

Grupa Dziekańska I3
Kierunek Informatyka
Wydział Informatyki
Politechnika Poznańska

Fizyka dla informatyków
Sprawozdanie z zadania w zespołach nr. 1
prowadzący: dr. Gustaw Szawioła

Zależność drgań oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą od częstości ω siły wymuszającej.

autorzy:

Rafał Wójcik nr. indeksu 136831
Mariusz Sałaj nr. indeksu 136795
Piotr Więtczak nr. indeksu 132339
Robert Ciemny nr. indeksu 136693
Kamil Basiukajc nr. indeksu 136681

26 marca 2018

1 Wprowadzenie

Sprawozdanie w formacie plików .pdf i .tex, wraz z plikiem o rozszerzeniu .nb w którym zostały wykonane wszystkie obliczenia potrzebne do wykonania zadania są dostępne w formie repozytorium git pod adresem <https://goo.gl/deaW5U>.

2 Cel zadania

Celem tego zadania jest, korzystając z programu *Mathematica* zbadanie na drodze eksperymentu numerycznego zależności drgań oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x(t) = \sin(\omega t)$ od częstości ω siły wymuszającej. Należy wykonać wykres zależności amplitudy drgań w funkcji częstości ω i wyznaczyć tzw. częstość rezonansową, dla której drgania przyjmują wartość największą. Do obliczeń przyjmujemy $f = 1$, a reszta wartości według wskazań prowadzącego.

3 Generowanie wykresów przykładowych rozwiązań numerycznych

3.1 Wyznaczenie wartości: s , Δs , ω_0 , b , f , n , t (w naszym przypadku *timelimit*), według wskazań prowadzącego

```
(*Zadanie 1*)  
Nθ = 5;  
nralbumu1 = 136 831;  
nralbumu2 = 136 693;  
nralbumu3 = 132 339;  
nralbumu4 = 136 681;  
nralbumu5 = 136 693;  

$$s = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\theta}} nralbumu_i}{N_{\theta}};$$

$$\Delta s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{\theta}} (nralbumu_i - s)^2}{N_{\theta}}};$$

$$\omega_0 = \Delta s + 1;$$

$$b = \frac{\omega_0}{4};$$

$$f = 1;$$

$$n = 10;$$

$$timelimit = \frac{n * (2 \pi)}{\omega_0};$$

```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

3.2 Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla punktu a) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
(*podpunkt a*)
 $\omega_0 = \Delta s + 1;$ 

 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2}};$ 

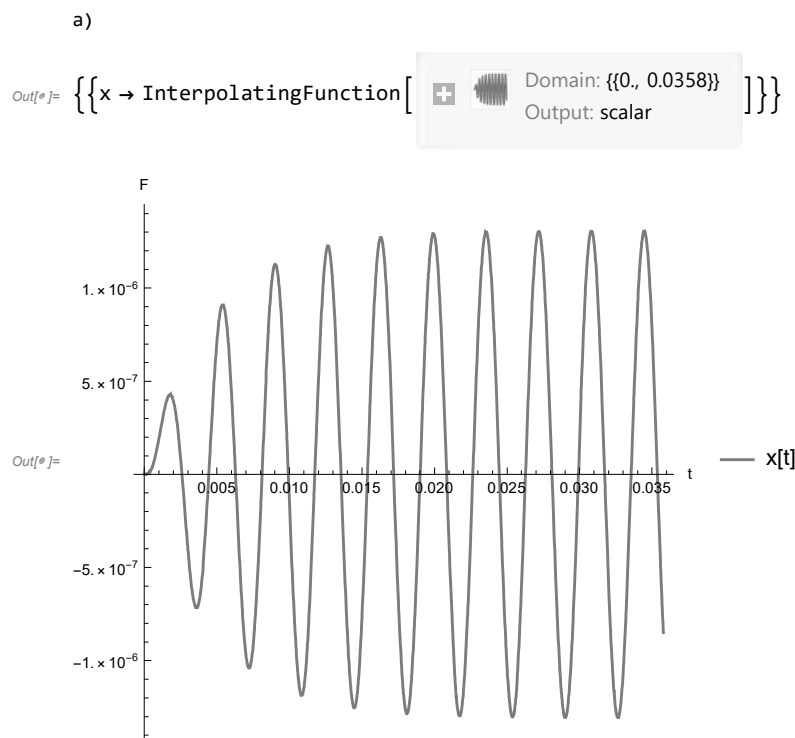
Print["a")
[drukuj]

