Exemple de întrebări (examen oral), care includ comenzi Octave:

1) **1a)** Să se explice rezultatele obținute în cele trei figuri generate de programul Octave de mai jos:

```
pkg load statistics
clear all
close all
N=5000;
X=normrnd(0,1,1,N);
[~,x]=hist(X,50);
figure(1)
norm=1;
hist(X,x,norm);
figure(2)
norm=N;
hist(X,x,norm);
figure(3)
norm=50/(max(X)-min(X));
hist(X,x,norm);
hold on
g=normpdf(x,0,1);
plot(x,g,'r*')
```

1b) În fiecare caz să se indice suma ariilor dreptunghiurilor!

R: vectorul X conține valori aleatoare ale legii N(0,1)

figure(1) : histograma frecvențelor relative; suma ariilor dreptunghiurilor în histograma aceasta este (max(X)-min(X))/50;

figure(2) : histograma frecvențelor absolute; suma ariilor dreptunghiurilor în histograma aceasta este

N*(max(X)-min(X))/50;

figure(3) : histograma a cărei formă estimează funcția de densitate pentru legea N(0,1); suma ariilor dreptunghiurilor în histograma aceasta este 1; steluțele roșii reprezintă puncte de pe graficul funcției de densitate a legii normale N(0,1).

2) Ce probabilitate estimează programul de mai jos? Care este probabilitatea teoretică corespunzătoare?

```
pkg load statistics
clear all
N=1000;
u=unidrnd(12,1,N);
y=mod(u,2)+mod(u,3);
p=sum(y==0)/N
```

R: p estimează probabilitatea ca un număr aleator ales din {1,...,12} să fie divizibil cu 6; probabilitatea teoretică este 2/12=1/6

3) Spre ce valoare (teoretică) converge șirul $(y(i))_{i\geq1}$? Cum ar trebui completat acest program Octave pentru a calcula această valoare teoretică? Cum se completează figura pentru a vizualiza această convergență?

```
pkg load statistics
clear all
close all
figure
N=1000;
x=randi(10,1,N);
for i=1:N
    y(i)=mean(x(1:i).^2);
end
plot([1:N],y,'b.')
```

R: Pe baza LTNM șirul $(y(i))_{i\geq1}$ converge aproape sigur către valoarea
E=mean([1:10].^2) care este valoarea medie a lui X^2 , unde X ~ Unid(10) (v.a. uniform discretă)

```
pkg load statistics
clear all
close all
figure
hold on
N=1000;
x=randi(10,1,N);
for i=1:N
    y(i)=mean(x(1:i).^2);
end
y(N)   % sau  mean(x.^2)
E= mean([1:10].^2)  % y(N) estimeaza pe E
plot([1:N],y,'b.')
plot([1:N],E*ones(1,N),'g-')
```

4) Considerăm următorul experiment: *Într-o urnă sunt 10 bile roșii, 5 bile negre și 5 bile albe. Se extrag aleator fără returnare 4 bile din urnă.*

a) Estimați, folosind comenzi Octave, probabilitatea evenimentului A: *bilele au aceeași culoare*.

b) Afișați probabilitatea teoretică pentru P(A).

R: a)

```
clear all
pkg load statistics
urna=['rrrrrrrrrr','nnnnn','aaaaa'];
N=10000;
contor=0;
for i=1:N
  extragere=randsample(urna,4);
  if length(unique(extragere))==1
    contor++;
  endif
endfor
PA_estimata=contor/N
```

b)

```
PA=nchoosek(10,4)/nchoosek(20,4)+nchoosek(5,4)/nchoosek(20,4)+nchoosek(5,4)/nchoosek(20,4)
```

5) Pe intervalul [-2,5] să se reprezinte grafic (în două ferestre distincte) funcția de densitate, respectiv funcția de repartiție a unei variabile aleatoare X~Exp(2). Apoi, folosind simulări, să se estimeze: a) valoarea medie E(X) și abaterea standard Std(X); b) probabilitatea P(X > 0.7); această probabilitate estimată să se compare cu probabilitatea teoretică corespunzătoare cu ajutorul funcției de repartiție (a distribuției Exp(2)).

R:
```
pkg load statistics
close all
clear all
x=linspace(-2,5,1000);
figure(1)
plot(x,exppdf(x,1/2),'r*');
figure(2)
plot(x,expcdf(x,1/2),'b*');
```
a)
```
x=exprnd(1/2,1,1000);
EX_estimata=mean(x)
Std_estimata=std(x,1)
```
b)
```
P_estimata=mean(x>0.7)
P=1-expcdf(0.7,1/2)
```

6) Fie X și Y două variabile aleatoare independente având distribuțiile:

$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$ și Y ~ Unif[-1,4]. Fie $U=X^3 - Y^3$.

a) Generați 500 de valori pentru U.
b) Estimați varianța lui U.
c) Cât este valoarea medie (teoretică) a lui X^3?
d) Cât este valoarea medie (teoretică) a lui Y^3?

R:
a)
```
clear all
pkg load statistics
r=rand(1,500);
x = -(r<=0.5)+4*(r>0.5);
y=unifrnd(-1,4,1,500);
u=x.^3-y.^3
```
b)
```
var(u,1)
```
c)

$E(X^3)=(-1)^3\cdot 0.5+4^3\cdot 0.5=31.5$

d)

$$E(Y^3) = \int_{-1}^{4} \frac{y^3}{4-(-1)} dy = \frac{1}{5} \cdot \frac{y^4}{4}\Big|_{-1}^{4} = 12.75$$

sau (în Octave):
```
g=@(y)  y.^3.*unifpdf(y,-1,4);
integral(g,-1,4)
```

Alte exemple de întrebări (examen oral):

1) Pentru ce se folosește comanda **ztest** în Octave? Dați ca exemplu un scurt program Octave care folosește această comandă. Explicați rezultatul obținut.
2) Pentru ce se folosește comanda **expcdf** în Octave? Dați un scurt program Octave care folosește această comandă.
3) Pentru ce se folosește comanda **hygernd** în Octave? Dați ca exemplu un scurt program Octave care folosește această comandă.
4) Pentru ce se folosește comanda **mean** în Octave? Dați ca exemplu un scurt program Octave care folosește această comandă.
5) Se generează aleator şi independent 100 de date de tip *Bernoulli*(0.6). Fie X variabila aleatoare care indică de câte ori apare numărul 1 în cele 100 de date generate. Ce distribuție clasică urmează X?
   R: $X \sim Bino(100,0.6)$
6) Definiți funcția de repartiție a unui vector aleator continuu (X,Y); indicați două proprietăți ale acestei funcții.
7) Enunțați definiția clasică a probabilității; dați un exemplu de calcul al probabilității unui eveniment, în care folosiți această definiție.
8) Enunțați regula de înmulțire a probabilităților; dați un exemplu concret în care folosiți această regulă pentru trei evenimente.