
Dreapta și planul în spațiu

Problema 5.1. Scrieți ecuațiile parametrice ale planului care trece prin:

- 1) punctul $M_0(1, 0, 2)$ și este paralel cu vectorii $\mathbf{a}_1(1, 2, 3)$, $\mathbf{a}_2(0, 3, 1)$;
- 2) punctul $A(1, 2, 1)$ și este paralel cu vectorii \mathbf{i}, \mathbf{j} ;
- 3) punctul $A(1, 7, 1)$ și este paralel cu planul xOz ;
- 4) punctele $M_1(5, 3, 2)$, $M_2(1, 0, 1)$ și este paralel cu vectorul $\mathbf{a}(1, 3, -3)$.
- 5) punctul $A(1, 5, 7)$ și prin axa Ox ;
- 6) prin originea coordonatelor și punctele $M_1(1, 0, 1)$, $M_2(-2, -3, 1)$.

Problema 5.2. Scrieți ecuația generală a planului plecând de la ecuațiile sale parametrice:

(a)

$$\begin{cases} x = 2 + 3u - 4v, \\ y = 4 - v, \\ z = 2 + 3u; \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x = u + v, \\ y = u - v, \\ z = 5 + 6u - 4v. \end{cases}$$

Problema 5.3. Stabiliți ecuațiile parametrice ale planului plecând de la ecuația sa generală:

(a) $3x - 6y + z = 0$;

(b) $2x - y - z - 3 = 0$.

Problema 5.4. Stabiliți ecuația planului care trece prin punctul $A(3, 5, -7)$ și care taie pe axele de coordonate segmente de lungime egală.

Problema 5.5. Se dau vârfurile unui tetraedru: $A(2, 1, 0)$, $B(1, 3, 5)$, $C(6, 3, 4)$, $D(0, -7, 8)$. Să se scrie ecuația planului care trece prin muchia AB și prin mijlocul muchiei CD .

Problema 5.6. Stabiliți care dintre următoarele plane se intersectează, sunt paralele sau coincid:

(a) $x - y + 3z + 1 = 0$ și $2x - y + 5z - 2 = 0$;

(b) $2x + 4y + 2z + 4 = 0$ și $4x + 2y + 4z + 8 = 0$;

(c)

$$\begin{cases} x = u + 2v, \\ y = 1 + v, \\ z = u - v \end{cases}$$

și

$$\begin{cases} x = 2 + 3u' + v', \\ y = 1 + u' + v', \\ z = 2 - 2v'. \end{cases}$$

Problema 5.7. Demonstrați că paralelipipedul care are trei fețe neparalele situate în planele $2x + y - 2z + 6 = 0$, $2x - 2y + z + 8 = 0$ și $x + 2y + 2z + 10 = 0$ este dreptunghic.

Problema 5.8. Determinați proiecția ortogonală a punctului $A(1, 3, 5)$ pe dreapta de intersecție a planelor $2x + y + z - 1 = 0$ și $3x + y + 2z - 3 = 0$.

Problema 5.9. Stabiliți ecuația unui plan, știind că punctul $A(1, -1, 3)$ este proiecția ortogonală a originii pe acest plan.

Problema 5.10. Determinați distanța dintre planele paralele $x - 2y - 2z + 7 = 0$ și $2x - 4y - 4z + 17 = 0$.

Problema 5.11. Stabiliți ecuația unui plan care este paralel cu planul $2x - 2y - z - 6 = 0$ și care este situat la distanță de 7 unități de acesta. Este soluția problemei unică?

Problema 5.12. Stabiliți ecuațiile parametrice ale dreptei care trece prin:

1. punctul $M_0(2, 0, 3)$ și este paralelă cu vectorul $\mathbf{a}(3, -2, -2)$;
2. punctul $A(1, 2, 3)$ și este paralelă cu axa Ox ;
3. punctele $M_1(1, 2, 3)$ și $M_2(4, 4, 4)$.

Problema 5.13. Se dau vârfurile $A(1, 2, -7)$, $B(2, 2, -7)$, $C(3, 4, -5)$ ale unui triunghi. Să se scrie ecuațiile bisectoarei interioare a unghiului A .

Problema 5.14. Stabiliți ecuațiile parametrice ale dreptei determinate de planele $x + y + 2z - 3 = 0$ și $x - y + z - 1 = 0$.

Problema 5.15. Stabiliți că dreapta $x = 1 - 2t, y = 3t, z = -2 + t$ este paralelă cu dreapta $x = 7 + 4s, y = 5 - 6s, z = 4 - 2s$ și determinați distanța dintre ele.

Problema 5.16. Demonstrați că dreapta $x = -3t, y = 2 + 3t, z = 1$ se intersectează cu dreapta $x = 1 + 5s, y = 1 + 13s, z = 1 + 10s$ și determinați coordonatele punctului de intersecție.

Problema 5.17. Pentru ce valoare a parametrului m dreapta $x = -1 + 3t, y = 2 + mt, z = -3 - 2t$ nu are puncte comune cu planul $x + 3y + 3z - 2 = 0$?