1.Logistics Regression

- **使用 -1， 1 作为label**

$$log\frac{(p(y=1|x))}{(p(y=0|x))}=W^Tx+b$$
$$p(y=1|x)+p(y=0|x)=1$$

可得：

$$p(y=1|x)=\frac{1}{1+e^{-W^Tx}}$$
$$p(y=0|x)=\frac{1}{1+e^{W^Tx}}$$

联合起来可得：

$$p(y|x)=\frac{1}{1+e^{-yW^Tx}},y\in\{0,1\}$$

使用最大似然函数可推得损失函数为：

$$min \quad -\log p(y|x)=log(1+e^{-yW^Tx})$$

梯度下降法求解:

$$w=w-alpha*\frac{(e^{-yW^Tx})*(-y*x)}{(1+e^{-yW^Tx})}$$

```
"""
y_w_x=np.exp(-y * W^T * x)
"""
y_w_x=np.exp(-y[j]*np.dot(self.weights.T,tmp_x))
"""
grad=(1+y_w_x)*(-y*x)/(1+y_w_x)
"""
grad=y_w_x*(-y[j]*tmp_x)/(1+y_w_x)
self.weights=self.weights-self.learning_rate*grad
```

- **使用 1,0作为标签**

有概率：

$$p(y|x) = (\frac{1}{1+e^{-W^Tx}})^y(\frac{1}{1+e^{W^Tx}})^{1-y}, y \in \{0,1\}$$

有**损失函数**：

$$min \quad ylog(1+e^{-W^Tx}) + (1-y)log(1+e^{W^Tx})$$

Q:对数几率的理论解释？概率比值的对数服从线性分布？

2.Poisson Regression

[泊松分布博客]

[泊松分布wikipedia]

- 假设离散随机变量Y服从如下概率分布函数：

$$P(y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}$$

其中$\lambda > 0, y = 0,1,2,....$则称$Y$服从泊松分布。

有如下性质：

a.$E[Y] = \lambda$

b.$Var[Y] = \lambda$

c.$Y_1 \sim Poisson(\lambda_1), Y_2 \sim Poisson(\lambda_2)$则 $Y = Y_1 + Y_2 \sim Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$

- 泊松回归

对于$\lambda = W^Tx + b$，或者$\lambda = e^{W^Tx+b}$有：

$$P(Y=y|\lambda) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}$$

那么在已知数据$\{(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_n,y_n)\}$时，可以对参数$W$和$b$进行求解估计。

- 损失函数

使用最大似然估计对泊松回归进行求解：

$$max \quad log(\prod_{i=0}^{n} \frac{\lambda_i^{y_i} e^{-\lambda_i}}{y_i!})$$

则可以得到相应的 `损失函数` 为：

$$min - ylog(\lambda) + \lambda + \sum_{k=1}^{y} logk$$

- 梯度下降法求解($\lambda = e^{W^T x + b}$)

$$\begin{aligned} W &= W - \alpha f'(W) \\ f &= -y(W^T x + b) + e^{W^T x + b} + \sum_{k=1}^{y} logk \\ f'(W) &= -yx + e^{W^T x + b} \cdot x \end{aligned}$$

Q: 损失函数是不是再用一个Log的好。

```
                """
                grad=-y*x+np.exp(w^Tx)+x
                """
        grad=-tmp_x*y[j]+np.exp(np.dot(self.weights.T,tmp_x))*tmp_x

                """
                w=w-alpha * grad(w)
                """
                self.weights-=self.learning_rate*grad
```