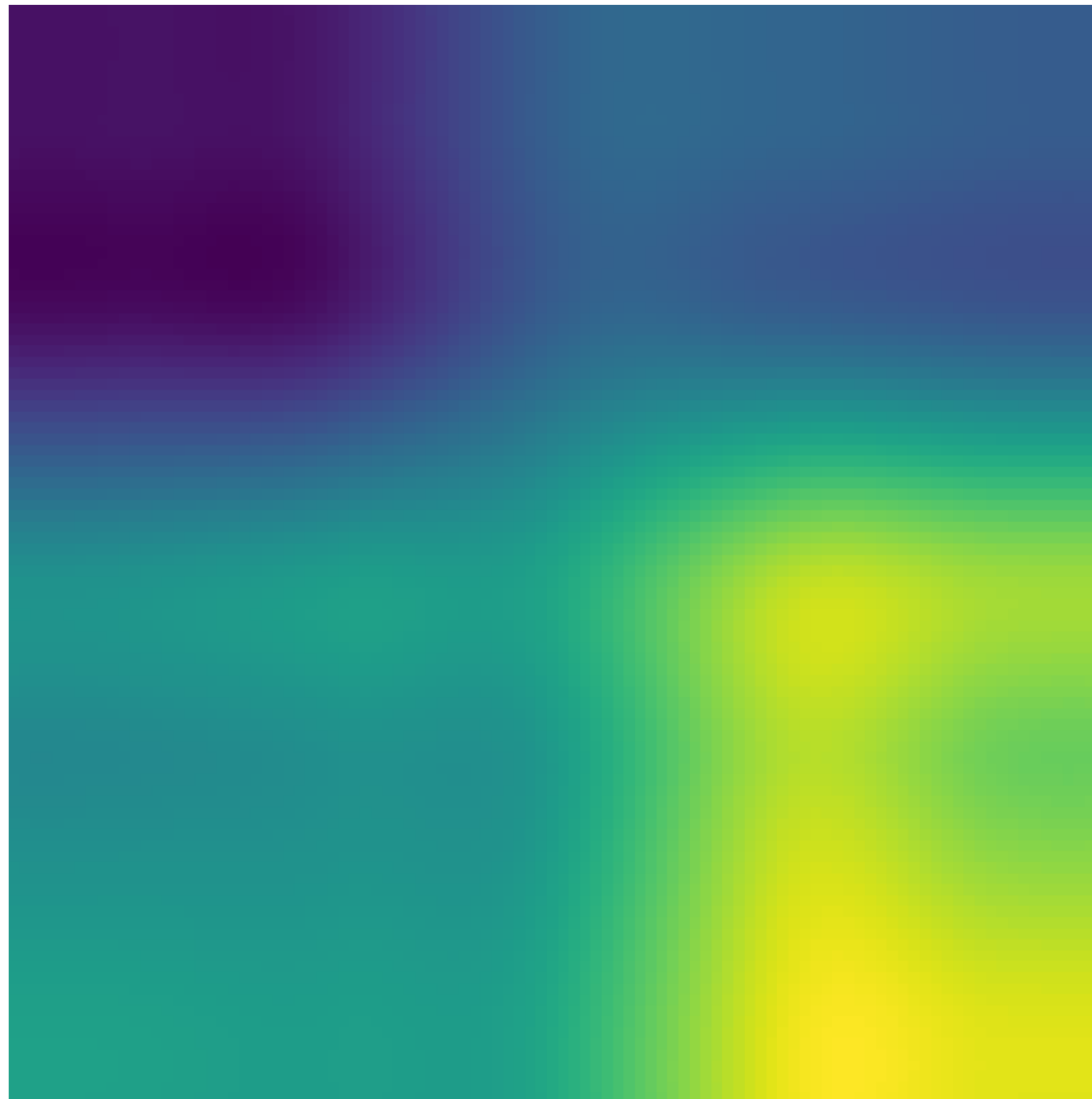
5  
0.2

- La instancia tiene un mapa de **5 filas** y **5 columnas**, con un total de 25 puntos muestrales.
- Se debe particionar el mapa en **5 zonas** homogéneas.
- Cada zona debe tener una varianza interna de **a lo más un 20%** de la varianza total.

$$0.2 * Var(S)$$

# EJEMPLO

Mapa de Calor de la Instancia:



# EJEMPLO

Una posible solución para esta instancia que cumple las restricciones es la siguiente:

