

Gramatici

- Recapitulare
- Exemple
- Aplicatii
- Algoritmul CYK

Limbaje formale si tehnici de compilare

Limбай formal

Limбай regulate:

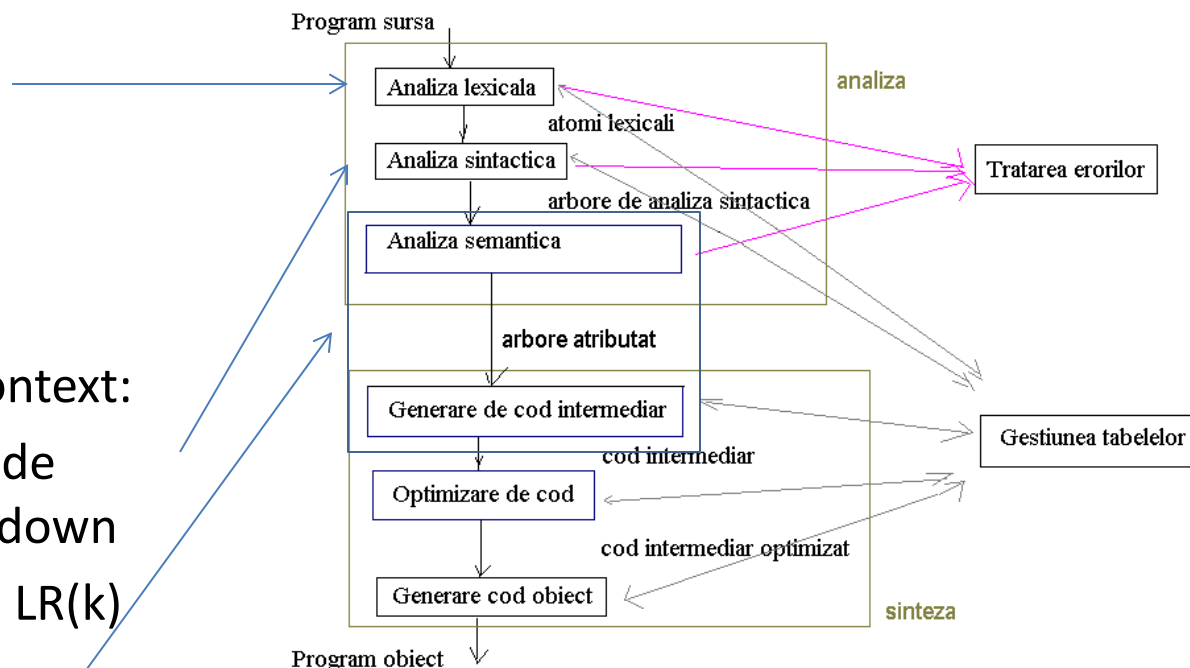
- gramatici regulate,
- automate finite,
- expresii regulate.

Limбай independente de context:

- Gramatici independente de context, automate push-down
- Gramatici speciale: LL(k), LR(k)

Gramatici de atribut

Structura unui compilator



Gramatica

O gramatica este un cvadruplu $\mathbf{G} = (\mathbf{N}, \Sigma, \mathbf{P}, \mathbf{S})$

- \mathbf{N} este un alfabet de simboluri *neterminale*
- Σ este un alfabet de simboluri *terminale*
- $\mathbf{N} \cap \Sigma = \emptyset$
- $\mathbf{P} \subseteq (\mathbf{N} \cup \Sigma)^* \mathbf{N} (\mathbf{N} \cup \Sigma)^* \times (\mathbf{N} \cup \Sigma)^*$
 \mathbf{P} multime finită (multimea regulilor de productie)
- $\mathbf{S} \in \mathbf{N}$ (simbolul de start - simbolul initial)

Notatie:

$(\alpha, \beta) \in \mathbf{P}$ se noteaza: $\alpha \rightarrow \beta$
(α se înlocuieste cu β)

- Gramatici de tip **0**
nici o restricție (*suplimentară*) referitoare la forma regulilor de producție
- Gramaticile de tip **1**
dependente de context \Leftrightarrow ***gramatici monotone***
(*monotonic, non-contracting*)
- Gramaticile de tip **2**
gramatici independente de context
- Gramaticile de tip **3**
gramatici regulate

Curs 2

Ierarhia Chomsky

~ 1959-1963

Fie

- \mathcal{L}_0 - multimea limbajelor generate de gram. de tip 0
- \mathcal{L}_1 - multimea limbajelor generate de gram. de tip 1
- \mathcal{L}_2 - multimea limbajelor generate de gram. de tip 2
- \mathcal{L}_3 - multimea limbajelor generate de gram. de tip 3

Are loc:

$$\mathcal{L}_0 \supset \mathcal{L}_1 \supset \mathcal{L}_2 \supset \mathcal{L}_3$$



- Gramaticile monotona
 - $\forall \alpha \rightarrow \beta \in P: |\alpha| \leq |\beta| \quad \alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$
 - caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.
- Gramatica dependenta de context

reguli de productie sunt de forma:

$$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta \quad A \in N$$

$$\alpha, \beta, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*, \gamma \neq \varepsilon$$
 - caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatica regulara:

reg. prod. sunt de forma

- $A \rightarrow aB$

- $A \rightarrow b$

unde $A, B \in N$ si $a, b \in \Sigma$

caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatica independenta de context:

reg. productie sunt de forma $A \rightarrow \alpha$, $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$

Despre cum se definesc gramaticile regulate si liniare in diverse surse. (cateva aspecte)

Gramatica regulara la dreapta

- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow b$
- unele surse accepta si: $A \rightarrow \epsilon$
- alte resurse nu accepta deloc ϵ

Noi vom folosi definitiile
de pe slide-urile anterioare.

