TEMA 2

1. m. minim de pași: este atins când cele două numere sunt consecutive ale șirului Fibonacci, F_n și F_{n+1}
- este n, numărul de termeni până la cel mai mic dintre cele două

m. maxim de pași: $O(\log \min(a,b))$

2. $(a,b) = (b, a \bmod b)$ până când $b=0$

$n = O(\log b)$

3. $ax + by = (a,b) = (b, a \bmod b)$

m. de pași: $O(\log \min(a,b))$

4. $\sum_{d|n} f(d) = n$

Cd. mulțimea $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

nr. din $\{1,2,\dots,n\}$ pot fi grupate în clase modulo fiecare divizor d al lui n.

Fiecare divizor d al lui n conține exact $f(d)$ nr.

Adunăm toate $f(d)$ pt toți divizorii d ai lui $n \Rightarrow n$.

$\Rightarrow \sum_{d|n} f(d) = n$

6. 21. $(22334, 44332) = (44332, 22334)$

$44332 = 1 \cdot 22334 + 21998$

$22334 = 1 \cdot 21998 + 336$

$21998 = 65 \cdot 336 + 158$

$336 = 2 \cdot 158 + 20$

Scanned by TapScanner

$158 = 7 \cdot 20 + 18$

$20 = 1 \cdot 18 + 2$

$18 = 9 \cdot 2 + 0$

~~$(22334, 44332) = 2$~~ $(44332, 22334) = 2$

$x_{22334} = (0,1) \quad x_{44332} = (1,0)$

$x_{21998} = x_{44332} - x_{22334} = (1,-1)$

$x_{336} = x_{22334} - x_{21998} = (0,1) - (1,-1) = (-1,2)$

$x_{158} = x_{21998} - 65 \cdot x_{336} = (1,-1) - 65(-1,2) = (1,-1) + (-65,130)$

$= (66, -131)$

$x_{20} = x_{336} - 2x_{158} = (-1,2) - 2(66,-131) =$

$= (-1,2) - (132, -262) = (-133, 264)$

$x_{18} = x_{158} - 7 \cdot x_{20} = (66, -131) - 7(-133, 264) =$

$= (66, -131) - (-931, 1848) =$

$= (997, -1979)$

$x_2 = x_{20} - x_{18} = (-133, 264) - (997, -1979) = (-1130, 2243)$

$-1130 \cdot 44332 + 2243 \cdot 22334 = 2$

7. 21

$50 \cdot x \equiv 1 \pmod{79}$

$(50, 79) = 1.$

$79 = 1 \cdot 50 + 29$

$50 = 1 \cdot 29 + 21$

$29 = 1 \cdot 21 + 8$

$21 = 2 \cdot 8 + 5$

$8 = 1 \cdot 5 + 3$

$5 = 1 \cdot 3 + 2$

$3 = 1 \cdot 2 + 1$

Scanned by TapScanner

$2 = 2 \cdot 1 + 0$

$x \equiv 50^{-1} \pmod{79}$

$x_{79} = (1,0)$, $x_{50} = (0,1)$

$x_{29} = x_{79} - x_{50} = (1,-1)$.

$x_{21} = x_{50} - x_{29} = (0,1) - (1,-1) = (-1,2)$

$x_8 = x_{29} - x_{21} = (1,-1) - (-1,2) = (2,-3)$

$x_5 = x_{21} - 2 \cdot x_8 = (-1,2) - (4,-6) = (-5,8)$

$x_3 = x_8 - x_5 = (2,-3) - (-5,8) = (7,-11)$

$x_2 = x_5 - x_3 = (-5,8) - (7,-11) = (-12,19)$

$x_1 = x_3 - x_2 = (7,-11) - (-12,19) = (19,-30)$

$1 = 19 \cdot 79 - 30 \cdot 50$

$-30 \cdot 50 = 1 \pmod{79} \Rightarrow x = -30$

$50^{-1} = -30$

$\Rightarrow x \equiv -30 = \underline{49}$

$79 - 30 = 49$

Scanned by TapScanner