Laporan Tugas Besar 1
IF2123 Aljabar Linear dan Geometri
Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya
Semester I Tahun 2023/2024

Disusun Oleh:
Randy Verdian 13522067
Emery Fathan Zwageri 13522079
Azmi Mahmud Bazeid 13522109

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
2023

Bab 1

Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

A. Tujuan

.Tujuan dari tugas besar ini adalah membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, *library* tersebut digunakan dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi. Penjelasan tentang interpolasi dan regresi adalah seperti di bawah ini.

B. Spesifikasi

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (*input*) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari *file text*. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah m, n, koefisien a_{ij} , dan b_i. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8 10 12

   -3 7 8.3 11 -4

   0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah n dan koefisien a_{ij}. Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8

   -3 7 8.3

   0.5 -10 -9

Luaran (*output*) disesuaikan dengan persoalan (determinan atau invers) dan penghitungan balikan/invers dilakukan dengan metode matriks balikan dan adjoin.

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n, (x_0, y_0), (x_1, y_1), …, (x_n, y_n), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Masukan kemudian dilanjutkan dengan satu buah baris berisi satu buah nilai x yang akan ditaksir menggunakan fungsi interpolasi yang telah didefinisikan. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513) dan akan mencari nilai y saat x = 8.3, maka di dalam *file text* ditulis sebagai berikut:

   8.0 2.0794

   9.0 2.1972

   9.5 2.2513

   8.3

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), m (jumlah sampel), semua nilai-nilai x_{1i}, x_{2i}, …, x_{ni}, nilai y_i, dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5. Untuk persoalan SPL, luaran program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$).

6. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan. Contoh luaran untuk interpolasi adalah

$$f(x) = -0.0064x^2 + 0.2266x + 0.6762, \quad f(5) = \ldots$$

   dan untuk regresi adalah

$$f(x) = -9.5872 + 1.0732x_1, \quad f(x_k) = \ldots$$

7. Untuk persoalan *bicubic spline interpolation*, masukan dari *file text* (.txt) yang berisi matriks berukuran 4 x 4 yang berisi konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya, diikuti dengan nilai a dan b untuk mencari nilai $f(a, b)$.

   Misalnya jika nilai dari $f(0, 0)$, $f(1, 0)$, $f(0, 1)$, $f(1, 1)$, $f_x(0, 0)$, $f_x(1, 0)$, $f_x(0, 1)$, $f_x(1, 1)$, $f_y(0, 0)$, $f_y(1, 0)$, $f_y(0, 1)$, $f_y(1, 1)$, $f_{xy}(0, 0)$, $f_{xy}(1, 0)$, $f_{xy}(0, 1)$, $f_{xy}(1, 1)$ berturut-turut adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 serta nilai a dan b yang dicari berturut-turut adalah 0.5 dan 0.5 maka isi *file text* ditulis sebagai berikut:

   1 2 3 4

   5 6 7 8

   9 10 11 12

   13 14 15 16

0.5 0.5

Luaran yang dihasilkan adalah nilai dari *f*(0.5, 0.5).

8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam *file*.
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java. Anda bebas untuk menggunakan versi java apapun dengan catatan di atas java versi 8 (8/9/11/15/17/19/20).
10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup *text-based* saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

    MENU
    1. Sistem Persamaaan Linier
    2. Determinan
    3. Matriks balikan
    4. Interpolasi Polinom
    5. Interpolasi Bicubic Spline
    6. Regresi linier berganda
    7. Keluar

    Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:
    1. Metode eliminasi Gauss
    2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
    3. Metode matriks balikan
    4. Kaidah Cramer

    Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

Bab 1

Deskripsi Masalah

2.1 Row Echelon dan Reduced Echelon Form

Matris Row Echelon atau eselon baris adalah matrisk yang memiliki 1 utama pada setiap baris,kecuali baris yang seluruhnya nol. Matriks eselon baris tereduksi adalah matriks eselon baris dengan sifat setiap kolom yang memiliki 1 utama memiliki nol di tempat lain.

2.2 Operasi Baris Elementer

Operasi Baris Elementer (OBE) adalah kumpulan operasi dasar yang digunakan untuk memanipulasi baris dalam sebuah matriks. Tujuan utama dari OBE adalah untuk mengubah matriks ke dalam bentuk yang lebih sederhana atau khusus (seperti bentuk eselon baris atau bentuk eselon baris tereduksi). Berikut adalah beberapa operasi baris elemen yang mendasar:

1. Kalikan sebuah baris dengan konstanta tidak nol.
2. Pertukarkan dua buah baris.
3. Tambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnnya.

2.3 Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss merupakan metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss(1777-1855). Metode ini dilakukan dengan cara mengubah sistem persamaan linier menjadi matriks *augmented* dan mengoperasikan OBE pada matriks *augmented* tersebut sehingga menjadi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

2.4 Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss-Jordan merupakan metode penyelesaian SPL yang dilakukan dengan mengubah SPL menjadi matriks augmented dan mengoperasikan OBE hingga menjadi matriks eselon baris tereduksi.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.5 Determinan

Dalam matematika, determinan adalah nilai skalar yang merupakan fungsi dari elemen-elemen matriks persegi. Determinan dari sebuah matriks A umumnya dilambangkan dengan det, det A, atau |A|. Nilainya menggambarkan beberapa sifat dari matriks dan pemetaan linear yang direpresentasikan oleh matriks tersebut. Determinan matriks dapat dihitung dengan berbagai metode, seperti ekspansi kofaktor dan reduksi baris.

