

## Subiectul 2

**Problema 1** Considerăm următoarea metodă de aproximare a unei soluții  $\alpha$  a ecuației scalare  $f(x) = 0$ . Se aproximează  $f(x)$  prin  $R_{1,1}(x)$ , aproximanta Padé de grad  $(1,1)$  a lui  $f$  în jurul aproximantiei curente  $x_n$  a rădăcinii. Noua aproximație  $x_{n+1}$  va fi soluția ecuației  $R_{1,1}(x) = 0$ .

(a) Arătați că iterația se poate scrie sub forma

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n) - \frac{1}{2} \frac{f''(x_n)f(x_n)}{f'(x_n)}}.$$

(2p)

(b) Determinați ordinul de convergență al metodei. (1p)

(c) Scrieți o funcție MATLAB pentru implementarea metodei de la punctul (a). Date de intrare  $f, f', f''$ , eroarea absolută și relativă, numărul maxim de iterații. (1p).

(d) Testați metoda pentru a obține cea mai mică rădăcină strict pozitivă a ecuației  $x \tan x - 1 = 0$  cu 6 zecimale exacte (1p). Comparați cu metoda lui Newton. Care metodă necesită mai puține iterații? (1p)

**Problema 2** Determinați o formulă de cuadratură de forma

$$\int_{-1}^1 f(t) dt = A_1 f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + A_2 f(0) + A_3 f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + R(f).$$

(3p)