

SEMINARUL 4

Dreapta în plan

Problema 4.1. Scrieți ecuațiile parametrice ale unei drepte care:

- (i) trece prin $M_0(1, 2)$ și este paralelă cu vectorul $\mathbf{a}(3, -1)$;
- (ii) trece prin originea coordonatelor și este paralelă cu vectorul $\mathbf{b}(3, 4)$;
- (iii) trece prin $A(1, 7)$ și este paralelă cu axa Oy ;
- (iv) trece prin punctele $M_1(2, 4)$ și $M_2(2, -5)$.

Problema 4.2. O dreaptă este dată prin ecuațiile parametrice $x = 1 - 4t$, $y = 2 + t$. Determinați vectorul director al drepte.

Problema 4.3. Scrieți ecuația unei drepte care

- (i) are coeficientul unghiular $k = -5$ și trece prin punctul $A(1, -2)$;
- (ii) are coeficientul unghiular $k = 8$ și taie pe axa Oy un segment de lungime 2;
- (iii) trece prin punctul $A(-2, 3)$ și formează cu axa Ox un unghi de 60° ;
- (iv) trece prin punctul $B(1, 7)$ și este ortogonală pe vectorul $\mathbf{n}(4, 3)$.

Problema 4.4. Se dă triunghiul ABC : $A(1, 1)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 7)$. Scrieți ecuațiile laturilor acestui triunghi, precum și ecuația medianei care trece prin vârful A .

Problema 4.5. Scrieți ecuația drepte care trece prin punctul $A(-2, 5)$ și care taie pe axele de coordonate segmente de lungimi egale.

Problema 4.6. Se dau mijloacele $M_1(1, 2)$, $M_2(3, 4)$, $M_3(5, -1)$ ale laturilor unui triunghi. Determinați ecuațiile laturilor.

Problema 4.7. Se dă un triunghi cu vârfurile $A(1, 5)$, $B(-4, 3)$ și $C(2, 9)$. Determinați ecuația înălțimii dusă din vârful A pe latura BC .

Problema 4.8. Determinați simetricul punctului $A(10, 10)$ relativ la dreapta $3x + 4y - 20 = 0$.

Problema 4.9. Determinați coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului de vârfuri $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ și $C(5, 6)$.

Problema 4.10. Determinați unghiurile dreptelor:

- 1) $y = 2x + 1$ și $y = -x + 2$;
- 2) $y = 3x - 4$ și $x = 3 + t, y = -1 - 2t$;
- 3) $y = \frac{2}{5}x + 1$ și $4x + 3y - 12 = 0$;
- 4) $2x + 3y = 0$ și $x - y + 5 = 0$;
- 5) $x - 3y + 2 = 0$ și $x = 2 - t, y = 3 + 2t$.

Problema 4.11. Stabiliți ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3, 1)$ și formează cu dreapta $2x + 3y - 1 = 0$ un unghi de 45° .

Problema 4.12. Determinați vârfurile și unghiurile triunghiului care are laturile date de ecuațiile $x + 3y = 0, x = 3, x - 2y + 3 = 0$.

Problema 4.13. Se consideră triunghiul cu vârfurile $A(1, -2), B(5, 4)$ și $C(-2, 0)$. Stabiliți ecuația bisectoarei interioare și cea a bisectoarei exterioare corespunzătoare unghiului A .

Problema 4.14. Determinați simetricul punctului $A(10, 10)$ relativ la dreapta $3x + 4y - 20 = 0$.

Problema 4.15. Să se stabilească ecuația dreptei care trece prin punctul $A(8, 9)$, pentru care lungimea segmentului de pe dreaptă cuprins între dreptele $x - 2y + 5 = 0$ și $x - 2y = 0$ este egală cu 5.

Problema 4.16. Determinați distanțele de la punctele $O(0, 0), A(1, 2)$ și $B(-5, 7)$ la dreapta $\Delta : 6x + 8y - 15 = 0$.

Problema 4.17. Abaterile unui punct M față de dreptele $\Delta_1 : 5x - 12y - 13 = 0$ și $\Delta_2 : 3x - 4y - 19 = 0$ sunt egale, respectiv, cu -3 și -5 . Determinați coordonatele punctului M .

Problema 4.18. Determinați distanțele dintre dreptele paralele

- 1) $x - 2y + 3 = 0$ și $2x - 4y + 7 = 0$;
- 2) $3x - 4y + 1 = 0$ și $x = 1 + 4t, y = 3t$;
- 3) $x = 2 - t, y = -3 + 2t$ și $x = 2s, y = 5 - 4s$.

Problema 4.19. Stabiliți ecuația bisectoarei unghiului format de dreptele $\Delta_1 : x + 2y - 11 = 0$ și $\Delta_2 : 3x - 6y - 5 = 0$, care conține punctul $A(1, -3)$.

Problema 4.20. Demonstrați că figura mărginită de dreptele $x - 3y + 1 = 0, x - 3y + 12 = 0, 3x + y - 1 = 0$ și $3x + y + 10 = 0$ este un pătrat. Calculați-i aria.

Problema 4.21. Stabiliți ecuațiile laturilor unui triunghi cunoscând unul dintre vârfuri, $B(2, -1)$, precum și ecuația unei înălțimi: $3x - 4y + 27 = 0$ și a unei bisectoare: $x + 2y - 5 = 0$, provenind din vârfuri diferite.

Problema 4.22. Se dau ecuațiile

$$x + 2y - 1 = 0, \quad 5x + 4y - 17 = 0, \quad x - 4y + 11 = 0.$$

Determinați ecuațiile înălțimilor triunghiului, fără a determina coordonatele vârfurilor.

Indicație. Scrieți ecuațiile fasciculelor de drepte determinate de câte două laturi și determinați parametrii în așa fel încât dreapta din fascicul să fie perpendiculară pe cea de-a treia latură. \square