- Misalkan A adalah matriks berukuran n x n

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- Didefinisikan:

  M_{ij} = minor entri a_{ij}
  = determinan upa-matriks (*submatrix*) yang elemen-elemennya tidak berada pada baris i dan kolom j

  $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ = kofaktor entri a_{ij}

Determinan dapat dicari dengan menjumlahikan cofactor kali entri seperti berikut

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$
$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara baris

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$
$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara kolom

Selain itu, kita dapat menentukan determinan dengan metode matriks segitiga dengan OBE, caranya dengan mereduksi baris dengan aturan OBE sehingga menjadi matriks *upper triangular* atau *lower triangular.*

1. Matriks segitiga atas (*upper triangular*): semua elemen di bawah diagonal utama adalah nol

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \longrightarrow \det(A) = a_{11}a_{22}\,a_{33}a_{44}$$

2. Matriks segitiga bawah (*lower triangular*): semua elemen *di atas* diagonal utama adalah nol

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \longrightarrow \det(A) = a_{11}a_{22}\,a_{33}a_{44}$$

2.6 Matriks Balikan

Matriks balikan juga dikenal dengan inverse matriks merupakan matriks yang jika dikalikan dengan matriks awal hasilnya adalah matriks identitas. Misal sebuah matriks A memiliki balikan yang dilambangkan dengan (A)−1 yang mana A . (A)−1 = I. Sebuah matriks mempunyai balikan jika dan hanya jika determinannya ada dan tidak sama dengan nol.

2.7. Matriks kofaktor

Matriks kofaktor merupakan matriks yang elemen elemenya berisi dari cofactor tiap elemen suatu matriks.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Misal matriks A diatas matriks cofactornya adalah didapat dari mengganti elemen ke-ij dengan cofactornya yaitu (-1)^i+j*M.

2.8. Matriks adjoint

Misal ada sebuah matriks A, Adjoint(A) didapat dengan mentranspose matriks cofactor A.

2.9. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan SPL dengan menggunakan bantuan determinan. Jika Ax = b adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dengan n peubah/variabel sehingga det(A) ≠ 0, maka SPL tersebut memiliki solusi yang unik, yaitu

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

2.10. Interpolasi Polinomial

Interpolasi polinomial adalah metode matematis untuk mencari fungsi polinomial yang melalui serangkaian titik data yang diketahui. Tujuan dari interpolasi adalah untuk memperkirakan nilai di antara titik-titik data yang ada. Ini berguna dalam berbagai konteks ilmiah dan teknik, seperti analisis data, pengolahan sinyal, grafika komputer, dan banyak aplikasi lainnya.

2.11. Regresi linear berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada persamaan jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat persamaan umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{rcl}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = & \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = & \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots & & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = & \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

2.12. Interpolasi Bicubic

Interpolasi bicubic adalah metode interpolasi yang menggunakan polinomial kubik untuk memperkirakan nilai di antara titik-titik data dalam dua dimensi. Ini digunakan dalam pemrosesan gambar dan grafika komputer untuk menghasilkan gambar yang lebih halus. Metode ini melibatkan estimasi polinomial kubik terpisah dalam arah horizontal dan vertikal, menghasilkan permukaan interpolasi yang lebih halus daripada interpolasi linear atau kuadrat.

Bab 3

Implementasi Pustaka dan Program

3.1. package linearalgebra

a. Matrix.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang berikaitan dengan matriks dan operasi-operasi yang dapat dilakukan antar matriks.

- Atribut

Atribut	Deskripsi
`public double[][] matrix;`	Array bermultidimensi yang merepresantasikan suatu matriks. Array menyimpan entry-entry bertipe double

- Konstruktor

Atribut	Deskripsi
`public Matrix(int row, int col)`	Menginisialisasi matriks baru yang kosong
`public Matrix(double[][] newMatrix)`	Menginisialisasi matriks baru jika sudah punya double[][]

- Fungsi & Prosedur

Atribut	Deskripsi
`public int row()`	Return banyaknya baris
`public int col()`	Return banyaknya kolom
`public void addRowFromRow(int toRow, int fromRow, double multiple)`	Operasi OBE yang menambahkan kelipatan suatu baris ke baris yang diinginkan
`public void subtractRowFromRow(int toRow, int fromRow, double multiple)`	Operasi OBE yang mengurangi kelipatan suatu baris ke baris yang diinginkan
`public void addColumnFromColumn(int toColumn, int fromColumn, double multiple)`	Operasi OBE yang menambahkan kelipatan suatu kolom ke kolom yang diinginkan
`public void subtractColumnFromColumn(int toColumn, int fromColumn, double multiple)`	Operasi OBE yang mengurangi kelipatan suatu kolom ke kolom yang diinginkan
`public void divideRow(int row, double num)`	Operasi OBE yang membagi suatu baris
`public void divideColumn(int col, double num)`	Operasi OBE yang membagi suatu kolom
`public void swapRow(int firstRow, int secondRow)`	Operasi OBE yang menukarkan dua baris
`public void swapColumn(int firstColumn, int secondColumn)`	Operasi OBE yang menukarkan dua kolom
`public static Matrix deepCopy(Matrix original)`	Untuk membuat copy dari suatu matriks (bukan reference sehingga deepcopy)

`public Matrix multiplyByNum(double num)`	Mengalikan matriks dengan skalar
`public Solution determinantByCofactor()`	Menghitung determinan menggunakan metode kofaktor
`public static boolean isLowerTriangular(Matrix m)`	Mengecek apakah matriks Lower Triangular
`public static boolean isUpperTriangular(Matrix m)`	Mengecek apakah matriks Upper Triangular
`public Solution determinantByReduction()`	Menghitung determinan menggunakan metode reduksi
`public Solution adjoint()`	Mengreturn matriks adjoint
`public Solution inverse()`	Mengreturn matriks inverse dengan menggunakan OBE
`public Solution inverseByAdjoint()`	Mengreturn matriks inverse dengan menggunkan metode matriks adjoint
`public void transpose()`	Mengtranspose matriks persegi
`public Matrix minor(int col, int row)`	Menghitung matriks minor jika diberi row dan kolom yang dicoret
`public String toString()`	Merepresantasikan matriks dalam String
`public void print()`	Mengeprint hasil representasi String matriks
`public static Matrix multiplyMatrix(Matrix m1, Matrix m2)`	Mengalikan dua matriks
`public static Matrix getInputMatrixFromUser(Scanner userInput)`	Menerima input matriks dari user
`public static Matrix getInputMatrixFromFile(String fileName)`	Menerima input matriks dari file

b. SolutionType.java

Class ini berisi enum-enum yang mendeskripsikan jenis solusi dari SPL (tidak memiliki solusi, solusi unik, solusi tak hingga), jenis matriks balikan (singular (tidak punya balikan), undefined (bukan matriks persegi), invertible (mempunyai balikan)), dan error message.

