Noção Intuitiva de Limites

Cálculo 01

Tendências

Um "$x \rightarrow$" pode ser lido como "tende a". Para elucidar, vejamos alguns dos casos abaixo:

- $1, 2, 3, 4, 5, \ldots \qquad x \rightarrow +\infty$
  Podemos ver claramente que este número tende ao infinito.

- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots \qquad x \rightarrow 1$
  Neste caso, podemos observar que o numerador sempre será o denominador -1, desta forma, tenderá sempre a 1 mas nunca o alcançará.

- $0, -1, -2, -3, -4 \qquad x \rightarrow -\infty$
  Neste caso também é evidente que tende ao infinito negativo.

- $1, \frac{1}{2}, 2, \frac{2}{3}, 3, \frac{3}{4} \qquad \textit{Não tem limite}$
  Não é difícil perceber que nesta sequência existem duas funções agindo, uma para os pares outra para os ímpares. Neste caso, é intuitivo perceber que não há como definir o limite.

Entendendo Limites

Para entender limites, tome a seguinte função:

$$y = \frac{1}{x}$$

$x \rightarrow +\infty$

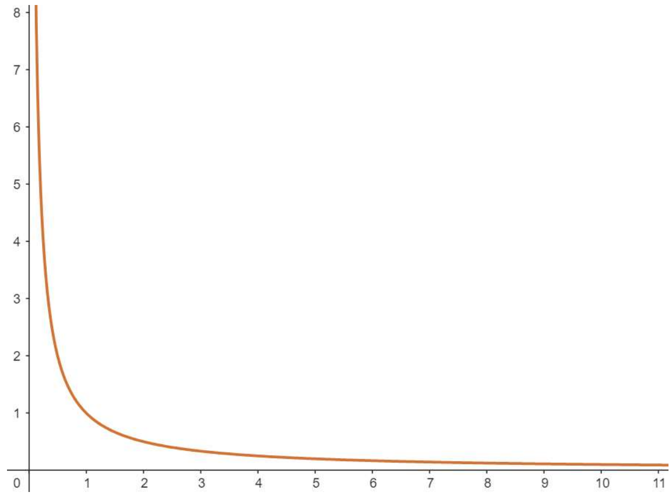
Vamos tabelar o que acontece com y quando tendemos x ao infinito.

x	y
1	1
2	0,5
10	0,1
100	0,01
...	...

Desta forma, fica evidente que quando $x \rightarrow +\infty$ por consequência $y \rightarrow 0$.
Exatamente desta forma, podemos assumir a notação:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

"Quando x tende ao infinito positivo a função $\frac{1}{x}$ tende a zero ".



$x \to -\infty$

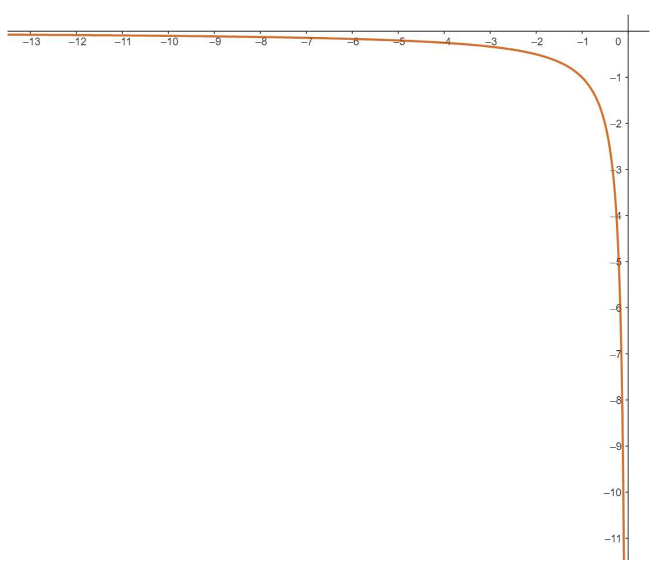
Vamos tabelar agora o que acontece com y quando tendemos x ao infinito negativo.

x	**y**
-1	-1
-2	-0,5
-10	-0,1
-100	- 0,01
...	...

