Calculo III

April 8, 2021

1 Resolução: Exercício 2 - P1

2. Calcule a área da superfície **S** descrita como sendo a parte do cone $z = \sqrt{6x^2 + 6y^2}$ que está acima do círculo $(x-1)^2 + y^2 \leq 1$.

Inicialmente, importa-se as bibliotecas.

[2]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy as sp
from math import sqrt
from sympy import *
from math import pi
from sympy.plotting import plot3d
x, y, z, phi, rho = symbols('x, y, z, phi, rho')
```

Define-se a função cônica:

[4]:
```
def cone(x,y):
    return sqrt((6*(x**2)) + (6*(y**2)))
```

Calcula-se as derivadas da função cone em relação a x e a y.

[6]:
```
cone_dx = diff(cone(x,y), x)
cone_dy = diff(cone(x,y), y)
cone_dy
cone_dx
```

[6]:

$$\frac{6x}{\sqrt{6x^2 + 6y^2}}$$

[8]:
```
cone_dx
```

[8]:

$$\frac{6x}{\sqrt{6x^2 + 6y^2}}$$

Calculando-se a *área de superfície* por $\sqrt{fx^2 + fy^2 + 1}$, tem-se:

[10]:
```python
def area_sup(fx,fy):
    return sqrt(((fx)**2) + ((fy)**2) + 1)
ans = area_sup(cone_dx,cone_dy)
ans
```

[10]:

$$\sqrt{\frac{36x^2}{6x^2+6y^2}+\frac{36y^2}{6x^2+6y^2}+1}$$

Deixando em evidência $x^2 + y^2$ nas duas frações, tem-se $\sqrt{\frac{36(x^2+y^2)}{6(x^2+y^2)}+1}$. Simplificando esta fração, tem-se:

[12]:
```python
simp = simplify(ans)
simp
```

[12]:

$$\sqrt{7}$$

Por fim, calcula-se a integral dupla $2\int_{\pi}^{\pi/2}\int_{0}^{2cos\phi}\sqrt{7}\,dr\,d\theta$.

[14]:
```python
ans = integrate( ((simp) * rho), (rho, 0, 2 * cos(phi)) )
ans_2 = 2*integrate( ans , (phi, pi / 2, pi) )
ans_2
```

[14]:

$$3.14159265358979\sqrt{7}$$

Portanto, a área de superfície do cone acima da circunferência é $\pi\sqrt{7}$.