Atribut	Deskripsi
NONEXISTENT	SPL tidak punya solusi
UNIQUE	SPL memiliki solusi unik
INFINITE	SPL memiliki solusi tak hingga
SINGULAR	Matriks persegi tidak mempunyai balikan
UNDEFINED	Matriks tidak mempunyai balikan karena bukan matriks persegi, sehingga matriks balikannya tidak terdefinisi
INVERTIBLE	Matriks mempunyai balikan
OTHER	Untuk error handling, dan kasus-kasus lain diluar yang disebutkan di atas

c. Solution.java

Class ini adalah return type dari banyak fungsi dan prosedur seperti perhitungan inverse, perhitungan determinan, perhitungan solusi SPL. Class ini menghandle kasus di mana terdapat eror pada perhitungan karena berbagai alasan (misalnya karena matriks bukan persegi, matriks tidak mempunyai inverse, dll). Class ini dapat mengreturn string hasil representasi akhir.

- Atribut

Atribut	Deskripsi

`public SolutionType type;`	Memberi makna dari sebuah instansi Solution
`public Matrix solution;`	Hasil matriks yang direturn oleh fungsi
`public String message;`	Untuk memberi konteks lebih lanjut; digunakan untuk membuat string representasi
`public double value;`	Hasil nilai yang direturn oleh fungsi

- Konstruktor

Atribut	Deskripsi
`public Solution(SolutionType type)`	Menginisialisasi Solution dengan memberi jenis solusi saja.
`public Solution(SolutionType type, Matrix solution)`	Menginisialisasi Solution dengan memberi jenis solusi dan matriks yang direturn.
`public Solution(SolutionType type, String message)`	Menginisialisasi Solution dengan memberi jenis solusi dan message berupa konteks/keterangan.
`public Solution(SolutionType type, double value)`	Menginisialisasi Solution dengan memberi jenis solusi dan double yang direturn.

- Fungsi & Prosedur

Atribut	Deskripsi
`public String toString()`	Mengreturn string representasi yang akan dioutputkan.
`public void print()`	Mengeprint hasil toString()-nya

d. LinearSystem.java

Class ini adalah implementasi algoritma penyelesaian SPL dengan berbagai metode: Gauss, Gauss-Jordan, Matriks Balikan, dan aturan Cramer.

- Atribut

Atribut	Deskripsi
`public Matrix augmentedMatrix;`	Merupakan matriks augmentasi [A | B]
`public Matrix coefficient;`	Merupakan matriks koefisien yang menyatakan koefisien dari setiap variabel: [A]
`public Matrix constant;`	Merupakan matriks konstanta dari setiap persamaan: [B]

- Konstruktor

Atribut	Deskripsi
`public LinearSystem(Matrix augmentedMatrix)`	Menginisialisasi LinearSystem yang akan diselesaikan dengan memasukkan matriks augmentasinya.
`public LinearSystem(Matrix coefficient, Matrix constant)`	Menginisialisasi LinearSystem yang akan diselesaikan dengan memasukkan matriks koefisien dan matriks konstanta.

- Fungsi & Prosedur

Atribut	Deskripsi
`public Solution gaussJordan()`	Menyelesaikan SPL dengan metode Gauss Jordan.
`public Solution gauss()`	Menyelesaikan SPL dengan metode Gauss.
`public Solution solveInverse()`	Menyelesaikan SPL dengan metode matriks balikan.
`public Solution cramer()`	Menyelesaikan SPL dengan aturan Cramer.

3.2. Package bicubic

a. Bicubic.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur untuk menyelesaikan masalah aproksimasi dengan bicubic spline interpolation.

Atribut dan Fungsi	Deskripsi
`public static double[][] m ;`	Mendeklarasi sebuah matriks m
`public static Matrix dMatrix;`	Mendeklarasi class variable dmatrix untuk dijadikan matriks 16x16.
`public static void prepare()`	Mengisi matriks m dengan matriks 16x16 Untuk aproksimasi sesuai model bicubic spline interpolation dengan titik (0,0), (0,1), (1,0), (1,1).
`public static double approximate(Matrix inputMatrix, double x, double y)`	Menghitung approksimasi nilai di titik (x,y) Dengan inputMatrix merupakan matriks 16x1 coeficient

3.3. Package polynomialinterpolation

a. PolynomialInterpolation.java
Class ini berisi fungsi dan prosedur untuk menyelesaikan masalah interpolasi polynomial

Atribut dan Fungsi	Deskripsi
`ArrayList<Double> x = new ArrayList<>();`	Mendeklarasi array untuk menyimpan seluruh nilai x dari input
`ArrayList<Double> y = new ArrayList<>();`	Mendeklarasi array untuk menyimpan seluruh nilai y dari input
`public Matrix coefficient;`	Mendeklarasi Matrix untuk menyimpan nilai coefficient
`public void addPoint(double a, double b)`	Menambahkan nilai a dan b pada matriks x dan y berurutan.
`public void clear()`	Untuk mengosongkan array x dan y
`public void run()`	Untuk mengisi matriks augmented di dalam run() dengan nilai nilai dari x^k, 0<k<deg(polynom)
`public Solution approximate(double x)`	Untuk menghitung approksimasi dengan metode interpolasi polinomial
`public void print()`	Untuk mengeprint Solusi ke layar

3.4. Package regression

a. Regression.java

Regression.java merupakan class untuk menyelesaikan masalah multiple linear regression.

