

MA4702. Programación Lineal Mixta. 2020.**Profesor:** José Soto**Auxiliar:** Diego Garrido**Fecha:** 14 de mayo de 2020.

Dimensión y Caras

1. P1

Un vertex cover (VC) de $G = (V, E)$ es un conjunto de vértices $W \subseteq V$ talque para cada $e \in E$ tiene al menos un extremo en W . Sea $P_{vc}(G) = \text{conv}\{\chi^W : W \text{ es } VC \text{ de } G\} \subseteq \mathbb{R}^V$. Es fácil ver que:

$$P_{vc}(G) \subseteq Q(G) := \{x \in \mathbb{R}^V : x_u + x_v \geq 1, \forall (u, v) \in E, 0 \leq x_v \leq 1, \forall v \in V\}$$

- Pruebe que P_{vc} es de dimensión completa.
- Pruebe que las desigualdades $x_v \leq 1$ inducen facetas.
- Pruebe que si existe un ciclo $\{(u, v), (v, w), (w, u)\} \subseteq E$ de largo 3, entonces, la desigualdad $x_u + x_v + x_w \geq 2$ es válida y la desigualdad $x_u + x_v \geq 1$ no induce faceta.

2. P2

Sea $a \in \mathbb{R}_{++}^n$ y $b \in \mathbb{R}_{++}$ tal que $\sum_{i=1}^n a_i > b$. Consideremos el polítopo de Knapsack:

$$K_n = \text{conv}(\{x \in \{0, 1\}^n : a^T x \leq b\})$$

Y el polítopo de Knapsack Fraccionario:

$$K\text{-}Fr_n = \{x \in [0, 1]^n : a^T x \leq b\}$$

- Contraste K_n con $K\text{-}Fr_n$. ¿ $K_n = K\text{-}Fr_n$? ¿Se tiene alguna inclusión?
- Calcula la dimensión de $K\text{-}Fr_n$ y de K_n .
- Encuentre las facetas de $K\text{-}Fr_n$.