

Calcolo integrale — Primo compito di esonero
25 Marzo 2022 — Compito n. ■■■■■■■■■■ **—** ■■■■■■■■■■ ■■■■■■■■■■ ■■■■■■■■■■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella “**C**” serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non \boxtimes o \boxdot).

Nome: _____

Cognome: _____

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--	--

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1) Sia $0 < a_k \leq 1$ tale che

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k \text{ è convergente.}$$

1A) La successione $\frac{1}{a_k}$ è illimitata.

1B) Se $b_k > 0$ è tale che $\frac{b_k}{a_k}$ tende a zero, la serie di termine generico b_k è convergente.

1C) La serie di termine generico $k^6 a_k$ può divergere.

1D) La serie di termine generico a_k^3 può divergere.

2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

2A) La serie di termine generico

$$\ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[7]{k}} \right) \cos \left(\frac{1}{k^3} \right)$$

è divergente.

2B) La serie di termine generico $\frac{6^k k!}{k^k}$ è divergente.

2C) La serie di termine generico $\frac{(-1)^k}{k^4}$ converge semplicemente ma non assolutamente.

2D) La serie di termine generico $\frac{(-1)^k}{\sqrt[5]{k}}$ converge semplicemente ma non assolutamente.

3) Si consideri la funzione

$$f(x) = x^6 e^{2x}.$$

3A) Il raggio di convergenza della serie di Taylor di $f(x)$ è infinito.

3B) Il coefficiente del termine di grado 6 nella serie di Taylor di $f(x)$ vale 0.

3C) Si ha $f^{(7)}(0) = 2$.

3D) Sia $g(x) = \frac{f(x)}{x^5}$. Allora $g'(0) = 1$.

4) Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{a_k}{(k+1)^8} (x-6)^k.$$

4A) Se $a_k \equiv 13$, il raggio di convergenza della serie è $R = 8$.

4B) Se $a_k = 4^k$ il raggio di convergenza della serie è $R = \frac{1}{4}$.

4C) Se $a_k = k!$, il raggio di convergenza della serie è 0.

4D) Se $a_k = (k+1)^7$, la serie diverge per $x = 5$.

--	--	--	--	--	--	--	--

Cognome

Nome

Matricola

Compito

5) a) Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} k^3 \left[\sin \left(\frac{6}{k^2} \right) \right]^5 .$$

b) Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 7^k \left(e^{\frac{5}{k!}} - 1 \right) .$$

c) Data

$$f(x) = x^4 e^{3x^5} ,$$

se ne scriva la serie di Taylor e si calcoli $f^{(4)}(0)$.

d) Data

$$f(x) = x^3 \cos(5x) ,$$

si calcolino $f^{(4)}(0)$ e $f^{(5)}(0)$.



6) Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(5x-8)^k}{k(k-1)}.$$

- a) Si scriva la serie come serie di potenze.
 - b) Si determini il raggio di convergenza della serie.
 - c) Si determini l'insieme di convergenza della serie.
 - d) Si determini la funzione $f''(x)$.
-