Atribut dan fungsi	Deskripsi
`private Matrix inputMatrix;`	Mendeklarasikan Instance lokal bertipe Matrix
`public Regression(Matrix inputMatrix)`	Konstruktor class
`public Matrix calculateRegression()`	Fungsi untuk menghitung regressi linier berganda
`public String getRegressionEquation(Matrix solution)`	Fungsi untuk mengubah matriks solusi yang didapat dari fungsi calculateRegression() menjadi string solusi agar dapat di tampilkan di layar
`public static double estimateY(Matrix coefficients, Matrix inputMatrix)`	Fungsi untuk mengaproksimasi nilai Y

3.5. Package resizeimage

a. Resizeimage.java

Atribut dan Fungsi	Deskripsi
`BufferedImage image;`	Mendefenisikan image
`Matrix[][] redInterpolation;`	Mendefinisikan matriks interpolasi untuk warna merah
`Matrix[][] greenInterpolation;`	Mendefinisikan matriks interpolasi untuk warna hijau
`Matrix[][] blueInterpolation;`	Mendefinisikan matriks interpolasi untuk warna biru
`public void load(String fileLocation)`	Meload Matriks interpolasi di atas
`public void resize(double factor, String`	Prosedur meresize gambar dengan factor perubah

`fileLocation)`	

3.6. Package utils

a. Savetofile.java

Class untuk melakukan output file pada program. Jika lokasi file/folder belum ada maka akan membuat folder dan file baru.

```
public static void saveResultToFile(String result, String folderName)
```

Hanya berisi 1 method yaitu prosedur statis untuk melakukan save file.

3.7. Folder I/O

a. Application.java

Class ini berisi untuk tampilan menu dan menghubungkan user input kepada menu.java

Atribut dan Fungsi	Deskripsi
`Scanner userInput = new Scanner(System.in);`	Membuat instance dari class Scanner
`int choice = userInput.nextInt();` `System.out.println();`	Mendefinisikan variable choice yang merupakan input yang diterima dari user dengan format integer

b. Menu.java

Class ini berisi method method yang digunakan untuk menyelesaikan masalah masalah yang ada di Application.java(sesuai spesifikasi tubes). Terdapat prosedur dan fungsi penyelesaian masalah yang diminta. Semua method disini dapat menerima masukan baik dari keyboard maupun file kecuali Bicubic dan resize method tidak ada karena sesuai spesifikasi tubes. Method method disini bersifat menerima input dan menyelesaikan masalah dengan class yang telah dibuat di package lainnya

`public static void solveLinearSystem(Scanner userInput)`	Method yang menyelesaikan permasalahan SPL. Menampilkan solusi SPL ke layar dan ke file

`public static void solveDeterminant(Scanner userInput)`	Method yang menyelesaikan determinan dari suatu matriks .Menampilkan hasil determinan ke layar dan file
`public static void solveInverse(Scanner userInput)`	Method ini menampilkan ke layar hasil inverse dari suatu matriks dan melakukan savetofile juga.
`public static void solvePolynomial(Scanner userInput`	Method ini menampilkan ke layar hasil dari Polynomial interpolation dan melakukan savetofile.
`public static void solveMultipleLinearRegression(Scanner userInput)`	Method ini menampilkan ke layar hasil regresi linier berganda dan juga mengsave hasilnya ke file.
`public static void solveBicubicSplineInterpolation(Scanner userInput)`	Method ini menampilkan ke layar hasil aproksimasi dengan metode interpolasi bicubic spline dan mengsave hasilnya
`public static void solveResizeImage(Scanner userInput)`	Method ini menyelesaikan masalah image resizing image. Menerima sebuah gambar dengan format png lalu resizing imagenya sesuai dengan yang user minta.

Bab 4

Eksperimen

4.1. Solusi SPL Ax = b

a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Input:

```
test > input > 1a.txt
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
```

Output:

Metode	Output
Gauss	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 1 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1a.txt Tidak memiliki solusi.

<table>
<tr><td>Gauss-Jordan</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 2

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1a.txt

Tidak memiliki solusi.</pre></td></tr>
<tr><td>Matriks balikan</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 3

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1a.txt

Matriks tidak memiliki balikan.</pre></td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1a.txt

Matriks tidak memiliki balikan.</pre></td></tr>
</table>

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Input:

test > input > 1b.txt

```
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
```

Output:

<table>
<tr><td>Metode</td><td>Output</td></tr>
<tr><td>Gauss</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 1

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1b.txt

Sistem memiliki solusi tak hingga.
x_{1} = 3.000000 1.000000x_{5}
x_{2} = 2.000000x_{5}
x_{4} = -1.000000 1.000000x_{5}</pre></td></tr>
</table>

Gauss-Jordan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 2 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1b.txt Sistem memiliki solusi tak hingga. x_{1} = 3.000000 1.000000x_{5} x_{2} = 2.000000x_{5} x_{4} = -1.000000 1.000000x_{5}
Matriks balikan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1b.txt Matriks bukan matriks persegi.
Cramer	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1b.txt Tidak bisa menyelesaikan dengan metode cramer karena bukan matriks persegi.0 .0

c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Input:

```
test > input > 1c.txt
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
```

Output:

<table>
<tr><th>Metode</th><th>Output</th></tr>
<tr><td>Gauss</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 1

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1c.txt

Sistem memiliki solusi tak hingga.
x_{2} = 3.000000 +1.000000x_{4}
x_{4} = -2.000000 -1.000000x_{6}
x_{5} = 1.000000 +1.000000x_{6}</pre></td></tr>
<tr><td>Gauss-Jordan</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 2

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1c.txt

Sistem memiliki solusi tak hingga.
x_{2} = 3.000000 +1.000000x_{4}
x_{4} = -2.000000 -1.000000x_{6}
x_{5} = 1.000000 +1.000000x_{6}</pre></td></tr>
</table>

Matriks balikan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1c.txt Matriks bukan matriks persegi.
Cramer	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1c.txt Tidak bisa menyelesaikan dengan metode cramer karena bukan matriks persegi.0 .0

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks *Hilbert*. Cobakan untuk $n = 6$ dan $n = 10$.