0

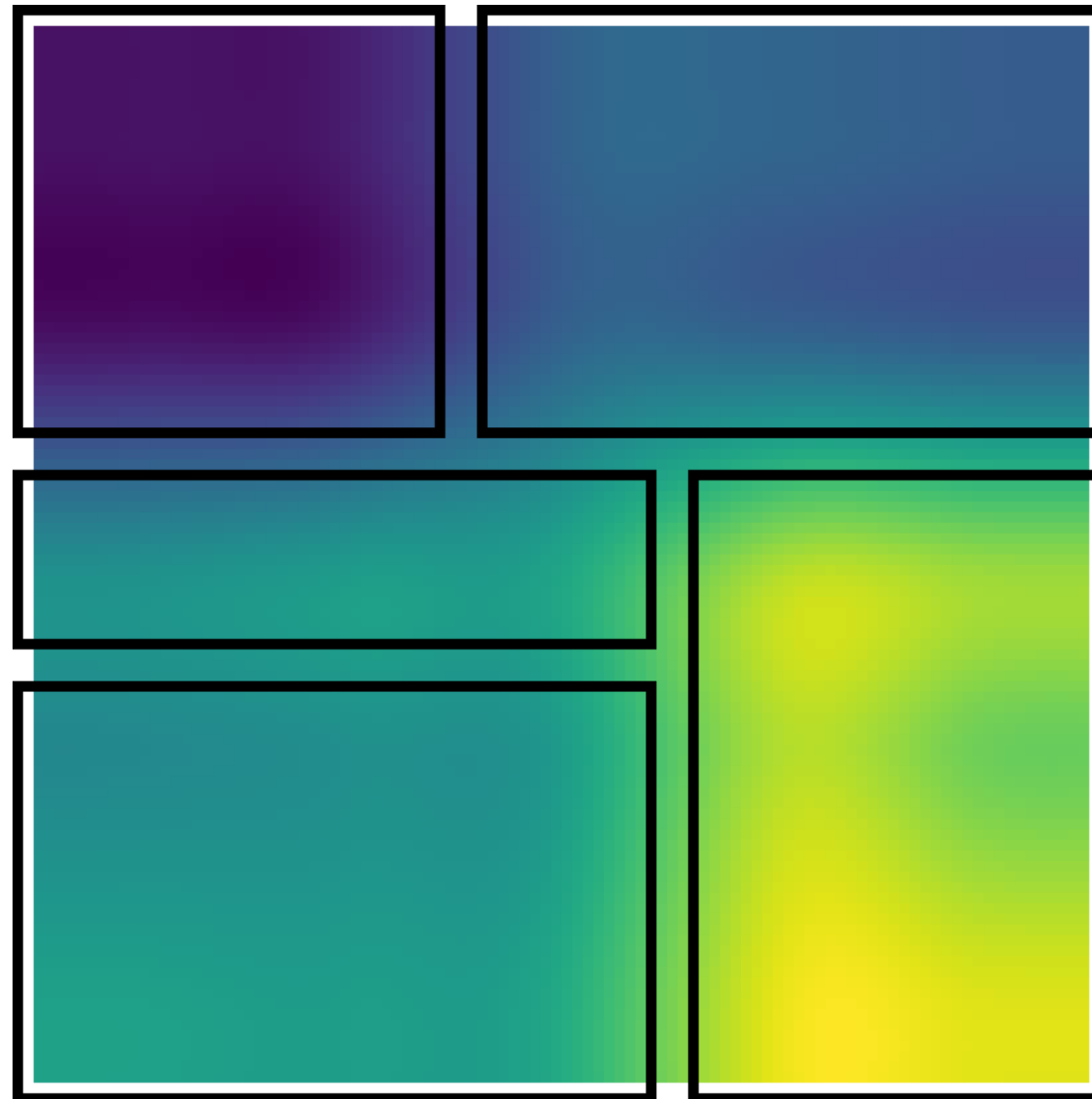
1	1	2	2	2
1	1	2	2	2
3	3	3	4	4
5	5	5	4	4
5	5	5	4	4

- Se considera  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  el conjunto de etiquetas para la instancia, **una etiqueta por cada zona**  $p = 5$ .
- Se observan las particiones de cada una de las **5 zonas**, sin solapamientos.

**Nota:** Considerar que esta instancia esta construida para fines de la presentación, por esto el error total es 0.

# EJEMPLO

Mapa de Calor de la solución (zonas marcadas):



# REFERENCIAS

- Cid-García, N. M., Albornoz, V., Ríos-Solís, Y. A. & Ortega, R. (2013). *“Rectangular shape management zone delineation using integer linear programming”*, Computers and Electronics in Agriculture, 93, 1–9.
- Albornoz, V., Cid-García, N. M. & Ríos-Solís, Y. A. (2019). *“Delineating robust rectangular management zones based on column generation algorithm”*, European Journal of Operational Research, 275(2), 567–580.
- Torres Herrera, T. B. (2023). *“Modelo de Localización de Sensores para la Agricultura de Precisión”*, (Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería). Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.

# REFERENCIAS

- Pierce, F. J. & Nowak, P. (1999). *“Aspects of precision agriculture. Advances in Agronomy”*, 67, 1–85.
- Zhang, N., Wang, M. & Wang, N. (2002). *“Precision agriculture—a worldwide overview”*, Computers and Electronics in Agriculture, 36(2–3), 113–132.
- Huguet, F., Plà-Aragonés, L. M., Albornoz, V. M., & Pohl, M. (2025). *“A Genetic Algorithm for Site-Specific Management Zone Delineation”*, Mathematics, 13(7), 1064.