s = NDSolve[
  [rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe]
  {b x'[t] + x''[t] +  $\omega_0^2 x[t] == f \text{Sin}[t \omega]$ , x[0] == 0, x'[0] == 0}, x, {t, 0, timelimit}]
  [sinus]

Plot[Evaluate[{x[t]} /. s], {t, 0, timelimit}, PlotStyle -> Automatic,
  [wyk... [oblicz] [styl grafiki] [automatyczny]
  PlotRange -> All, AspectRatio -> 1, AxesLabel -> {"t", "F"}, PlotLegends -> {"x[t]}]
  [zakres wykresu] [ws... [format obrazu] [oznaczenia osi] [legenda dla grafik]
```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

Prezentacja wyników dla podpunktu a



Zrzut ekranu prezentujący wyniki wygenerowane przez program *Mathematica* dla podpunktu a

3.3 Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla punktu b) $\omega = \frac{3}{4} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
(*podpunkt b*)
 $\omega_0 = \Delta S + 1;$ 

Print["b"]
[drukuj]

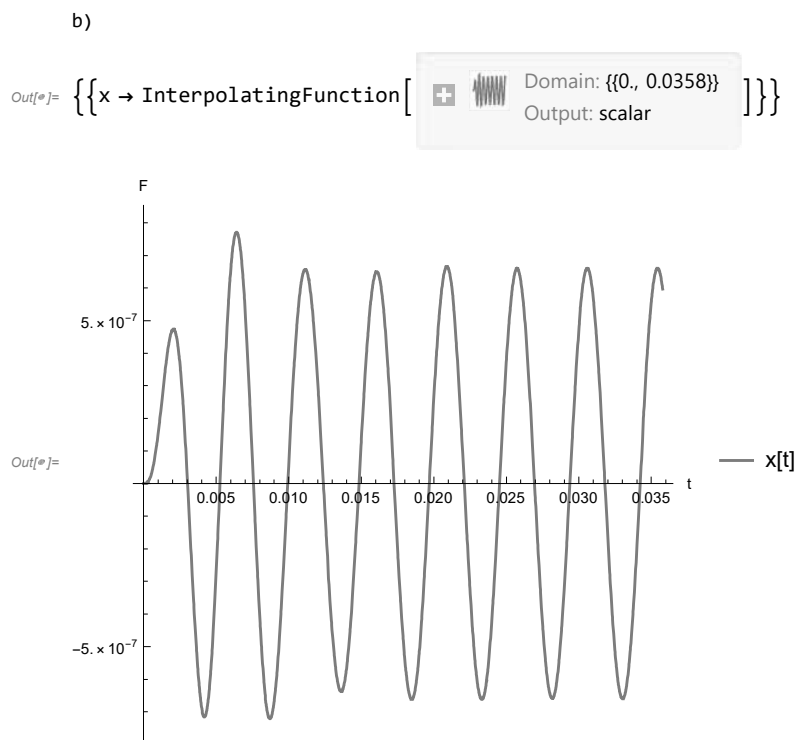
 $\omega = \frac{3}{4} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2}};$ 

s = NDSolve[
  [rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe]
  {b x'[t] + x''[t] +  $\omega_0^2 x[t] == f \text{Sin}[t \omega]$ , x[0] == 0, x'[0] == 0}, x, {t, 0, timelimit}]
  [sinus]

Plot[Evaluate[{x[t]} /. s], {t, 0, timelimit}, PlotStyle -> Automatic,
  [wyk... [oblicz] [styl grafiki] [automatyczny]
  PlotRange -> All, AspectRatio -> 1, AxesLabel -> {"t", "F"}, PlotLegends -> {"x[t"]}
  [zakres wykresu] [ws... [format obrazu] [oznaczenia osi] [legenda dla grafik]
```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

