Introduction à l'API C++ de Cplex

HASSAN Lucas, JACQUOT Paulin

décembre 2015

1 Exerci 1

1.1 Modélisation naïve du problème

Le problème se modélise naturellement de la façon suivant :

$$\begin{aligned} & \max \sum_{(i,j)\in M} x_i ij \\ & H^p(M) + H^a(M) \geq 2 \end{aligned} \tag{1}$$

Où $H^p(M) = \frac{\sum_{(i,j)\in M} H^p_{ij} C^p_{ij} x_{ij}}{\sum_{(i,j)\in M} C^p_{ij} x_{ij}}$ et $H^a(M) = \frac{\sum_{(i,j)\in M} H^p_{ij} C^a_{ij} x_{ij}}{\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} x_{ij}}$

On remarque que la contrainte définie est fractionnaire. Ainsi on choisit la linéariser de la manière suivante :

Cette contrainte s'écrit aussi :

$$\sum_{(i,j)\in M} H^p_{ij} C^p_{ij} x_{ij} (\sum_{(i,j)\in M} C^p_{ij} x_{ij}) + \sum_{(i,j)\in M} H^a_{ij} C^a_{ij} x_{ij} (\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} x_{ij}) \geq 2 (\sum_{(k,l)\in M} C^a_{kl} x_{kl}) (\sum_{(k,l)\in M} C^p_{kl} x_{kl}) \tag{2}$$

Définissons les variables réelles p et a telle que :

$$\begin{aligned} & p = (\sum_{(i,j)\in M} C^p_{ij} x_{ij}) \\ & a = (\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} x_{ij}) \end{aligned} \tag{3}$$

Les contraintes s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{(i,j)\in M} H^p_{ij} C^p_{ij} p x_{ij} + \sum_{(i,j)\in M} H^a_{ij} C^a_{ij} a x_{ij} \geq 2 (\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} p x_{ij}) \\ & p = (\sum_{(i,j)\in M} C^p_{ij} x_{ij}) a = (\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} x_{ij}) \end{aligned} \tag{4}$$

On définit ensuite $\forall \quad (i,j) \in M a_{ij} = a x_{ij}$ et $p_{ij} = p x_{ij}$

On sait que l'égualité $a_{ij} = a x_{ij}$ s'écris encore :

$$\begin{aligned} & a_{ij} \leq a_{max} x_{ij} \\ & a_{ij} \leq a \\ & a_{ij} \geq (x_{ij} - 1) a_{max} + a \\ & a_{ij} \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

où a_{max} est une borne supérieur de a. Une borne supérieur triviale de a est ici $\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij}$.

Ainsi, on définit le problème linéarisé :

$$
\begin{aligned}
&\max \sum_{(i,j)\in M} x_{ij} \\
&\sum_{(i,j)\in M} H^p_{ij} C^p_{ij} p_{ij} + \sum_{(i,j)\in M} H^a_{ij} C^a_{ij} a_{ij} \geq 2\big(\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} p_{ij}\big) \\
&a_{ij} \leq a_{max} x_{ij} \\
&a_{ij} \leq a \\
&a_{ij} \geq (x_{ij} - 1) a_{max} + a \\
&a_{ij} \geq 0 \\
&p_{ij} \leq p_{max} x_{ij} \\
&p_{ij} \leq p \\
&p_{ij} \geq (x_{ij} - 1) p_{max} + p \\
&p_{ij} \geq 0 \\
&p = \big(\sum_{(i,j)\in M} C^p_{ij} x_{ij}\big) \\
&a = \big(\sum_{(i,j)\in M} C^a_{ij} x_{ij}\big)
\end{aligned}
\tag{6}
$$