

2023 年第二十届五一数学建模竞赛题目

B 题：快递需求分析问题

网络购物作为一种重要的消费方式，带动着快递服务需求飞速增长，为我国经济发展做出了重要贡献。准确地预测快递运输需求数量对于快递公司布局仓库站点、节约存储成本、规划运输线路等具有重要的意义。附件 1、附件 2、附件 3 为国内某快递公司记录的部分城市之间的快递运输数据，包括发货日期、发货城市以及收货城市(城市名已用字母代替，剔除了 6 月、11 月、12 月的数据)。请依据附件数据，建立数学模型，完成以下问题：

问题 1：附件 1 为该快递公司记录的 2018 年 4 月 19 日—2019 年 4 月 17 日的站点城市之间(发货城市-收货城市)的快递运输数据，请从收货量、发货量、快递数量增长/减少趋势、相关性等多角度考虑，建立数学模型，对各站点城市的重要程度进行综合排序，并给出重要程度排名前 5 的站点城市名称，将结果填入表 1。

表 1 问题 1 结果

排序	1	2	3	4	5
城市名称					

问题 2：请利用附件 1 数据，建立数学模型，预测 2019 年 4 月 18 日和 2019 年 4 月 19 日各“发货-收货”站点城市之间快递运输数量，以及当日所有“发货-收货”站点城市之间的总快递运输数量，并在表 2 中填入指定的站点城市之间的快递运输数量，以及当日所有“发货-收货”站点城市之间的总快递运输数量。

表 2 问题 2 结果

日期	“发货-收货”城市之间的快递运输数量		所有“发货-收货”城市之间的总快递运输数量
2019 年 4 月 18 日	M-U		
	Q-V		
	K-L		
	G-V		
2019 年 4 月 19 日	V-G		
	A-Q		
	D-A		
	L-K		

问题 3：附件 2 为该快递公司记录的 2020 年 4 月 28 日—2023 年 4 月 27 日的快递运输数量。由于受到突发事件影响，部分城市之间快递线路无法正常运输，导致站点城市之间无法正常发货或收货（无数据表示无法正常收发货，0 表示无发货需求）。请利用附件 2 数据，建立数学模型，预测 2023 年 4 月 28 日和 2023 年 4 月 29 日可正常“发货-收货”的站点城市对(发货城市-收货城市)，并判断表 3 中指定的站点城市对是否能正常发货，如果能正常发货，给出对应的快递运输数量，并将结果填入表 3。

表 3 问题 3 结果

日期	“发货-收货”站点城市对	是否能正常发货 (填写“是”或“否”)	快递运输数量
2023 年 4 月 28 日	I-S		
	M-G		
	S-Q		
	V-A		
	Y-L		
2023 年 4 月 29 日	D-R		
	J-K		
	Q-O		
	U-O		
	Y-W		

问题 4：图 1 给出了所有站点城市间的铁路运输网络，铁路运输成本由以下公式计算：成本 = 固定成本 $\times \left[1 + \left(\frac{\text{实际装货量}}{\text{额定装货量}} \right)^3 \right]$ 。在本题中，假设实际装货量允许超过额定装货量。所有铁路的固定成本、额定装货量在附件 3 中给出。在运输快递时，要求每个“发货-收货”站点城市对之间使用的路径数不超过 5 条，请建立数学模型，给出该快递公司成本最低的运输方案。利用附件 2 和附件 3 的数据，计算该公司 2023 年 4 月 23—27 日每日的最低运输成本，填入表 4。

备注：为了方便计算，不对快递重量和大小进行区分，假设每件快递的重量为单位 1。仅考虑运输成本，不考虑中转等其它成本。

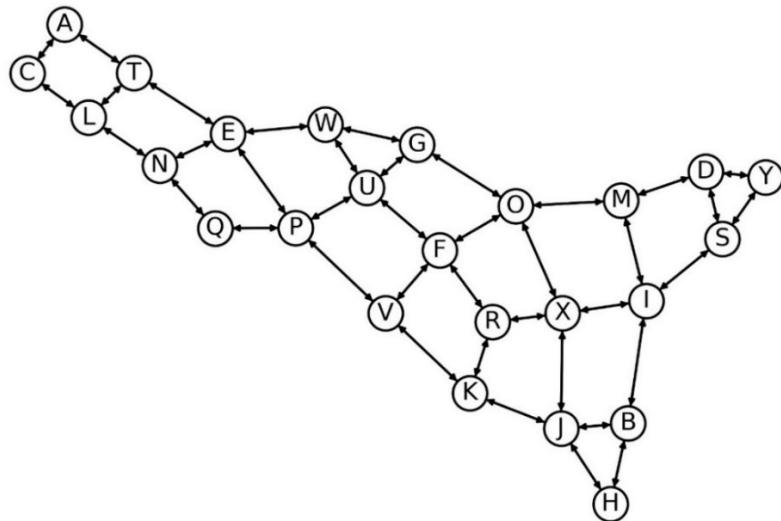


图 1 站点城市间铁路运输网络

表 4 问题 4 结果

日期	最低运输成本
2023 年 4 月 23 日	
2023 年 4 月 24 日	
2023 年 4 月 25 日	
2023 年 4 月 26 日	
2023 年 4 月 27 日	

问题 5: 通常情况下，快递需求由两部分组成，一部分为固定需求，这部分需求来源于日常必要的网购消费(一般不能简单的认定为快递需求历史数据的最小值，通常小于需求的最小值)；另一部分为非固定需求，这部分需求通常有较大波动，受时间等因素的影响较大。假设在同一季度中，同一“发货-收货”站点城市对的固定需求为一确定常数(以下简称为固定需求常数)；同一“发货-收货”站点城市对的非固定需求服从某概率分布(该分布的均值和标准差分别称为非固定需求均值、非固定需求标准差)。请利用附件 2 中的数据，不考虑已剔除数据、无发货需求数据、无法正常发货数据，解决以下问题。

- (1) 建立数学模型，按季度估计固定需求常数，并验证其准确性。将指定季度、指定“发货-收货”站点城市对的固定需求常数，以及当季度所有“发货-收货”城市对的固定需求常数总和，填入表 5。
- (2) 给出非固定需求概率分布估计方法，并将指定季度、指定“发货-收货”站点城市对的非固定需求均值、标准差，以及当季度所有“发货-收货”城市对的非固定需求均值总和、非固定需求标准差总和，填入表 5。

表 5 问题 5 结果

季度	2022 年第三季度 (7—9 月)		2023 年第一季度 (1—3 月)	
	V-N	V-Q	J-I	O-G
“发货-收货”站点城市对				
固定需求常数				
非固定需求均值				
非固定需求标准差				
固定需求常数总和				
非固定需求均值总和				
非固定需求标准差总和				