Prezentacja wyników dla podpunktu b



Zrzut ekranu prezentujący wyniki wygenerowane przez program *Mathematica* dla podpunktu b

3.4 Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla punktu c) $\omega = \frac{5}{4} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
(*podpunkt c*)
 $\omega_0 = \Delta s + 1;$ 
Print["c ")
[drukuj]

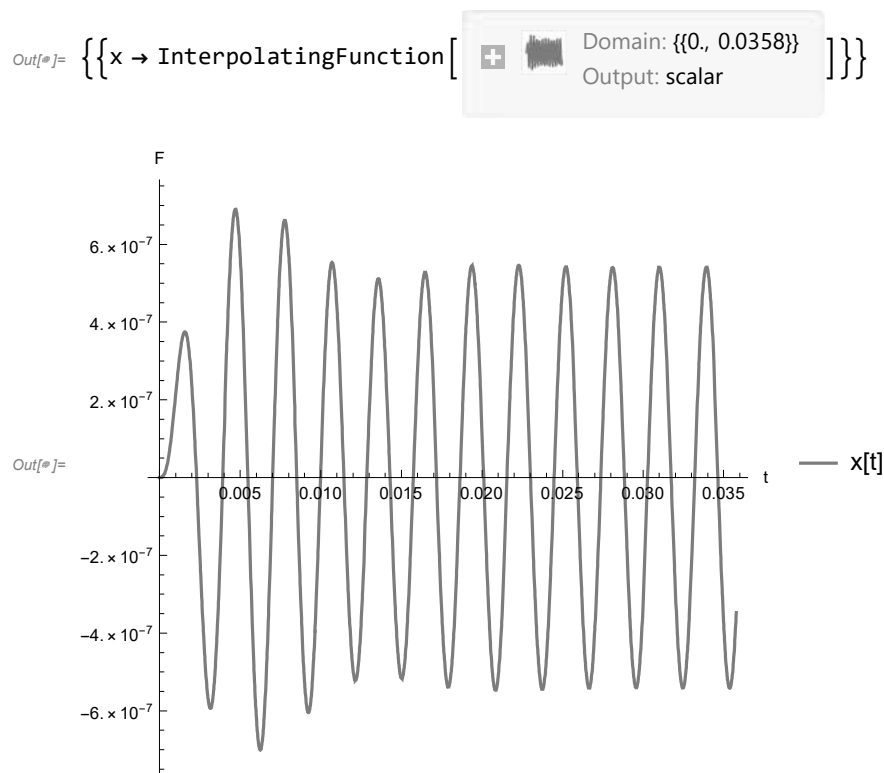
 $\omega = 5 / 4 \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2}};$ 

s = NDSolve[
  [rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe]
  {b x'[t] + x''[t] +  $\omega_0^2$  x[t] == f Sin[t  $\omega$ ], x[0] == 0, x'[0] == 0}, x, {t, 0, timelimit}]
  [sinus]

Plot[Evaluate[{x[t]} /. s], {t, 0, timelimit}, PlotStyle -> Automatic,
  [wyk... [oblicz] [styl grafiki] [automatyczny]
  PlotRange -> All, AspectRatio -> 1, AxesLabel -> {"t", "F"}, PlotLegends -> {"x[t]}]
  [zakres wykresu [ws... [format obrazu] [oznaczenia osi] [legenda dla grafik]
```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

Prezentacja wyników dla podpunktu c



Zrzut ekranu prezentujący wyniki wygenerowane przez program *Mathematica* dla podpunktu c

- 4 Generacja wykresu punktowego, oraz tabeli $X_0(\omega)$, zależności maksymalnej amplitudy drgań X_0 od częstotliwości ω przyjmując wartości $\omega_k = \frac{5}{4} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$, gdzie $k = 1, 2, \dots, 19$;