Input:

```
test > input > 1d1.txt
1 0.5 0.33333 0.25 0.2 0.16667 1
0.5 0.33333 0.25 0.2 0.16667 0.14285 0
0.33333 0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0
0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0
0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0
0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0
```

Output:

<table>
<tr><th>Metode</th><th>Output</th></tr>
<tr><td>Gauss</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 1

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d1.txt
Memiliki solusi unik.
x_{1} = 15.707031
x_{2} = -118.264994
x_{3} = 177.718967
x_{4} = 220.753791
x_{5} = -628.834419
x_{6} = 334.582345</pre></td></tr>
<tr><td>Gauss-Jordan</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 2

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d1.txt
Memiliki solusi unik.
x_{1} = 15.707031
x_{2} = -118.264994
x_{3} = 177.718967
x_{4} = 220.753791
x_{5} = -628.834419
x_{6} = 334.582345</pre></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Matriks balikan</td><td><pre>
Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 3

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d1.txt
Memiliki solusi unik.
x_{1} = 15.707031
x_{2} = -118.264994
x_{3} = 177.718967
x_{4} = 220.753791
x_{5} = -628.834419
x_{6} = 334.582345
</pre></td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td><pre>
Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d1.txt
Memiliki solusi unik.
x_{1} = 15.707031
x_{2} = -118.264995
x_{3} = 177.718968
x_{4} = 220.753791
x_{5} = -628.834421
x_{6} = 334.582346
</pre></td></tr>
</table>

Input:

test > input > 1d2.txt

```
1 0.5 0.33333 0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 1
0.5 0.33333 0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0
0.33333 0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0
0.25 0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0
0.2 0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0
0.16667 0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0.06667 0
0.14285 0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0.06667 0.0625 0
0.125 0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0.06667 0.0625 0.05882 0
0.11111 0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0.06667 0.0625 0.05882 0.05556 0
0.1 0.09091 0.08333 0.07692 0.07143 0.06667 0.0625 0.05882 0.05556 0.05263 0
```

Output:

Metode	Output

Gauss	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 1
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d2.txt
	Memiliki solusi unik.
	x_{1} = 11.810139
	x_{2} = -37.296190
	x_{3} = -168.160904
	x_{4} = 533.270932
	x_{5} = -315.045503
	x_{6} = 444.142668
	x_{7} = -1299.868968
	x_{8} = 1060.523038
	x_{9} = -458.430877
	x_{10} = 236.142966</pre>

Gauss-Jordan	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 2
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d2.txt
	Memiliki solusi unik.
	x_{1} = 11.810139
	x_{2} = -37.296190
	x_{3} = -168.160904
	x_{4} = 533.270932
	x_{5} = -315.045503
	x_{6} = 444.142668
	x_{7} = -1299.868968
	x_{8} = 1060.523038
	x_{9} = -458.430877
	x_{10} = 236.142966</pre>

Matriks balikan	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 3
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d2.txt
	Memiliki solusi unik.
	x_{1} = 11.810139
	x_{2} = -37.296190
	x_{3} = -168.160904
	x_{4} = 533.270932
	x_{5} = -315.045503
	x_{6} = 444.142668
	x_{7} = -1299.868968
	x_{8} = 1060.523038
	x_{9} = -458.430877
	x_{10} = 236.142966</pre>

Cramer	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 4
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\1d2.txt
	Memiliki solusi unik.
	x_{1} = 11.810135
	x_{2} = -37.296067
	x_{3} = -168.161139
	x_{4} = 533.270004
	x_{5} = -315.042924
	x_{6} = 444.138619
	x_{7} = -1299.861809
	x_{8} = 1060.516414
	x_{9} = -458.428455
	x_{10} = 236.142446</pre>

4.2. SPL Augmented

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Input:

test > input > 2a.txt

```
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
```

Output:

<table>
<tr><th>Metode</th><th>Output</th></tr>
<tr><td>Gauss</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 1

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2a.txt
Sistem memiliki solusi tak hingga.
x_{1} = -1.000000 +1.000000x_{4}
x_{2} = +2.000000x_{3}</pre></td></tr>
<tr><td>Gauss-Jordan</td><td><pre>Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 2

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2a.txt
Sistem memiliki solusi tak hingga.
x_{1} = -1.000000 +1.000000x_{4}
x_{2} = +2.000000x_{3}</pre></td></tr>
</table>

Matriks balikan	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 3
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2a.txt
	Matriks tidak memiliki balikan.</pre>

Cramer	<pre>Metode:
	1. Metode Gauss
	2. Metode Gauss-Jordan
	3. Metode Matriks balikan
	4. Metode Cramer
	5. Kembali
	Pilih metode: 4
	
	1. Input dari keyboard
	2. Input dari file (.txt)
	3. Kembali
	Pilih jenis input: 2
	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2a.txt
	Matriks tidak memiliki balikan.</pre>

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Input:

```
test > input > 2b.txt
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
```

Output:

Metode	Output
Gauss	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 1 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2b.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = 0.000000 x_{2} = 2.000000 x_{3} = 1.000000 x_{4} = 1.000000
Gauss-Jordan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 2 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2b.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = 0.000000 x_{2} = 2.000000 x_{3} = 1.000000 x_{4} = 1.000000 x_{5} = 0.000000 x_{6} = 0.000000

Matriks balikan	``` Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2b.txt Matriks bukan matriks persegi. ```
Cramer	``` Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\2b.txt Tidak bisa menyelesaikan dengan metode cramer karena bukan matriks persegi.0.0 ```

4.3. SPL berbentuk persamaan

a.