Desta forma, fica evidente que quando $x \to -\infty$ por consequência $y \to 0$.
Podemos assumir a notação:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$$

"Quando x tende ao infinito negativo a função $\frac{1}{x}$ tende a zero".



$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \ = ?$$

Neste caso, vamos começar tabelando X e Y:

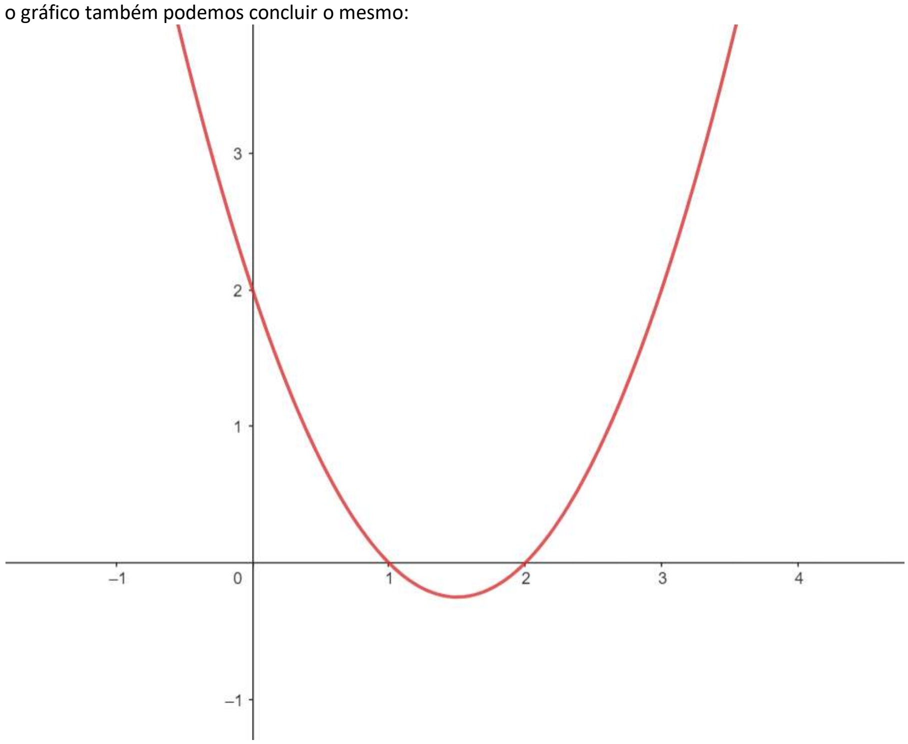
X	Y
1	0
2	0
3	2
4	6

Estamos tratando de uma equação do segundo grau, logo, temos duas raízes. Os dois primeiros resultados são as raízes! Que é por onde o gráfico intersecta no eixo X. O termo independente (2) da função é por onde intersecta no eixo Y.

Só com a tabela já podemos responder:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Entretando, olhe que com o gráfico também podemos concluir o mesmo:



$$\lim_{x \to 1} f(x) = ?$$

O raciocínio de **tabelar valores** de X para analisar o comportamento de Y e determinar o limite deve ser utilizado mais em situações onde tratamos de limites **infinitos** ou **indefinições** (como $\frac{0}{0}$) .

Quando temos **limites definidos** devemos buscar simplesmente aplicar o valor que x tende diretamente na equação e teremos a resposta em Y.

$$\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}^2 - 3\mathrm{x} + 2$$

$f(1) = 1^2 - 3(1) + 2$

$\mathrm{f}(1) = 0$

Logo

$\lim_{x \to 1} f(x) = 0$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = ?$$

Este é um caso que devemos analisar com muito cuidado, vamos tabelar os valores para elucidar:

X	Y
2	5
3	3,5
4	3

5	2,75

Até então, estávamos acostumados em casos como esse para simplesmente definir que y tende então a zero.
Entretanto, se nós aplicarmos um valor alto e fácil de calcular (como 20), poderemos ver que seu valor continua no intervalo de 2. Sequer precisamos efetuar toda a divisão, basta analisar que a parte inteira é dois.

20	Aprox. 2

Desta forma então, vemos que y não tende a 0, e sim a 2!

Quando temos **limites definidos** devemos buscar simplesmente aplicar o valor que x tende diretamente na equação e teremos a resposta em Y.
Logo

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$$