```
(*Zadanie 2*)
alist = {};
wlist = {};
w0 = Δs + 1;
timelimit =  $\frac{n * (2 \pi)}{\omega_0}$ ;
For[k = 1, k ≤ 19, k++,
  dla
    w0 = Δs + 1;
    b =  $\frac{\omega_0}{4}$ ;
    w = (k / 10) * Sqrt[w0^2 - (1 / 2) * b^2];
    pierwiastek kwadratowy
    wlist = Append[wlist, N[w]];
    dołącz na końcu przybliżenie numeryczne
    s = NDSolve[{b x'[t] + x''[t] + w0^2 x[t] == f Sin[t w], x[0] == 0, x'[0] == 0},
      rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe sinus
      x, {t, 0, timelimit}];
    amplituda = First[NMaximize[{Abs[x[t]] /. s[[1]], 0 < t < timelimit}, t]];
    pierw... maksymaliza... wartość bezwzględna
    alist = Append[alist, amplituda];
    dołącz na końcu

dane = Transpose[{wlist, alist}];
transpozycja

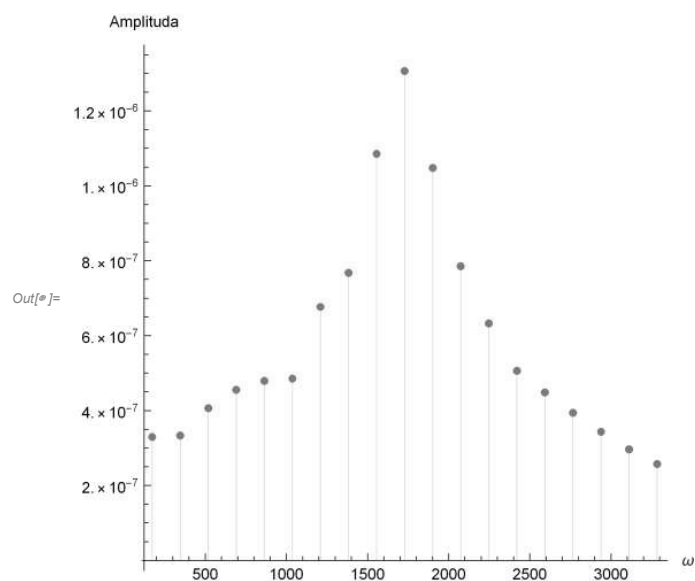
Print[" ω | X0"]
drukuj

Grid[dane, Frame → All]
ramka wszystko

ListPlot[dane, PlotStyle → Automatic, PlotRange → All,
  wykres danych z li... styl grafiki automatyczny zakres wykresu wszystko
  AspectRatio → 1, AxesLabel → {"ω", "Amplituda"}, Filling → Axis]
oznaczenia osi wypełnienie oś
```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

Prezentacja wyników



Zrzut ekranu prezentujący wyniki wygenerowane przez program *Mathematica*

ω	X_0
172.841	3.29214×10^{-7}
345.682	3.33245×10^{-7}
518.523	4.05995×10^{-7}
691.364	4.55362×10^{-7}
864.206	4.79099×10^{-7}
1037.05	4.85455×10^{-7}
1209.89	6.76731×10^{-7}
1382.73	7.67327×10^{-7}
1555.57	1.08512×10^{-6}
1728.41	1.30649×10^{-6}
1901.25	1.04765×10^{-6}
2074.09	7.852×10^{-7}
2246.93	6.323×10^{-7}
2419.78	5.05963×10^{-7}
2592.62	4.48396×10^{-7}
2765.46	3.93726×10^{-7}
2938.3	3.42918×10^{-7}
3111.14	2.96148×10^{-7}
3283.98	2.57102×10^{-7}

Out[*]=

Zrzut ekranu prezentujący tabelę wygenerowaną przez program *Mathematica*

5 Obliczenie wartości $\Delta\omega$