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Input:

```
test > input > 3a.txt
1    8 1 3 2 0
2    2 9 -1 -2 1
3    1 3 2 -1 2
4    1 0 6 4 3
```

Output:

Metode	Output
Gauss	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 1 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3a.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = -0.224324 x_{2} = 0.182432 x_{3} = 0.709459 x_{4} = -0.258108
Gauss-Jordan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 2 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3a.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = -0.224324 x_{2} = 0.182432 x_{3} = 0.709459 x_{4} = -0.258108

Matriks balikan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3a.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = -0.224324 x_{2} = 0.182432 x_{3} = 0.709459 x_{4} = -0.258108
Cramer	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3a.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = -0.224324 x_{2} = 0.182432 x_{3} = 0.709459 x_{4} = -0.258108

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396 x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396 x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396 x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396 x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Input:

test > input > 3b.txt

```
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 9 9 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6
0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
```

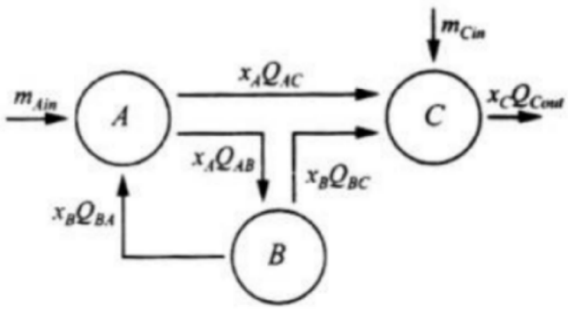
Output:

Metode	Output

Gauss	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 1 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3b.txt Tidak memiliki solusi.
Gauss-Jordan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 2 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3b.txt Tidak memiliki solusi.
Matriks balikan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3b.txt Matriks bukan matriks persegi.
Cramer	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\3b.txt Tidak bisa menyelesaikan dengan metode cramer karena bukan matriks persegi.0.0

4.4. Sistem Reaktor

Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut.



Dengan laju volume Q dalam m3/s dan input massa min dalam mg/s. Konservasi massa
pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\text{A:} \quad m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$$

$$\text{B:} \quad Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$$

$$\text{C:} \quad m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0$$

Tentukan solusi xA, xB, xC dengan menggunakan parameter berikut : QAB = 40, QAC = 80,
QBA = 60, QBC = 20 dan QCout = 150 m3/s dan mAin = 1300 dan mCin = 200 mg/s.

Input:

test > input > 4.txt

```
60 -40 -80 -1300
40 -60 -20 0
80 20 -150 -200
```

Output:

Metode	Output

Gauss	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 1 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\4.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = 190.333333 x_{2} = 88.666667 x_{3} = 114.666667
Gauss-Jordan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 2 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\4.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = 190.333333 x_{2} = 88.666667 x_{3} = 114.666667
Matriks balikan	Metode: 1. Metode Gauss 2. Metode Gauss-Jordan 3. Metode Matriks balikan 4. Metode Cramer 5. Kembali Pilih metode: 3 1. Input dari keyboard 2. Input dari file (.txt) 3. Kembali Pilih jenis input: 2 Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\4.txt Memiliki solusi unik. x_{1} = 190.333333 x_{2} = 88.666667 x_{3} = 114.666667

<table>
<tr>
<td>Cramer</td>
<td>
<pre>
Metode:
1. Metode Gauss
2. Metode Gauss-Jordan
3. Metode Matriks balikan
4. Metode Cramer
5. Kembali
Pilih metode: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2
Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\4.txt
Memiliki solusi unik.
x_{1} = 190.333333
x_{2} = 88.666667
x_{3} = 114.666667
</pre>
</td>
</tr>
</table>

Sehingga diperoleh nilai dari xA = 190.33, xB = 88.67, dan xC = 114.67.

4.5. Interpolasi

a.

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi f(x).

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
***f*(*x*)**	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

<table>
<tr>
<th>Nilai x</th>
<th>Input (.txt)</th>
<th>Output (f(x))</th>
</tr>
<tr>
<td>0.2</td>
<td>
test > input > 5a.txt
<pre>
0.1 0.003
0.3 0.067
0.5 0.148
0.7 0.248
0.9 0.370
1.1 0.518
1.3 0.697
0.2
</pre>
</td>
<td>
<pre>
Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-2206
7\test\input\5a1.txt
f(x) = -0.000000x^{6} +0.000000x^{5} +0.026042x^{4} +0.000000x^{3} +0.197396x^{2} +0.240000x^{1} -0
.022977
Taksiran nilai f(x) = 0.032960937500900594
</pre>
</td>
</tr>
</table>

0.55	test > input > 5b.txt 0.1 0.003 0.3 0.067 0.5 0.148 0.7 0.248 0.9 0.370 1.1 0.518 1.3 0.697 0.55	Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5a2.txt f(x) = -0.000000x^{6} +0.000000x^{5} +0.026042x^{4} +0.000000x^{3} +0.197396x^{2} +0.240000x^{1} -0.022977 Taksiran nilai f(x) = 0.17111865234387877
0.85	test > input > 5c.txt 0.1 0.003 0.3 0.067 0.5 0.148 0.7 0.248 0.9 0.370 1.1 0.518 1.3 0.697 0.85	Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5a3.txt f(x) = -0.000000x^{6} +0.000000x^{5} +0.026042x^{4} +0.000000x^{3} +0.197396x^{2} +0.240000x^{1} -0.022977 Taksiran nilai f(x) = 0.33723583984146344
1.28	test > input > 5d.txt 0.1 0.003 0.3 0.067 0.5 0.148 0.7 0.248 0.9 0.370 1.1 0.518 1.3 0.697 1.28	Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5a4.txt f(x) = -0.000000x^{6} +0.000000x^{5} +0.026042x^{4} +0.000000x^{3} +0.197396x^{2} +0.240000x^{1} -0.022977 Taksiran nilai f(x) = 0.6775418375017563

b.

Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

Tanggal (desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:
Tanggal (desimal) = 6 + (17/30) = 6,567
Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan interpolasi polinomial untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:
a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. Masukan user lainnya berupa tanggal (desimal) yang sudah diolah dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

a. 16/07/2022 adalah 7.516129032258064

```
test > input > 5a1.txt
0.1 0.003
0.3 0.067
0.5 0.148
0.7 0.248
0.9 0.370
1.1 0.518
1.3 0.697
0.2
```

```
Menu:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linear Berganda
6. Interpolasi Bicubic Spline
7. Resize Image
8. Keluar
Pilih menu: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2

Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5b1
.txt
f(x) = -140935.599918x^{9} +9368766.829545x^{8} -275347239.856853x^{7} +4693493730.279067x^{6} -51104903967.857910x
^{5} +368341345290.577500x^{4} -1755727171524.849400x^{3} +5330607886583.623000x^{2} -9340040252772.518000x^{1} +71
81097630248.004000
Taksiran nilai f(x) = 53532.28515625
```

b. 10/08/2022 adalah 8.32258064516129

```
test > input > 5b2.txt
6.567    12624
7        21807
7.258    38391
7.451    54517
7.548    51952
7.839    28228
8.161    35764
8.484    20813
8.709    12408
9        10534
8.32258064516129
```

```
Menu:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linear Berganda
6. Interpolasi Bicubic Spline
7. Resize Image
8. Keluar
Pilih menu: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2

Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5b2
.txt
f(x) = -140935.599918x^{9} +9368766.829545x^{8} -275347239.856853x^{7} +4693493730.279067x^{6} -51104903967.857910x
^{5} +368341345290.577500x^{4} -1755727171524.849400x^{3} +5330607886583.623000x^{2} -9340040252772.518000x^{1} +71
81097630248.004000
Taksiran nilai f(x) = 36312.76953125
```

c. 05/09/2022 adalah 9.166666666666666

```
test > input > 5b3.txt
1    6.567   12624
2    7       21807
3    7.258   38391
4    7.451   54517
5    7.548   51952
6    7.839   28228
7    8.161   35764
8    8.484   20813
9    8.709   12408
10   9       10534
11   9.166666666666666
```

```
Menu:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linear Berganda
6. Interpolasi Bicubic Spline
7. Resize Image
8. Keluar
Pilih menu: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2

Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5b3
.txt
f(x) = -140935.599918x^{9} +9368766.829545x^{8} -275347239.856853x^{7} +4693493730.279067x^{6} -51104903967.857910x
^{5} +368341345290.577500x^{4} -1755727171524.849400x^{3} +5330607886583.623000x^{2} -9340040252772.518000x^{1} +71
81097630248.004000
Taksiran nilai f(x) = -664716.41796875
```

d. 07/07/2022 adalah 7.225806451612903

```
test > input > 5b4.txt
1   6.567   12624
2   7       21807
3   7.258   38391
4   7.451   54517
5   7.548   51952
6   7.839   28228
7   8.161   35764
8   8.484   20813
9   8.709   12408
10  9       10534
11  7.225806451612903
```

```
Menu:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linear Berganda
6. Interpolasi Bicubic Spline
7. Resize Image
8. Keluar
Pilih menu: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2

Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5b4
.txt
f(x) = -140935.599918x^{9} +9368766.829545x^{8} -275347239.856853x^{7} +4693493730.279067x^{6} -51104903967.857910x
^{5} +368341345290.577500x^{4} -1755727171524.849400x^{3} +5330607886583.623000x^{2} -9340040252772.518000x^{1} +71
81097630248.004000
Taksiran nilai f(x) = 33909.91796875
```

c.

Sederhanakan fungsi f(x) yang memenuhi kondisi dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2].

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak h = (2 – 0)/5 = 0.4.

test > input > 5c.txt

```
0.0 0.0
0.4 0.418884230141255
0.8 0.5071579685304316
1.2 0.5609246748146806
1.6 0.5836856612868684
2.0 0.576651529751722
0
```

```
Menu:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linear Berganda
6. Interpolasi Bicubic Spline
7. Resize Image
8. Keluar
Pilih menu: 4

1. Input dari keyboard
2. Input dari file (.txt)
3. Kembali
Pilih jenis input: 2

Masukkan lokasi file: C:\Users\Azmi\Documents\ITB\Semester 3\Aljabar Linear & Geometri\Algeo01-22067\test\input\5c.txt
f(x) = +0.236256x^{5} -1.421265x^{4} +3.237114x^{3} -3.552684x^{2} +2.035259x^{1} +0.000000
```

4.6. Regresi Linear Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30. Dari data-data tersebut, apabila diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
20b_0 &+ 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42 \\
863.1b_0 &+ 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477 \\
1530.4b_0 &+ 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437 \\
587.84b_0 &+ 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219
\end{aligned}
$$

Input:

test > input > 6.txt

```
72.4 76.3 29.18 0.9
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.00
12.9 67.4 29.39 1.10
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.60 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.10
10.6 86.3 29.56 1.10
11.2 86.0 29.48 1.10
73.3 76.3 29.40 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
```

Output:

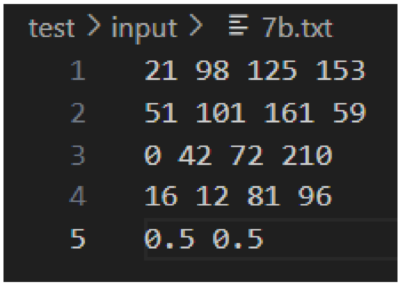
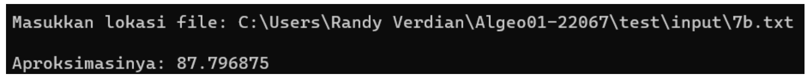
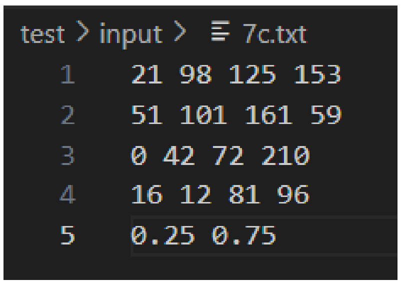
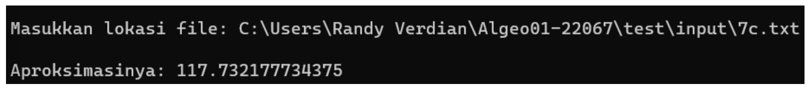
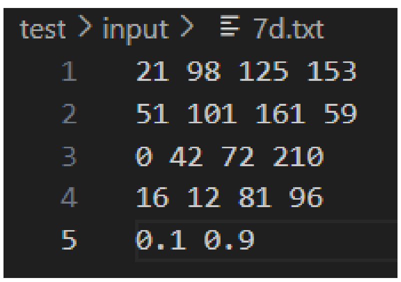
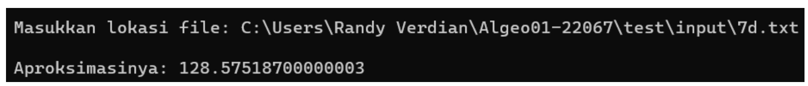
```
Matriks dari file C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\6.txt:
72.40 76.30 29.18  0.90
41.60 70.30 29.35  0.91
34.30 77.10 29.24  0.96
35.10 68.00 29.27  0.89
10.70 79.00 29.78  1.00
12.90 67.40 29.39  1.10
 8.30 66.80 29.69  1.15
20.10 76.90 29.48  1.03
72.20 77.70 29.09  0.77
24.00 67.70 29.60  1.07
23.20 76.80 29.38  1.07
47.40 86.60 29.35  0.94
31.50 76.90 29.63  1.10
10.60 86.30 29.56  1.10
11.20 86.00 29.48  1.10
73.30 76.30 29.40  0.91
75.40 77.90 29.28  0.87
96.60 78.70 29.29  0.78
107.40 86.80 29.03  0.82
54.90 70.90 29.37  0.95

Masukkan matriks (x1,x2,..,xn) yang ingin ditaksir nilai y nya:
50 76 29.30
Persamaan regresi adalah:
y = -3.50778 + -0.00262x_{1} + 0.0008x_{2} + 0.15416x_{3}
Nilai taksiran y adalah: 0.94
```

Sehingga diperoleh estimasi nilai
Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30 adalah 0.94.

4.7. Interpolasi Bicubic Spline

Input	Output (f(x))
test > input > 7a.txt 1 21 98 125 153 2 51 101 161 59 3 0 42 72 210 4 16 12 81 96 5 0 0	Masukkan lokasi file: C:\Users\Randy Verdian\Algeo01-22067\test\input\7a.txt Aproksimasinya: 21.0

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

4.8. Bonus (Resize Image)

Menggunakan interpolasi bicubic spline dalam menciptakan kualitas gambar yang lebih baik dengan perbesaran dengan skala tertentu. Di bawah ini adalah perbandingan gambar mula-mula dan gambar setelah diperbesar dengan program yang sudah dibuat.

Perbesaran Gambar 0.5x

Gambar asal


Gambar perbesaran (0.5x)


Perbesaran Gambar 0.75x

Gambar asal

Gambar perbesaran (0.75x)

Perbesaran Gambar 1.5x

Gambar asal


Gambar perbesaran (1.5x)


Perbesaran Gambar 2x

Gambar asal

Gambar perbesaran (2x)

Bab 5

Kesimpulan

Melalui tugas besar mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri, kami berhasil mengimplementasikan konsep-konsep dipelajari di kelas dalam bentuk program Java. Program ini mampu menangani berbagai persoalan yang melibatkan matriks, seperti Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Matriks Balikan. Selain itu, kami juga dapat menggunakan program ini untuk menyelesaikan masalah- masalah seperti menghitung taksiran nilai dari fungsi interpolasi polinom dan interpolasi bikubik, melakukan regresi linear berganda, serta melakukan resize pada gambar.

Dalam proses pengerjaan, kami menyadari pentingnya melakukan debugging dengan cermat menggunakan berbagai test case. Hal ini membantu kami menghindari kepanikan saat mendekati deadline. Selain itu, kami juga menyadari seberapa pentingnya memberikan nama fungsi yang spesifik, agar tidak terjadi kebingungan saat mengembangkan program.

Melalui tugas besar ini, kami mendapatkan berbagai pengalaman berharga. Kami dapat melatih kemampuan bekerja sama, meningkatkan keterampilan komunikasi, dan mengembangkan kemampuan untuk mendekomposisikan berbagai permasalahan. Kami juga belajar untuk menjadi lebih disiplin dalam membagi tugas dan menyelesaikannya. Kami disini juga belajar untuk menulis clean code. Selain itu, kami mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang bahasa pemrograman Java dan juga tentang aljabar linier.

Referensi

1. https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/algeo.htm
2. https://www.udemy.com/course/java-tutorial/learn/lecture/172757#overview
3. https://www.mssc.mu.edu/~daniel/pubs/RoweTalkMSCS_BiCubic.pdf
4. https://www.w3schools.com/java/
5. Anton, H., & Rorres, C. (2013). Elementary Linear Algebra. Nashville, TN: John Wiley & Sons