Calcolo integrale — Secondo compito di esonero
6 Maggio 2022 — Compito n. 00225 — ☐☐■■■☐☐☐☐■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ____________________

Cognome: ____________________

Matricola: | | | | | | | |

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

---

1) Sia

$$F(t) = \int_{-2\sqrt{\pi}}^{t} [10 + 7\,\sin(3\,x^2)]\,dx\,.$$

1A) La funzione $F(t)$ è derivabile per ogni t in $\mathbb{R}$.
1B) Si ha $F'(0) = 0$.
1C) La funzione $F(t)$ è decrescente su $\mathbb{R}$.
1D) Si ha $F(-8) < 0$.

---

2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

2A) Si ha

$$\int_0^1 [24x^3 + 26x - 19]\,dx = 0\,.$$

2B) Si ha

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{6}\right)^{-x} dx = \frac{5}{\ln(6)}\,.$$

2C) Si ha

$$\int_0^{9\,\pi} \sin(11\,x)\,dx = \frac{2}{11}\,.$$

2D) Si ha

$$\int_0^{\sqrt[3]{5}} \frac{8\,x^2}{1 + x^3}\,dx = \ln(6)\,.$$

---

3) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

3A) Si ha

$$\int_{12}^{18} \frac{dx}{x-6} = \int_{36}^{66} \frac{dx}{x-6}\,.$$

3B) Si ha

$$\int_{10}^{14} \frac{dx}{(x-6)^2} = 3\int_{18}^{30} \frac{dx}{(x-6)^2}\,.$$

3C) Si ha

$$\int_8^{10} \frac{2x - 18}{x^2 - 18x + 77}\,dx = 2\,\ln(3)\,.$$

3D) Si ha

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = 4\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{1 + 16\,x^2}\,.$$

---

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

4A) Si ha

$$\int_3^4 \frac{e^{4\,x}}{\sqrt[4]{4-x}}\,dx < +\infty\,.$$

4B) Si ha

$$\int_3^{+\infty} \frac{e^{-4\,x}}{\sqrt[6]{x-2}}\,dx = +\infty\,.$$

4C) Si ha

$$\int_4^5 \frac{dx}{\sqrt[4]{\sin(x-4)}} < +\infty\,.$$

4D) Si ha

$$\int_9^{+\infty} \frac{\cos(7\,x)}{\sqrt[3]{x}}\,\sin\left(\frac{4}{x}\right) dx < +\infty\,.$$

☐☐☐☐☐☐☐☐ **Cognome** **Nome** **Matricola** **Compito 00225**

5) Determinare una primitiva delle funzioni $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ e $k(x)$, e calcolare gli integrali.

$$\textbf{a)}\ f(x) = 8\,x^3\ \cos(4\,x^2)\,, \quad \int_{\sqrt{5\,\pi}}^{\sqrt{7\,\pi}} f(x)\,dx\,, \qquad \textbf{b)}\ g(x) = (6x^2+8x+1)\,\mathrm{e}^{6\,x}\,, \quad \int_0^1 g(x)\,dx\,,$$

$$\textbf{c)}\ h(x) = \frac{2\,x+15}{x^2-5x}\,dx\,, \quad \int_6^{5+\mathrm{e}} h(x)\,dx\,, \qquad \textbf{d)}\ k(x) = \frac{x+4}{x-4}\,, \quad \int_{11}^{25} k(x)\,dx\,,$$

6) Sia

$$F(t) = \int_{-2}^{t} \frac{e^{7x^2}}{\sqrt{x+3}}\,dx$$

a) Dimostrare che $F(t)$ è definita per ogni $t \geq 0$ e che è derivabile per ogni $t \geq 0$.
b) Calcolare $F(-2)$ e $F'(0)$.
c) Dimostrare che $F(t)$ è crescente su $[-2, +\infty)$.
d) Dimostrare che si ha

$$\int_{-3}^{-2} \frac{e^{7x^2}}{\sqrt{x+3}}\,dx < +\infty\,.$$