```
(*Zadanie 3*)
Print["X0"]
[drukuj]
max = Max[alist]
[maksimum]
index = Position[alist, max];
[pozycja]
index = index[[1]];
index = index[[1]];
timelimit =  $\frac{n * (2 \pi)}{\omega_0}$ ;
Print[" $\omega$  dla X0"]
[drukuj]
 $\omega_{\max}$  =  $\omega$ list[{{index}}]
polowamax = 1 / 2 * max;
 $\omega_{\text{temp}}$  =  $\omega_{\max}$ [[1]];
test = max;
$RecursionLimit = Infinity;
[limit re... [nieskończoność]
While[test > polowamax,
[podczas]
 $\omega_{\text{temp}}$  =  $\omega_{\text{temp}}$  * 1.001;
s = NDSolve[{b x'[t] + x''[t] +  $\omega_0^2$  x[t] == f Sin[t *  $\omega_{\text{temp}}$ ], x[0] == 0, x'[0] == 0},
[rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe [sinus]
x, {t, 0, timelimit}];
test = First[NMaximize[{Abs[x[t]] /. s[[1]], 0 < t < timelimit}, t]];
[pierw... [maksymaliza... [wartość bezwzględna]

]
 $\omega_-$  =  $\omega_{\text{temp}}$ ;
polowamax = 1 / 2 * max;
 $\omega_{\text{temp}}$  =  $\omega_{\max}$ [[1]];
test = max;
While[test > polowamax,
[podczas]
 $\omega_{\text{temp}}$  =  $\omega_{\text{temp}}$  * 0.999;
s = NDSolve[{b x'[t] + x''[t] +  $\omega_0^2$  x[t] == f Sin[t *  $\omega_{\text{temp}}$ ], x[0] == 0, x'[0] == 0},
[rozwiąż numerycznie równanie różniczkowe [sinus]
x, {t, 0, timelimit}];
test = First[NMaximize[{Abs[x[t]] /. s[[1]], 0 < t < timelimit}, t]];
[pierw... [maksymaliza... [wartość bezwzględna]

]
 $\omega_+$  =  $\omega_{\text{temp}}$ ;
Print[" $\Delta\omega$ "]
[drukuj]
 $\Delta\omega$  = Abs[ $\omega_+$  -  $\omega_-$ ]
[wartość bezwzględna]
```

Zrzut ekranu kodu napisanego w programie *Mathematica* w celu wykonania zadania

Prezentacja wyników

`Out[6]=` 1.30649×10^{-6}

ω dla x_0

`Out[6]=` {1728.41}

$\Delta\omega$

`Out[6]=` 946.79

Zrzut ekranu prezentujący wyniki wygenerowane przez program *Mathematica*

Spis treści

1	Wprowadzenie	1
2	Cel zadania	1
3	Generowanie wykresów przykładowych rozwiązań numerycznych	1
3.1	Wyznaczenie wartości: s , Δs , w_0 , b , f , n , t (w naszym przypadku <i>timelimit</i>), według wskazań prowadzącego	1
3.2	Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla podpunktu a) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$	2
3.3	Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla podpunktu b) $\omega = \frac{3}{4}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$	3
3.4	Przeprowadzenie rozwiązań numerycznych, oraz prezentacja ich wyników dla podpunktu c) $\omega = \frac{5}{4}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$	4
4	Generacja wykresu punktowego, oraz tabeli $X_0(\omega)$, zależności maksymalnej amplitudy drgań X_0 od częstotliwości ω przyjmując wartości $\omega_k = \frac{5}{4}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$, gdzie $k = 1, 2, \dots, 19$;	5
5	Obliczenie wartości $\Delta\omega$	7