## Calcolo integrale — Primo compito di esonero

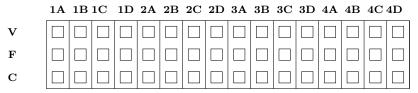
		O	_	
25 Marzo	2022 -	- Compito n.	—	

Istruzioni: le prime due caselle (V / F) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "C" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.

Per selezionare una casella, annerirla completamente:  $\blacksquare$  (non  $\boxtimes$  0  $\bigcirc$ ).

Nome:					
Cognome:	 	 	 	 	
Matricola:					

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.



1) Sia  $0 < a_k \le 1$  tale che

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k \text{ è convergente.}$$

- **1A)** La successione  $\frac{1}{a_k}$  è illimitata.
- **1B)** Se  $b_k > 0$  è tale che  $\frac{b_k}{a_k}$  tende a zero, la serie di termine generico  $b_k$  è convergente.
- **1C)** La serie di termine generico  $k^6 a_k$  può divergere.
- **1D)** La serie di termine generico  $a_k^3$  può divergere.
- 2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.
- 2A) La serie di termine generico

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt[7]{k}}\right) \cos\left(\frac{1}{k^3}\right)$$

è divergente.

- **2B)** La serie di termine generico  $\frac{6^k k!}{k^k}$  è divergente.
- **2C**) La serie di termine generico  $\frac{(-1)^k}{k^4}$  converge semplicemente ma non assolutamente.
- **2D)** La serie di termine generico  $\frac{(-1)^k}{\sqrt[5]{k}}$  converge semplicemente ma non assolutamente.

3) Si consideri la funzione

$$f(x) = x^6 e^{2x}.$$

- **3A)** Il raggio di convergenza della serie di Taylor di f(x) è infinito.
- **3B)** Il coefficiente del termine di grado 6 nella serie di Taylor di f(x) vale 0.
- **3C)** Si ha  $f^{(7)}(0) = 2$ .
- **3D)** Sia  $g(x) = \frac{f(x)}{x^5}$ . Allora g'(0) = 1.
- 4) Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{a_k}{(k+1)^8} (x-6)^k.$$

- **4A)** Se  $a_k \equiv 13$ , il raggio di convergenza della serie è R = 8.
- **4B)** Se  $a_k = 4^k$  il raggio di convergenza della serie è  $R = \frac{1}{4}$ .
- **4C**) Se  $a_k = k!$ , il raggio di convergenza della serie è 0.
- **4D)** Se  $a_k = (k+1)^7$ , la serie diverge per x = 5.

5) a) Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \, k^3 \left[ \sin \left( \frac{6}{k^2} \right) \right]^5.$$

b) Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 7^k \left( e^{\frac{5}{k!}} - 1 \right).$$

c) Data

$$f(x) = x^4 e^{3 x^5},$$

se ne scriva la serie di Taylor e si calcoli  $f^{(4)}(0)$ .

d) Data

$$f(x) = x^3 \cos(5 x),$$

si calcolino  $f^{(4)}(0)$  e  $f^{(5)}(0)$ .



6) Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(5x-8)^k}{k(k-1)}.$$

- ${\bf a)}$  Si scriva la serie come serie di potenze.
- b) Si determini il raggio di convergenza della serie.
- c) Si determini l'insieme di convergenza della serie.
- $\mathbf{d}$ ) Si determini la funzione f''(x).