

Seminar 13

1. Evaluati integralele partiale

a) $\int_0^1 (x^2 + xy + y^2) dy$

b) $\int_y^{y^2} (y - x)^3 dx$

2. Evaluati integralele iterate

a) $\int_1^2 \left(\int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+x^2y^2} dy \right) dx$

b) $\int_0^1 \left(\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2+y^2)^{3/2}} dx \right) dy$

3. Evaluati integralele duble pe multimile specificate

a) $\iint_A \frac{x}{1+xy} dx dy, \quad A = [0, 1] \times [0, 2]$

b) $\iint_A xy dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 4, x \leq y \leq 2x\}$

c) $\iint_A (y+1) dx dy, \quad A \subseteq \mathbb{R}^2$ este multimea marginita de dreptele de ecuatii $y = 0$, $y = 3x$ si $x + y = 3$

d) $\iint_A dx dy, \quad A \subseteq \mathbb{R}^2$ este multimea marginita de curbele de ecuatii $y^2 = 2x$ si $x^2 = 2y$

e) $\iint_A \frac{y}{x} dx dy, \quad A \subseteq \mathbb{R}^2$ este placa triunghiulara de varfuri $P_1(5, 5)$, $P_2(2, 2)$ si $P_3(5, 2)$.

4. Se considera multimea $A \subseteq \mathbb{R}^2$ marginita de dreptele de ecuatii $x = 1$, $y = 0$ si $y = x$.

a) Aratati ca multimea A este simpla in raport cu ambele axe

b) Folosind eventual rezultatul anterior calculati integrala iterata

$$\int_0^1 \left(\int_y^1 \frac{1}{1+x^4} dx \right) dy$$