

Seminarul 5

1. O variabilă aleatoare continuă X are funcția de densitate $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cxe^{-x}, & x > 0. \end{cases}$

Determinați $c \in \mathbb{R}$ și apoi calculați:

- funcția de repartiție a lui X ;
- probabilitatea evenimentului $\{|X - 3| > 2\}$;
- probabilitatea evenimentului $\{X < 3\}$, știind că are loc evenimentul $\{X > 1\}$.

Valoarea medie a unei v.a. continue X , care are funcția de densitate f , este

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} tf(t)dt, \text{ dacă } \int_{-\infty}^{\infty} |t|f(t)dt < \infty.$$

2. Timpul (în secunde) de descărcare completă a unui condensator este o variabilă aleatoare T care are distribuția exponențială cu parametrul $\lambda > 0$: $T \sim \text{Exp}(\lambda)$. Determinați parametrul λ , știind că $E(T) = 5$ (secunde), apoi calculați probabilitatea evenimentului E : “condensatorul se descarcă complet după cel puțin 4 secunde”.

3. Un circuit are trei condensatoare, care funcționează independent unele de altele. Timpul de descărcare completă a fiecărui condensator are distribuția exponențială cu valoarea medie de 3 secunde. Știind că cele trei condensatoare sunt grupate în circuit așa cum indică

- figura A (în paralel),
 - figura B (în serie),
- determinați valoarea medie a timpului de funcționare a circuitului.

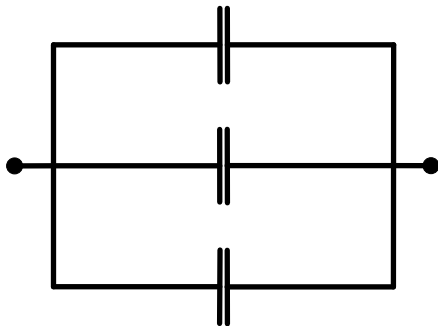


Figura A



Figura B

4. Ce probabilitate estimează valoarea p din codul de mai jos? Calculați probabilitatea teoretică corespunzătoare.

```
[ ]: from scipy.stats import randint, uniform
N=10000
u = randint.rvs(0,10,size=N)
y = uniform.rvs(loc=0,scale=3,size=N)*(u<=3)+uniform.rvs(loc=3,scale=6,size=N)*(u>3)
p = sum((y>=2)&(y<=5))/N
```

Observație: Toate metodele `rvs` din codul de mai sus generează valori pentru variabile aleatoare independente.

5. Fie vectorul aleator continuu (X, Y) cu funcția de densitate $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x-2y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{altfel.} \end{cases}$$

Determinați:

- a) funcția de repartiție a vectorului aleator (X, Y) ;
- b) funcțiile de repartiție ale variabilelor aleatoare X și Y ;
- c) funcții de densitate ale variabilelor aleatoare X și Y ;
- d) dacă variabilele aleatoare X și Y sunt independente sau dependente.

6. Funcția de repartiție $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a unei variabile aleatoare continue X are expresia:

$$F(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \leq x < 2 \\ d, & x < 0 \\ e, & x \geq 2. \end{cases}$$

Determinați $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, dacă: i) $P(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$; ii) $E(X) = 1$.