Gramatica regulara la stanga

- $A \rightarrow B a$
- $A \rightarrow b$...

Gramatica liniara la dreapta

- $A \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n B$
- $A \rightarrow b_1 b_2 \dots b_m$...

(gr.regulara la dreapta extinsa)

Gramatica liniara la stanga

...

(gr.regulara la dreapta extinsa)

Gramatica liniara:

- are cel mult un neterminal in membrul drept al regulii de productie

e.g.: $S \rightarrow aSb$
 $S \rightarrow ab$

Gramatici independente de context



- Echivalente

gram. ϵ -independenta

eliminarea regulilor de productie de redenumire

forma normala Greibach

forma normala Chomsky (FNC)

Forma normala Chomsky

Gramatica in forma normala Chomsky

reg. prod. sunt de forma

- $A \rightarrow BC$
- $A \rightarrow d$

unde $A, B, C \in N$ si $d \in \Sigma$

caz special:

$S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$

In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Forma normala Chomsky

Teorema:

Pentru orice gramatica independenta de context exista o gramatica in forma normala Chomsky echivalenta

Constructie:

Fie: gram. ε –independenta, fara redenumiri

Folosim transformari de forma:

$$\begin{array}{lcl} A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n & : & A \rightarrow X_1 Z_1 \\ & & Z_1 \rightarrow X_2 Z_2 \\ & & Z_{n-2} \rightarrow X_{n-1} X_n \end{array}$$

Forma normala Greibach

Gramatica in forma normala Greibach

- reg. prod. sunt de forma
 - $A \rightarrow a \alpha$ unde $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$ si $a \in \Sigma$

- caz special:

$S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$

In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Teorema:

Pentru orice gramatica independenta de context exista o gramatica in forma normala Greibach echivalenta.

Constructie:

Fie: gram. ε –independenta, fara redenumiri

1. (similar cu ce facem pt. eliminare recursivitate stanga)

- impunem o ordine asupra neterminalelor: $N = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
si apoi modific r.p. a.i. sa nu existe $A_i \rightarrow A_j \alpha$ cu $i < j$

2. Pentru $k = n-1, \dots, 1$

avem neterminalul A_k

pentru toate r.p. $A_k \rightarrow A_j \alpha$ ($k < j$)

se inlocuiesc cu: $A_k \rightarrow \beta \alpha$,

pentru toti β a.i. : $A_j \rightarrow \beta$ (in toate modurile posibile)

.

Forma normala Greibach

Analizorul CYK (Courke-Younger-Kasami)

- Se da: G – gramatica independentă de context
in Forma Normală Chomsky (FNC)

$$w \in \Sigma^*$$

- Se cere să se verifice dacă $w \in L(G)$

PP. $w = a_1 a_2 \dots a_n$

Analizorul CYK (Cocke-Younger-Kasami)

$$t_{ij} = \{A \in N \mid A \Rightarrow^* a_i \dots a_{i+j-1}\}$$

Constructia tabelului $T = (t_{ij})$

- $t_{i1} = \{A \in N \mid A \rightarrow a_i\}$
- $t_{ij} = \bigcup_{k=1, j-1} \{A \in N \mid A \rightarrow BC, B \in t_{ik}, C \in t_{i+k, j-k}\}$

$$S \in t_{1n} \quad ?$$

Analizorul CYK (Cocke-Younger-Kasami)

Fie gramatica cu r.p.:

$$S \rightarrow AA \mid AS \mid b$$

$$A \rightarrow SA \mid AS \mid a$$

$$w = abaab$$

$$? w \in L(G)$$

Analizorul CYK (Cocke-Younger-Kasami)

Avem T

$S \in T_{1,n}$

? sirul regulilor de productie aplicate ?

Subalg. recursiv;

- in specif.: pun in evidenta numai param. care se modifica
- foloseste $G, T, w = a_1 \dots a_n$ (date) si obtine r.p. (rezultate)

Subalg. genprod(i, j, A)

- genereaza r.p. ce genereaza substringul $a_i \dots a_{i+j-1}$ din w
- pornind de la neterminalul A din $T_{i,j}$

Analizorul CYK (Courke-Younger-Kasami)

Subalg. genprod(i,j,A)

Daca $j=1$ atunci

*cautam $A \rightarrow a_j \in P$

*rez.partial: r.p.: $A \rightarrow a_j$

altfel

*cautam cel mai mic k a.i.

$A \rightarrow BC \in P$

$B \in t_{ik}, C \in t_{i+k,j-k}$

*rez.partial : r.p. $A \rightarrow BC$

genprod(i,k,B)

genprod(i+k,j-k,C)

sf.daca

Sf.subalg.genprod