

## Seminar 6

1. Calculati derivata de ordinul  $n \in \mathbb{N}$  a functiilor de mai jos si precizati multimea pe care aceste functii sunt indefinit derivabile

a)  $f(x) = \ln(x + 1)$

b)  $f(x) = \sin x$

c)  $f(x) = (x^2 - x) e^x$

d)  $f(x) = \sqrt{1 - x}$

2. Pentru functiile de la exercitiul anterior, punctul  $x_0 = 0$  si numarul  $n \in \mathbb{N}$ , determinati

a) Polinomul lui Taylor de grad  $n$  asociat functiei  $f$  in punctul  $x_0$

b) Multimea de convergenta a seriei Taylor corespunzatoare.

3. Determinati multimea de convergenta a seriei de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (x - 1)^n$

4. Utilizand operatii cu serii de puteri, justificati egalitatile

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) x^n = \frac{1}{(1+x)^2}, \quad \forall x \in (-1, 1)$$

b)

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^n = \frac{1}{\sqrt{1-x}}, \quad \forall x \in [-1, 1)$$

### Exercitii suplimentare

1. Calculati derivata de ordinul  $n \in \mathbb{N}$  a functiilor de mai jos si precizati multimea pe care aceste functii sunt indefinit derivabile

a)  $f(x) = \cos x$

b)  $f(x) = x\sqrt{x+1}$

c)  $f(x) = \ln(1-x^2)$

d)  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

2. Pentru functiile de la exercitiul anterior, punctul  $x_0 = 0$  si numarul  $n \in \mathbb{N}$ , determinati

a) Polinomul lui Taylor de grad  $n$  asociat functiei  $f$  in punctul  $x_0$

b) Multimea de convergenta a seriei Taylor corespunzatoare.

3. Determinati multimea de convergenta a seriilor de puteri

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)^3} (x+1)^n$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg n\right) x^n$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$

4. Utilizand operatii cu serii de puteri, justificati egalitatile

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(x-1)^2}, \quad \forall x \in (-1, 1)$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

c)

$$x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!(2n+1)} x^{2n+1} = \arcsin x, \quad \forall x \in [-1, 1]$$